

SCIENCES PHYSIQUES

MPSI1 – LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR

Thème 03 : Électrocinétique

Travaux dirigés

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques _____ 

Exercice facile et/ou proche du cours _____ 

Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques _____ 

Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux _____ 

Il est normal de « bloquer » sur les exercices : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les encadrés « Si vous bloquez... » proposent, question par question, une relation à établir, une étape de raisonnement ou un résultat numérique permettant de vérifier votre progression.

Chapitre 1 : Circuits en régime permanent

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge ; relier la loi des nœuds à la conservation de la charge.	1.8, 1.9
Utiliser les lois des nœuds et des mailles.	1.1, 1.2, 1.9, 1.13–1.15
Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.	1.1, 1.9, 1.11
Utiliser les relations entre intensité et tension ; exploiter une caractéristique courant–tension et déterminer un point de fonctionnement.	1.9, 1.11, 1.12
Modéliser une source en utilisant la représentation de Thévenin.	1.11, 1.12, 1.16
Remplacer une association série ou parallèle de résistors par une résistance équivalente.	1.3, 1.5–1.7, 1.10, 1.13
Établir et exploiter les relations des diviseurs de tension ou de courant.	1.3–1.7, 1.15
Exprimer la puissance dissipée par effet Joule et effectuer un bilan de puissance.	1.11, 1.16

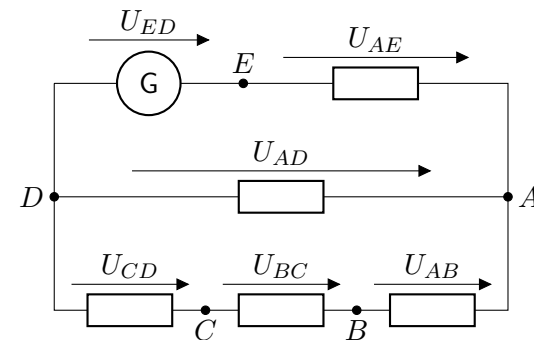
Questions de cours

- ☐ Énoncer la loi de conservation de la charge électrique. Énoncer et justifier alors la loi des nœuds. Quelles sont les unités SI de la charge électrique et de l'intensité du courant électrique ? Citer des ordres de grandeur d'intensités dans différents domaines d'application.
- ☐ Énoncer la loi d'additivité des tensions et la loi des mailles. Quelle est l'unité SI de la tension électrique ? Citer des ordres de grandeur de tensions dans différents domaines d'application.
- ☐ Expliquer en quoi consistent la convention récepteur et la convention générateur pour un dipôle.

- ☐ Énoncer la loi d'Ohm et tracer la caractéristique d'un résistor. Citer des ordres de grandeur de résistances. Qu'est-ce que l'effet Joule ?
- ☐ Définir une source idéale de tension ainsi qu'une source réelle de tension. Tracer la caractéristique d'une source réelle de tension.
- ☐ Rappeler les expressions des résistances équivalentes à deux résistors en série ou en parallèle.
- ☐ Rappeler et démontrer la formule du pont diviseur de tension pour trois résistors en série.
- ☐ Rappeler et démontrer la formule du pont diviseur de courant pour trois résistors en parallèle.

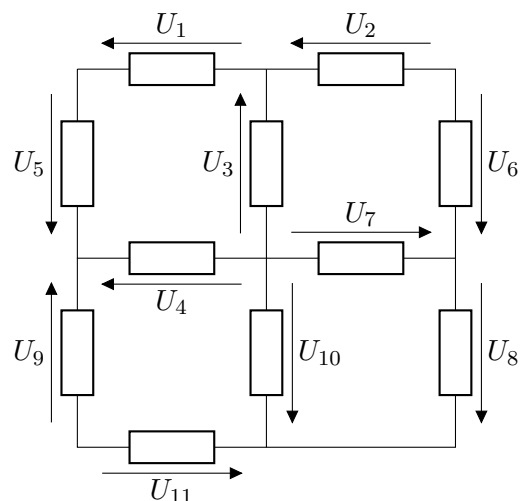
Exercices

1.1 Loi des mailles (1)



1. Dans la maille (ABCD) :
 - (a) Déterminer U_{AD} en fonction des autres tensions de la maille.
 - (b) Calculer U_{AD} avec $U_{AB} = 5 \text{ V}$, $U_{BC} = 3 \text{ V}$ et $U_{CD} = 4 \text{ V}$.
2. Dans la maille (ADEA) :
 - (a) Déterminer U_{ED} en fonction des autres tensions de la maille.
 - (b) Calculer U_{ED} avec $U_{ED} = 3 \text{ V}$.

1.2 Loi des mailles (2)

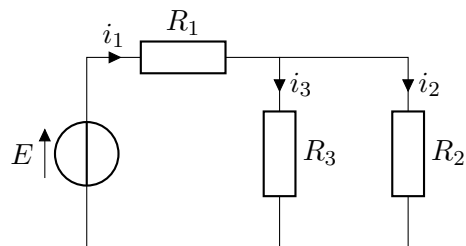


On donne les tensions suivantes : $U_1 = 1 \text{ V}$; $U_2 = 2 \text{ V}$; $U_3 = 3 \text{ V}$; $U_5 = 5 \text{ V}$; $U_6 = 6 \text{ V}$; $U_8 = 8 \text{ V}$; $U_9 = 20 \text{ V}$.

Déterminer les tensions U_4 , U_7 , U_{10} et U_{11} .

1.3 Lois de Kirchhoff

☉ **Objectif** : Systématiser l'écriture des lois des nœuds et des mailles avec des grandeurs algébriques.



On donne $E = 12 \text{ V}$, $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 30 \Omega$ et $R_3 = 60 \Omega$.

1. Écrire la loi des nœuds au point A.
2. Écrire deux lois de mailles indépendantes.
3. Déterminer i_1 , i_2 et i_3 sans utiliser directement de formule d'association de résistances.

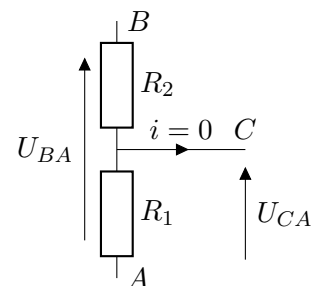
💡 Si vous bloquez...

Question 2. Les deux branches R_2 et R_3 ont la même tension à leurs bornes.

Question 3. Il faut obtenir $i_1 = 0,30 \text{ A}$, $i_2 = 0,20 \text{ A}$ et $i_3 = 0,10 \text{ A}$.

1.4 Fonctionnement d'un potentiomètre

☉ **Objectif** : Retrouver le comportement d'un potentiomètre à vide par un diviseur de tension.



La piste a une résistance totale R et une longueur L . Le curseur est à la distance x de A, avec $0 \leq x \leq L$, et aucun courant ne sort par la borne C.

1. En supposant la résistance proportionnelle à la longueur, exprimer R_1 et R_2 .
2. Exprimer U_{CA} en fonction de U_{BA} , x et L .
3. Préciser deux usages possibles d'un potentiomètre.

💡 Si vous bloquez...

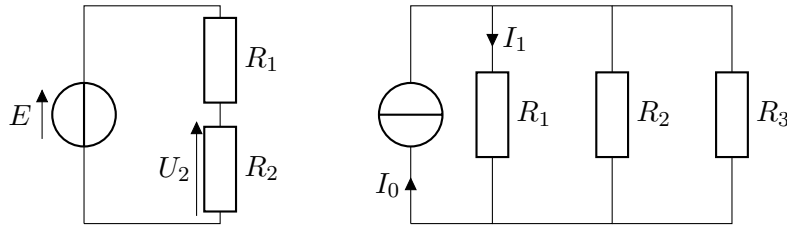
Question 1. La somme $R_1 + R_2$ reste égale à R .

Question 2. Reconnaître un pont diviseur de tension non chargé.

1.5 Ponts diviseurs

🎯 **Objectif :** Identifier rapidement un pont diviseur de tension ou de courant dans un circuit.

On donne $E = 10\text{ V}$, $I_0 = 10\text{ mA}$, $R_1 = R_2 = 1\text{ k}\Omega$ et $R_3 = 3\text{ k}\Omega$.



1. Déterminer littéralement puis numériquement U_2 dans le premier circuit.
2. Déterminer littéralement puis numériquement I_1 dans le second circuit.
3. Dans chaque cas, retrouver le résultat sans utiliser directement la formule du pont diviseur.

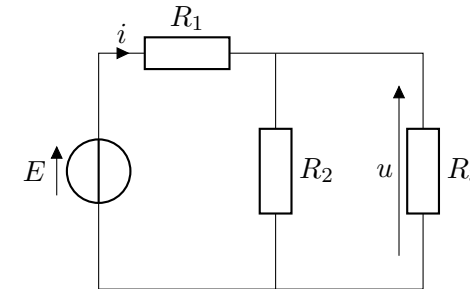
💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. Les deux résistances du premier circuit sont parcourues par la même intensité.

Question 2. Commencer par déterminer la tension commune aux trois branches parallèles.

1.6 Diviseur de tension après simplification

🎯 **Objectif :** Repérer un diviseur de tension après avoir simplifié une association de résistances.



On donne $E = 12\text{ V}$, $R_1 = 2,0\text{ k}\Omega$, $R_2 = 3,0\text{ k}\Omega$ et $R_3 = 6,0\text{ k}\Omega$.

1. Sans écrire de loi des mailles, déterminer la résistance équivalente à l'association de R_2 et R_3 .
2. Reconnaître alors un pont diviseur de tension et exprimer u en fonction de E , R_1 , R_2 et R_3 .
3. Effectuer l'application numérique.
4. En déduire les intensités traversant R_1 , R_2 et R_3 .

💡 **Si vous bloquez...**

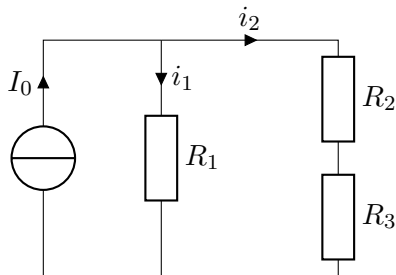
Question 1. R_2 et R_3 ont leurs deux bornes communes.

Question 2. Le diviseur n'apparaît qu'après avoir remplacé $R_2 \parallel R_3$ par sa résistance équivalente.

Question 3. On doit obtenir $u = 6,0\text{ V}$.

1.7 Diviseur de courant après simplification

🎯 **Objectif :** Repérer un diviseur de courant dans un réseau comportant une branche composée.



On donne $I_0 = 6,0 \text{ mA}$, $R_1 = 3,0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $R_3 = 2,0 \text{ k}\Omega$.

1. Remplacer la branche contenant R_2 et R_3 par un résistor équivalent.
2. Sans calculer la tension aux bornes de la source de courant, utiliser un pont diviseur de courant pour déterminer i_1 et i_2 .
3. Retrouver les résultats à partir de la loi des nœuds et de la loi d'Ohm.

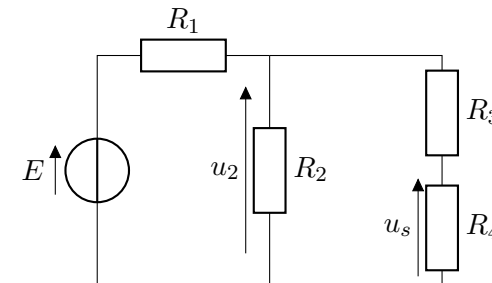
💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. R_2 et R_3 sont parcourues par la même intensité.

Question 2. Après simplification, les deux branches ont ici la même résistance.

1.8 Deux diviseurs imbriqués

🎯 **Objectif :** Identifier successivement deux diviseurs de tension dans un circuit qui ne les fait pas apparaître immédiatement.



On donne $E = 15 \text{ V}$, $R_1 = 2,0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 6,0 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 2,0 \text{ k}\Omega$ et $R_4 = 4,0 \text{ k}\Omega$.

1. Déterminer la résistance équivalente vue entre A et la borne de référence.
2. En déduire u_2 en reconnaissant un premier pont diviseur de tension.
3. Sans déterminer les courants du circuit, exprimer u_s en fonction de u_2 , R_3 et R_4 à l'aide d'un second pont diviseur.
4. En déduire u_s en fonction de E et des quatre résistances, puis effectuer l'application numérique.
5. Expliquer pourquoi appliquer directement la formule du pont diviseur à R_1 et R_2 aurait été incorrect.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. R_2 est en parallèle avec l'association $R_3 + R_4$.

Question 2. Le premier diviseur est formé de R_1 et de la résistance équivalente obtenue à la question précédente.

Question 3. Dans la branche de droite, R_3 et R_4 sont en série.

1.9 Débit de charges

🎯 **Objectif :** Manipuler la définition de l'intensité et les signes associés au déplacement des charges.

Un conducteur est parcouru par un courant constant d'intensité $I = 25 \text{ mA}$ pendant $\Delta t = 2,0 \text{ min}$.

1. Calculer la charge électrique traversant une section du conducteur pendant cette durée.
2. En déduire le nombre d'électrons correspondant.
3. Dans un métal, les électrons se déplacent dans le sens opposé au sens conventionnel du courant. Expliquer pourquoi cette affirmation est compatible avec la définition algébrique de l'intensité.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. Il faut obtenir $Q = 3,0 \text{ C}$.

Question 2. On doit trouver environ $1,9 \times 10^{19}$ électrons.

1.10 Caractéristique d'une source réelle

🎯 **Objectif :** Passer d'une caractéristique expérimentale à un modèle de Thévenin et à un point de fonctionnement.

On relève pour une source les couples (I, U) suivants :

I	0 A	0,5 A	1,0 A	1,5 A	2,0 A
U	9,0 V	8,0 V	7,0 V	6,0 V	5,0 V

1. Montrer que la caractéristique est affine et déterminer l'équation $U(I)$.
2. Identifier la force électromotrice E et la résistance interne r .
3. On branche un résistor $R = 5,0 \Omega$ aux bornes de la source. Déterminer le point de fonctionnement.
4. Calculer la puissance reçue par R et celle dissipée dans r .

💡 **Si vous bloquez...**

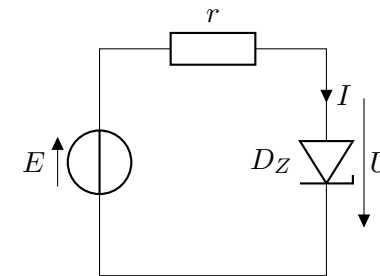
Question 2. E se lit à courant nul ; la pente vaut $-r$.

Question 3. Le point de fonctionnement vérifie simultanément $U = E - rI$ et $U = RI$.

Question 4. Il faut obtenir $I = 1,29 \text{ A}$.

1.11 Diode Zener : modèle linéarisé

🎯 **Objectif :** Exploiter une caractéristique non ohmique et déterminer graphiquement puis analytiquement un point de fonctionnement.



Une diode Zener, dans son domaine utile, est décrite par les mesures suivantes : $U = 6,2 \text{ V}$ pour $I = 50 \text{ mA}$ et $U = 7,0 \text{ V}$ pour $I = 250 \text{ mA}$.

1. Déterminer l'équation affine $U(I)$ dans ce domaine.
2. Montrer que la diode est équivalente, dans ce domaine, à une source réelle de tension ; identifier ses paramètres.
3. On l'associe à une source réelle ($E = 12 \text{ V}, r = 20 \Omega$). Déterminer le point de fonctionnement et vérifier qu'il appartient bien au domaine de validité du modèle.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. La pente de la droite vaut $\Delta U / \Delta I$.

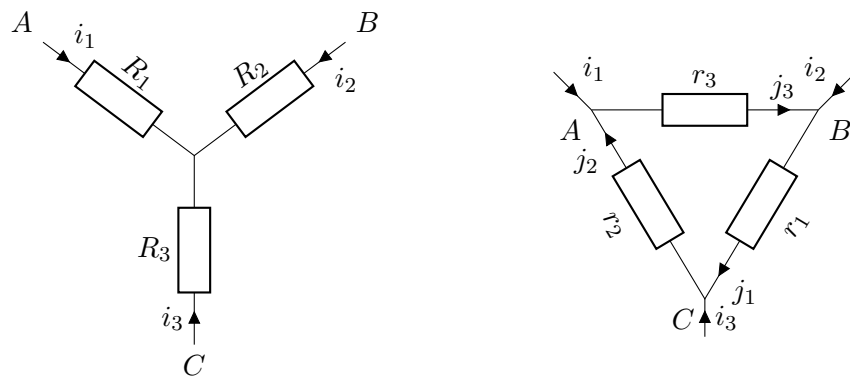
Question 2. Il faut obtenir une résistance dynamique de $4,0 \Omega$.

Question 3. Penser à écrire l'égalité entre la tension aux bornes de la diode et celle délivrée par la source réelle.

1.12 Équivalence étoile–triangle

🎯 **Objectif :** Établir une transformation de réseau résistif à partir des lois de Kirchhoff.

On considère les deux réseaux résistifs ci-dessous, reliés aux mêmes trois bornes A , B et C . On cherche les résistances R_1 , R_2 et R_3 du montage en étoile pour qu'il soit électriquement équivalent au montage en triangle de résistances r_1 , r_2 et r_3 .



1. Pour le montage en étoile, exprimer $U_{AB} = V_A - V_B$ en fonction de i_1 , i_2 , R_1 et R_2 .
2. Pour le montage en triangle, exprimer U_{AB} en fonction de j_3 et r_3 puis exprimer j_3 en fonction de i_1 , i_2 , r_1 , r_2 et r_3 à l'aide des lois de Kirchhoff.
3. En identifiant les deux expressions de U_{AB} quels que soient i_1 et i_2 , déterminer R_1 et R_2 en fonction de r_1 , r_2 et r_3 .
4. En déduire par permutation circulaire l'expression de R_3 .
5. Vérifier les expressions obtenues dans le cas particulier $r_1 = r_2 = r_3 = r$.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. Dans l'étoile, il faut écrire directement $U_{AB} = R_1 i_1 - R_2 i_2$ avec les orientations de la figure.

Question 2. Penser à écrire les lois des nœuds aux trois bornes puis une loi des mailles dans le triangle.

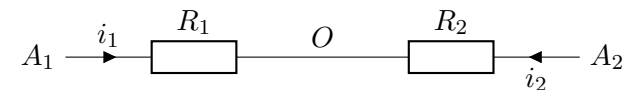
Question 3. L'égalité doit être vraie pour des valeurs indépendantes de i_1 et i_2 : identifier séparément leurs coefficients.

Question 5. Pour trois résistances identiques dans le triangle, chaque résistance de l'étoile doit valoir $r/3$.

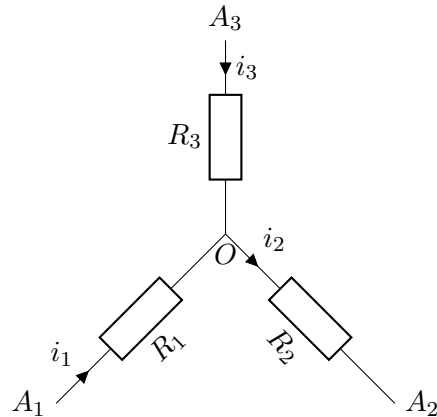
1.13 Loi des nœuds en termes de potentiels (ou : théorème de Millman)

🎯 **Objectif :** Établir puis exploiter une relation nodale générale sans l'admettre.

On considère d'abord le nœud O relié aux points A_1 et A_2 par deux résistances R_1 et R_2 . Les potentiels sont notés V_0 , V_1 et V_2 .



1. Exprimer i_1 et i_2 en fonction de V_0 , V_1 , V_2 , R_1 et R_2 , puis appliquer la loi des nœuds en O pour obtenir V_0 .
2. On considère maintenant trois branches :



Établir l'expression de V_0 en fonction des V_k et des R_k .

3. Généraliser au cas de n branches et retrouver le théorème de Millman :

$$V_0 = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{V_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}.$$

4. Application : trois branches relient un même nœud O à des potentiels imposés $V_1 = 12\text{ V}$, $V_2 = 5\text{ V}$ et $V_3 = 0\text{ V}$, à travers respectivement $R_1 = 2,0\text{ k}\Omega$, $R_2 = 1,0\text{ k}\Omega$ et $R_3 = 3,0\text{ k}\Omega$. Déterminer V_0 , puis les trois courants de branche avec les orientations de la figure.

💡 Si vous bloquez...

Question 1. Écrire chaque courant sous la forme d'une différence de potentiels divisée par la résistance correspondante.

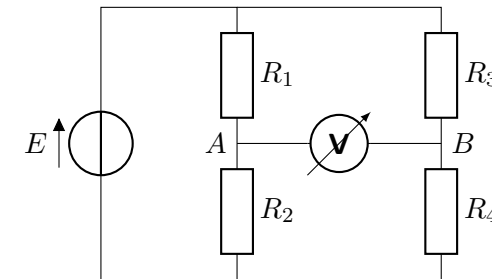
Question 2. La loi des nœuds fait apparaître une somme de conductances $1/R_k$.

Question 4. Il faut d'abord calculer V_0 avant de revenir aux courants ; conserver les signes algébriques.

1.14 Pont de Wheatstone



🎯 **Objectif :** Combiner lois des nœuds, diviseurs de tension et condition d'équilibre d'un pont.



Un pont de Wheatstone est constitué de quatre résistances R_1, R_2, R_3, R_4 . Les deux branches (R_1, R_2) et (R_3, R_4) sont placées en parallèle sous une tension E . Un voltmètre idéal relie les points milieux A et B .

1. Exprimer les potentiels V_A et V_B en choisissant le potentiel nul sur la borne négative du générateur.
2. Établir la condition sur les quatre résistances pour que le voltmètre indique zéro.
3. On choisit $R_1 = 1,0\text{ k}\Omega$, $R_2 = 2,2\text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,5\text{ k}\Omega$. Déterminer R_4 à l'équilibre.
4. Expliquer en une phrase pourquoi ce montage permet de mesurer précisément une résistance inconnue.

💡 Si vous bloquez...

Question 1. Chaque branche est un diviseur de tension indépendant car le voltmètre idéal ne prélève aucun courant.

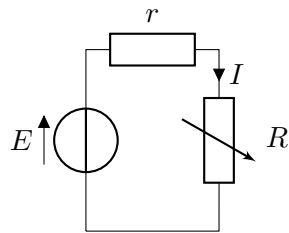
Question 2. À l'équilibre, imposez $V_A = V_B$ avant de simplifier.

Question 3. Il faut obtenir $R_4 = 3,3\text{ k}\Omega$.

1.15 Adaptation de puissance

🎯 **Objectif** : Optimiser un transfert de puissance et confronter puissance utile et rendement.

Une source réelle de tension de f.é.m. E et de résistance interne r alimente une résistance variable R .



1. Exprimer l'intensité I puis la puissance P_R reçue par R .
2. Montrer que P_R est maximale pour $R = r$.
3. Déterminer la puissance maximale correspondante.
4. Justifier que le rendement peut s'écrire $\eta = P_R/(EI)$ et l'exprimer en fonction de R et r .
5. Commenter la valeur de η lorsque la puissance reçue est maximale.

💡 Si vous bloquez...

Question 1. Il faut établir $P_R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}$.

Question 2. Penser à dériver $P_R(R)$, ou utiliser $(R - r)^2 \geq 0$.

Question 3. On doit obtenir $P_{\max} = E^2/(4r)$.

Question 5. À l'adaptation, autant de puissance est dissipée dans la résistance interne que dans la charge.

Chapitre 2 : Continuités dans les circuits

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Utiliser les relations entre l'intensité et la tension pour un condensateur et une bobine.	2.1, 2.2, 2.4, 2.6–2.8
Citer et exploiter des ordres de grandeur de capacités et d'inductances.	2.1, 2.2
Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.	2.1, 2.2, 2.5
Interpréter et utiliser la continuité de u_C ou de i_L lors d'une commutation.	2.3–2.8

Questions de cours

- ☐ Donner le symbole d'un condensateur, ainsi que la relation intensité-tension correspondante. Rappeler l'unité SI et des ordres de grandeur de la capacité du condensateur.
- ☐ Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur. Quelle grandeur est continue du temps dans ce dipôle ?
- ☐ Donner le symbole d'une bobine, ainsi que la relation intensité-tension correspondante. Rappeler l'unité SI et des ordres de grandeur de l'inductance d'une bobine.
- ☐ Donner l'expression de l'énergie stockée dans une bobine. Quelle grandeur est continue du temps dans ce dipôle ?
- ☐ En régime permanent, à quoi est équivalent un condensateur ? une bobine ?
- ☐  Soit un circuit RC série, longtemps alimenté par une tension E . On éteint le générateur à $t = 0$; déterminer les tensions et intensités dans le circuit en $t = 0^+$.
- ☐  Soit un circuit RL série, alimenté par une tension E . On rompt le courant à $t = 0$ à l'aide d'un interrupteur ; déterminer les tensions et intensités dans le circuit en $t = 0^+$.

Exercices

2.1 Condensateur : tension imposée



◎ **Objectif** : Utiliser directement la relation courant-tension et l'énergie d'un condensateur.

Un condensateur de capacité $C = 4,7 \mu\text{F}$ est soumis à

$$u_C(t) = U_0 (1 - e^{-t/T}), \quad U_0 = 10 \text{ V}, \quad T = 2,0 \text{ ms}.$$

1. Déterminer $i(t)$ en convention récepteur.
2. Calculer $i(0^+)$ et $i(+\infty)$.
3. Déterminer l'énergie stockée à long terme.

🔍 Si vous bloquez...

Question 1. La dérivée de $1 - e^{-t/T}$ vaut $e^{-t/T}/T$.

Question 2. Il faut obtenir $i(0^+) \simeq 23,5 \text{ mA}$.

Question 3. On doit trouver environ $235 \mu\text{J}$.

2.2 Bobine : courant imposé



◎ **Objectif** : Utiliser la relation tension-courant et l'énergie d'une bobine.

Une bobine idéale d'inductance $L = 50 \text{ mH}$ est parcourue par

$$i(t) = I_0 (1 - e^{-t/T}), \quad I_0 = 0,80 \text{ A}, \quad T = 5,0 \text{ ms}.$$

1. Déterminer $u_L(t)$ en convention récepteur.
2. Calculer $u_L(0^+)$ et $u_L(+\infty)$.
3. Calculer l'énergie stockée à long terme.

💡 Si vous bloquez...

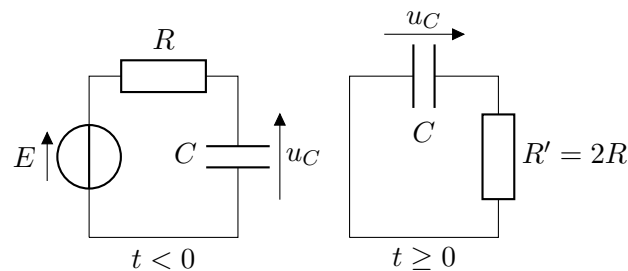
Question 2. Il faut obtenir $u_L(0^+) = 8,0 \text{ V}$.

Question 3. On doit trouver 16 mJ .

2.3 Commutation d'un circuit RC

🎯 **Objectif :** Déterminer instantanément l'état électrique après une commutation sans résoudre d'équation différentielle.

Un condensateur C est d'abord connecté pendant très longtemps à une source idéale E à travers une résistance R . À $t = 0$, la source est déconnectée et le condensateur est relié à une résistance $R' = 2R$.



1. Déterminer $u_C(0^-)$ et le courant juste avant la commutation.
2. Déterminer $u_C(0^+)$.
3. En déduire le courant dans R' à $t = 0^+$, en précisant son sens.
4. Déterminer les valeurs des mêmes grandeurs à long terme.

💡 Si vous bloquez...

Question 2. La tension d'un condensateur ne peut pas subir de discontinuité finie.

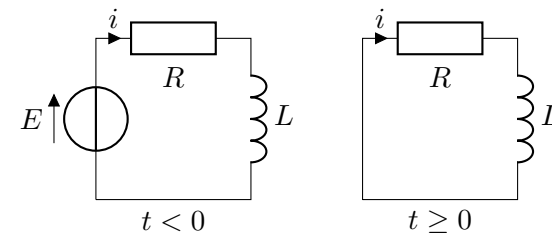
Question 3. À $t = 0^+$, le condensateur se comporte momentanément comme une source imposant la tension trouvée à la question 2.

Question 3. La valeur absolue du courant initial vaut $E/(2R)$.

2.4 Rupture du courant dans une bobine

🎯 **Objectif :** Comprendre la continuité du courant dans une bobine et l'origine des surtensions de rupture.

Une bobine idéale L et une résistance R sont alimentées depuis très longtemps par une source idéale E . À $t = 0$, on déconnecte la source tout en maintenant une boucle fermée contenant R et L .



1. Déterminer $i_L(0^-)$ puis $i_L(0^+)$.
2. Déterminer la tension aux bornes de R à $t = 0^+$.
3. En déduire la tension aux bornes de la bobine à $t = 0^+$.
4. Que se passerait-il qualitativement si l'on ouvrait brutalement le circuit sans offrir de chemin au courant ?

💡 Si vous bloquez...

Question 1. En régime permanent continu avant la commutation, la bobine idéale équivaut à un fil.

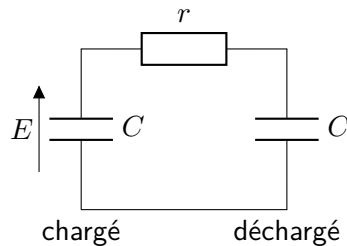
Question 2. Le courant dans R conserve instantanément la valeur qu'il avait avant la commutation.

Question 3. Après déconnexion de la source, la loi des mailles impose $u_R + u_L = 0$.

2.5 Échange d'énergie entre deux condensateurs

🎯 **Objectif :** Mettre en évidence une dissipation d'énergie lors d'une redistribution de charges.

Un condensateur C est initialement chargé sous une tension E ; un second condensateur identique est déchargé. On les connecte en parallèle par l'intermédiaire d'une petite résistance r .



1. Déterminer la charge totale initiale portée par l'ensemble des armatures positives.
2. En utilisant la conservation de la charge, déterminer la tension finale commune U_f .
3. Comparer l'énergie électrique initiale et l'énergie électrique finale stockées dans les condensateurs.
4. Où est passée l'énergie manquante ?

💡 **Si vous bloquez...**

Question 2. À l'état final, les deux condensateurs ont la même tension et portent chacun la charge CU_f .

Question 2. Il faut obtenir $U_f = E/2$.

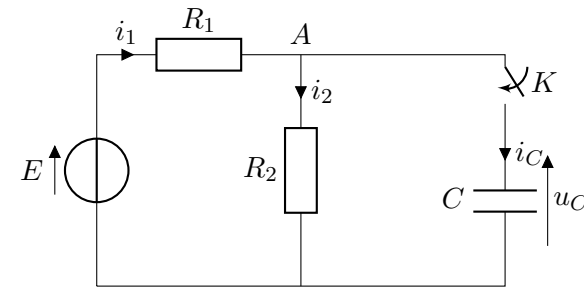
Question 3. L'énergie finale totale vaut la moitié de l'énergie initiale.

Question 4. La petite résistance n'est pas facultative physiquement : elle modélise les pertes du circuit réel pendant le transitoire.

2.6 Deux mailles avec un condensateur

🎯 **Objectif :** Combiner lois de Kirchhoff et continuité de la tension d'un condensateur dans un circuit à deux mailles.

On considère le circuit ci-dessous avec $E = 12\text{ V}$, $R_1 = 2\text{ k}\Omega$, $R_2 = 4\text{ k}\Omega$ et $C = 10\text{ }\mu\text{F}$. Pour $t < 0$, l'interrupteur est ouvert et le condensateur est déchargé. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1. Déterminer $u_C(0^-)$, puis $u_C(0^+)$.
2. Représenter le circuit équivalent à $t = 0^+$. En déduire la tension du point A par rapport au conducteur inférieur.
3. Calculer $i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$ et $i_C(0^+)$. Vérifier la loi des nœuds en A.
4. Sans résoudre d'équation différentielle, déterminer $u_C(+\infty)$ ainsi que les trois intensités à long terme.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 2. À $t = 0^+$, la tension du condensateur est imposée par sa continuité. Le dipôle peut alors être remplacé par une source idéale de tension de valeur $u_C(0^+)$.

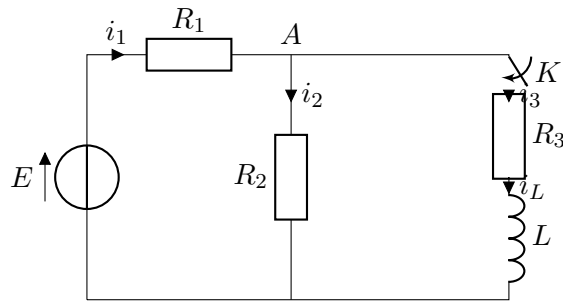
Question 3. Avec $u_C(0^+) = 0$, le point A est momentanément au potentiel du conducteur inférieur.

Question 4. En régime permanent continu, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert.

2.7 Deux mailles avec une bobine

🎯 **Objectif :** Exploiter la continuité du courant d'une bobine dans un réseau à deux mailles.

On considère le circuit ci-dessous avec $E = 18\text{ V}$, $R_1 = 3\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$ et une bobine idéale d'inductance L . Pour $t < 0$, l'interrupteur est ouvert et aucun courant ne traverse la bobine. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1. Déterminer $i_L(0^-)$ puis $i_L(0^+)$.
2. Quelle branche peut-on supprimer dans le circuit équivalent à $t = 0^+$? Calculer alors $i_1(0^+)$ et $i_2(0^+)$.
3. Déterminer la tension aux bornes de l'ensemble (R_3, L) à $t = 0^+$, puis $u_L(0^+)$ en convention récepteur.
4. Représenter le circuit équivalent lorsque $t \rightarrow +\infty$ et calculer i_1 , i_2 et i_L dans ce régime.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. Le courant dans une bobine idéale est continu.

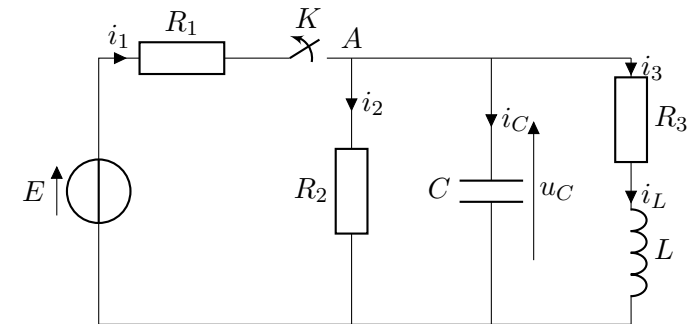
Question 2. Une branche dont le courant est imposé nul à cet instant se comporte, pour déterminer le reste du circuit, comme une branche ouverte.

Question 4. À long terme, la bobine idéale est équivalente à un fil.

2.8 Trois mailles avec R , L et C

🎯 **Objectif :** Déterminer complètement l'état instantané d'un circuit à trois mailles en combinant régime permanent, continuités et lois de Kirchhoff.

Le circuit ci-dessous est alimenté depuis très longtemps par une source idéale $E = 12\text{ V}$. On donne $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$ et $R_3 = 4\ \Omega$. Le condensateur C et la bobine idéale L sont initialement dans le régime permanent correspondant. À $t = 0$, l'interrupteur K est ouvert : la source et R_1 sont alors déconnectées, tandis que les trois branches verticales restent reliées entre elles.



1. Pour $t < 0$, remplacer C et L par leurs équivalents en régime permanent. Déterminer $i_1(0^-)$, $i_2(0^-)$ et $i_L(0^-)$.
2. Déterminer $u_C(0^-)$, puis en déduire $u_C(0^+)$ et $i_L(0^+)$.
3. Juste après l'ouverture de K , déterminer la tension commune aux trois branches verticales.
4. En déduire $i_2(0^+)$ et $i_3(0^+)$. Déterminer enfin $i_C(0^+)$ à l'aide de la loi des nœuds.
5. Déterminer $u_L(0^+)$ en convention récepteur et vérifier la loi des mailles dans la branche contenant R_3 et L .
6. Que valent toutes les tensions et intensités lorsque $t \rightarrow +\infty$? Justifier sans résoudre d'équation différentielle.

💡 Si vous bloquez...

Question 1. Avant l'ouverture, C est un circuit ouvert et L un fil : il reste deux branches résistives en parallèle après R_1 .

Question 2. Deux informations survivent instantanément à la commutation : u_C et i_L .

Question 3. Après ouverture de K , le condensateur impose instantanément la tension entre les deux rails.

Question 4. Attention au signe des courants : la loi des nœuds peut conduire à une intensité négative par rapport au sens choisi sur le schéma.

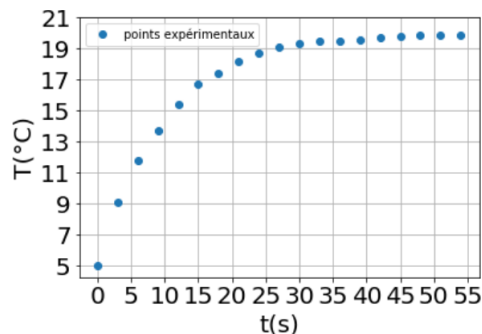
Chapitre 3 : Circuits linéaires du premier ordre

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Distinguer régime transitoire et régime permanent ; exploiter la continuité de u_C ou i_L .	3.1–3.6, problème
Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique.	3.1–3.5, problème
Déterminer la réponse temporelle en régime libre ou à un échelon de tension.	3.1–3.5, problème
Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.	3.1, 3.2, 3.5, 3.6, problème
Réaliser un bilan énergétique.	3.3

Questions de cours

- ☐ Soit l'équation différentielle $\frac{dF}{dt} + \frac{1}{\tau}F(t) = \frac{1}{\tau}F_\infty$. Que représentent physiquement F_∞ et τ ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $T \times \frac{d\theta}{dt} + 2\theta(t) = 3\theta_0$. La résoudre, sachant que $\theta(t=0) = 5\theta_0$. Tracer l'allure de la solution.
- ☐ Soit la fonction $T(t) = T_f + (T_0 - T_f) \times e^{-t/\tau}$ tracée ci-dessous. Déterminer graphiquement T_0 et T_f . Mesurer également de deux manières différentes la valeur de τ .

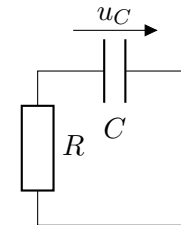


- ☐ Proposer, à l'aide de vos propres mots, des définitions pour « régime permanent » et « régime transitoire ».
- ☐ Soit un circuit RC série, depuis longtemps éteint puis alimenté instantanément à $t = 0$ par une source idéale de tension E . Déterminer totalement l'expression de $u_C(t)$, tension aux bornes du condensateur.
- ☐ Soit un circuit RL série, depuis longtemps éteint puis alimenté instantanément à $t = 0$ par une source idéale de tension E . Déterminer totalement l'expression de $i(t)$, intensité du courant parcourant le circuit.

Exercices

3.1 Décharge libre d'un circuit RC

◎ **Objectif :** Établir puis résoudre un modèle canonique du premier ordre.



Un condensateur $C = 1,0 \mu\text{F}$ est initialement chargé sous $U_0 = 10 \text{ V}$. À $t = 0$, il est relié à une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$.

- Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.
- Déterminer $u_C(t)$ puis le courant dans le circuit.
- Calculer la constante de temps et estimer la durée du régime transitoire à 1 % près.

💡 Si vous bloquez...

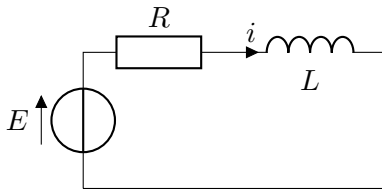
Question 1. Avec les conventions adaptées, la loi des mailles conduit à une équation homogène du premier ordre.

Question 2. La condition initiale est imposée par la continuité de u_C .

Question 3. Il faut obtenir $\tau = 10 \text{ ms}$; pour 1 %, résolvez $e^{-t/\tau} = 0.01$.

3.2 Établissement du courant dans un circuit RL 🔒

🎯 Objectif : Transposer la méthode du circuit RC au dipôle RL.



Une bobine idéale $L = 120 \text{ mH}$ et un résistor $R = 40 \Omega$ sont alimentés à $t = 0$ par une source idéale $E = 12 \text{ V}$.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.
2. Déterminer $i(t)$.
3. Calculer $i(0^+)$, $i(+\infty)$ et la constante de temps.
4. À quelle date le courant atteint-il 95 % de sa valeur finale ?

💡 Si vous bloquez...

Question 2. La solution est de la forme $i(t) = I_\infty + (i(0^+) - I_\infty)e^{-t/\tau}$.

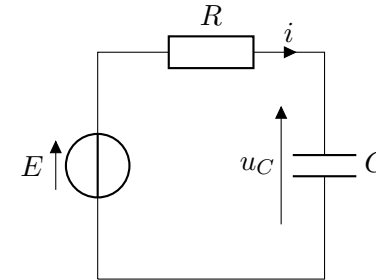
Question 3. Il faut obtenir $I_\infty = 0,30 \text{ A}$ et $\tau = 3,0 \text{ ms}$.

Question 4. On doit trouver environ 3τ .

3.3 Bilan énergétique d'une charge RC 🔒

🎯 Objectif : Comparer l'énergie fournie, stockée et dissipée pendant un transitoire.

On charge un condensateur initialement déchargé à travers un résistor R avec une source idéale constante E .



1. Rappeler les expressions de $u_C(t)$ et $i(t)$.
2. Calculer l'énergie W_G fournie par le générateur entre 0 et $+\infty$.
3. Calculer l'énergie finale W_C stockée dans le condensateur.
4. En déduire l'énergie dissipée par effet Joule et vérifier ce résultat par intégration de $Ri^2(t)$.
5. Commenter l'indépendance du résultat vis-à-vis de R .

💡 Si vous bloquez...

Question 2. La puissance fournie par la source idéale vaut $Ei(t)$.

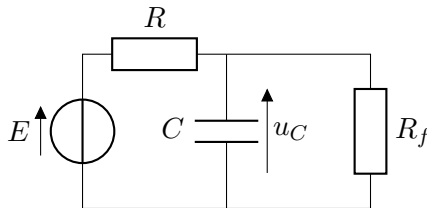
Question 2. Il faut obtenir $W_G = CE^2$.

Question 3. $W_C = CE^2/2$.

Question 4. L'intégrale de $e^{-2t/(RC)}$ sur $[0, +\infty[$ vaut $RC/2$.

3.4 Condensateur réel

🎯 **Objectif :** Établir l'équation d'un premier ordre dans un circuit à deux mailles.



Un condensateur réel est modélisé par un condensateur idéal C en parallèle avec une résistance de fuite R_f . L'ensemble est alimenté par une source idéale E à travers une résistance R . Le condensateur est initialement déchargé.

1. Déterminer $u_C(0^+)$ et $u_C(+\infty)$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C .
3. Montrer qu'elle peut s'écrire $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = u_\infty$ et identifier τ .
4. Résoudre complètement le problème.

 **Si vous bloquez...**

Question 1. À long terme, le condensateur idéal est ouvert : il reste un diviseur de tension R – R_f .

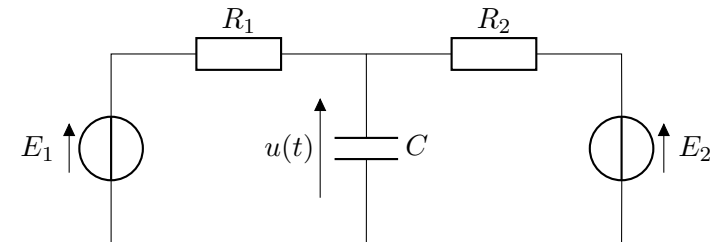
Question 2. Penser à écrire la loi des nœuds au point commun à R , R_f et C .

Question 3. Il faut faire apparaître $R \parallel R_f = RR_f/(R + R_f)$.

Question 4. La solution relie exponentiellement $u_C(0^+) = 0$ à u_∞ .

3.5 Condensateur alimenté par deux générateurs

🎯 **Objectif :** Traiter un circuit du premier ordre à deux mailles et identifier directement valeur finale et constante de temps.



Le nœud de tension $u(t)$ est relié à une source E_1 par R_1 , à une source E_2 par R_2 et à la masse par un condensateur C . À $t = 0$, les deux sources sont connectées simultanément ; le condensateur est initialement déchargé.

1. Exprimer les courants arrivant au nœud depuis chacune des sources.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$.
3. Déterminer u_∞ et τ .
4. Résoudre pour $u(t)$.
5. Application numérique : $E_1 = 5 \text{ V}$, $E_2 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 1,0 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2,0 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$.

 **Si vous bloquez...**

Question 2. La loi des nœuds s'écrit $(E_1 - u)/R_1 + (E_2 - u)/R_2 = C \, du/dt$.

Question 3. Pour τ , annulez les sources idéales : la résistance vue par C est $R_1 \parallel R_2$.

Question 5. Il faut obtenir $u_\infty \simeq 7,33 \text{ V}$ et $\tau \simeq 6,67 \text{ ms}$.

3.6 Identification expérimentale d'un premier ordre



🎯 **Objectif** : Extraire une constante de temps et une valeur finale à partir de données expérimentales.

La tension d'un capteur après un échelon vaut expérimentalement :

t	0 ms	2 ms	4 ms	6 ms	8 ms	10 ms
u	1,00 V	2,26 V	3,03 V	3,49 V	3,77 V	3,94 V

On suppose $u(t) = u_\infty + (u_0 - u_\infty)e^{-t/\tau}$.

1. Estimer u_0 et u_∞ .
2. À l'aide d'une valeur intermédiaire, estimer τ .
3. Proposer une linéarisation permettant d'utiliser tous les points expérimentaux.

💡 **Si vous bloquez...**

Question 2. Cherchez la date pour laquelle l'écart à la valeur finale a été divisé par e .

Question 2. Il faut trouver une constante de temps proche de 4 ms.

Question 3. Prenez le logarithme de $|u_\infty - u(t)|$.

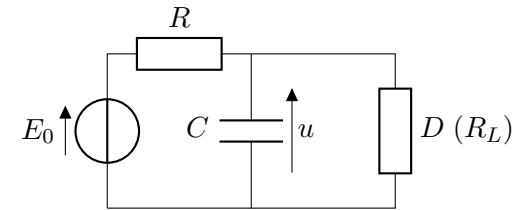
Problème

Oscillateur à tube : une lampe au néon



🎯 **Objectif** : Réinvestir le premier ordre dans un système à commutations successives.

D'après Concours Commun Mines-Ponts, Physique II MPI 2024, partie I – adapté au programme de MPSI.



Un générateur idéal de tension constante E_0 alimente, à travers une résistance R , un condensateur C en parallèle avec un dipôle D . Le dipôle D modélise une lampe à gaz. Lorsqu'elle est éteinte, sa résistance $R_L = \alpha R$ est très grande ; lorsqu'elle est allumée, R_L prend une valeur beaucoup plus faible. On note $u(t)$ la tension commune au condensateur et à la lampe.

La lampe s'allume lorsque u atteint une tension V_a et s'éteint lorsque u redescend jusqu'à V_e , avec $E_0 > V_a > V_e > 0$.

1. Pour une valeur fixée de α , déterminer la valeur u_∞ de u en régime permanent.
2. En annulant la source idéale, déterminer la résistance équivalente vue par le condensateur et en déduire la constante de temps τ_α .
3. Écrire directement la solution générale $u(t)$ lorsque α est constant, à partir d'une valeur initiale $u(t_0) = u_0$.
4. Lorsque la lampe est éteinte, on suppose $\alpha \gg 1$. Simplifier u_∞ et τ_α . Déterminer la durée t_a nécessaire pour passer de V_e à V_a .
5. Lorsque la lampe est allumée, on suppose au contraire $\alpha \ll 1$. Simplifier u_∞ et τ_α . Sous quelle condition la tension peut-elle redescendre jusqu'à V_e ?

6. Déterminer la durée t_e de la phase allumée entre V_a et V_e .
7. En déduire la période des éclairs $T = t_a + t_e$. Dans le cas où la décharge est très rapide devant la charge, donner une expression approchée de T .

💡 Si vous bloquez...

Question 1. En régime permanent, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert : il reste un diviseur de tension entre R et R_L .

Question 2. Source idéale annulée, R et R_L sont vues en parallèle par le condensateur.

Question 3. Penser à utiliser directement $u(t) = u_\infty + (u_0 - u_\infty)e^{-(t-t_0)/\tau_\alpha}$.

Question 4. Lampe éteinte : $u_\infty \simeq E_0$ et $\tau \simeq RC$. Isolez ensuite t_a dans l'équation $u(t_a) = V_a$.

Question 5. Lampe allumée : $u_\infty \simeq \alpha E_0$ et $\tau \simeq \alpha RC$. Pour atteindre V_e , il faut que la valeur finale soit inférieure à V_e .

Question 7. Si $t_e \ll t_a$, la période est essentiellement fixée par la charge lente du condensateur.

Chapitre 4 : Circuits linéaires du deuxième ordre

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Établir et reconnaître l'équation d'un oscillateur harmonique ; la résoudre avec les conditions initiales.	4.1, 4.2
Caractériser amplitude, phase, période, fréquence et pulsation ; réaliser un bilan énergétique.	4.1, 4.2
Écrire sous forme canonique l'équation d'un RLC série ; identifier ω_0 et Q .	4.3–4.6, problème
Décrire et déterminer la réponse selon le facteur de qualité ; rechercher les racines du polynôme caractéristique.	4.3, 4.4, problème
Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.	4.4–4.6, problème

Questions de cours

- ☐ Soit l'équation différentielle $\frac{d^2 F}{dt^2} + \omega_0^2 F(t) = \omega_0^2 F_\infty$. Que représentent physiquement F_∞ et ω_0 ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $\tau \times \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{4}{\tau} y(t) = \frac{1}{\tau} y_0$. La résoudre, sachant que $y(t=0) = 5y_0$ et $\frac{dy}{dt}(t=0) = \frac{6y_0}{\tau}$. Tracer l'allure de la solution.
- ☐ Soit un circuit LC série, éteint depuis longtemps puis alimenté à partir de $t = 0$ par une source idéale de tension E constante. Déterminer l'expression de $u_C(t)$ en fonction de E , L , C et t .
- ☐ Soit l'équation différentielle $\frac{d^2 F}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dF}{dt} + \omega_0^2 F(t) = \omega_0^2 F_\infty$. Que représentent physiquement y_{eq} , ω_0 et Q ? Quel lien peut-on qualitativement faire entre Q et le nombre d'oscillations visibles ?
- ☐ À quel régime correspond le cas $Q < 1/2$? le cas $Q > 1/2$? Donner la forme mathématique des solutions dans chacun des deux cas, puis tracer leurs allures.
- ☐ Montrer que, dans le cas d'un régime pseudo-périodique, le temps caractéristique d'amortissement s'écrit $\frac{2Q}{\omega_0}$ et le temps caractéristique d'oscillation

s'écrit $\frac{2\pi}{\omega_0 \times \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$.

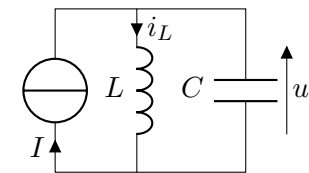
- ☐ Soit un circuit RLC série, éteint depuis longtemps puis alimenté à partir de $t = 0$ par une source idéale de tension E constante. Montrer que pour $R = 5\Omega$, $L = 1\text{ H}$ et $C = 4\text{ F}$, le régime est apériodique. Donner les expressions (en fonction de R , L et C) puis les valeurs des deux constantes de temps du système.
- ☐ Soit un circuit RLC série, éteint depuis longtemps puis alimenté à partir de $t = 0$ par une source idéale de tension E constante. Montrer que pour $R = 2\Omega$, $L = 81\text{ H}$ et $C = 9\text{ F}$, le régime est pseudo-périodique. Donner les expressions (en fonction de R , L et C) puis les valeurs du temps caractéristique d'amortissement et du temps caractéristique d'oscillation du système.

Exercices

4.1 Circuit LC parallèle

Objectif : Établir et résoudre l'équation d'un oscillateur harmonique à partir des lois de l'électrocinétique.

Un générateur idéal de courant débite un courant constant I à partir de $t = 0$ dans une bobine L et un condensateur C placés en parallèle. Avant $t = 0$, le circuit est au repos.



- Déterminer $u(0^+)$, $i_L(0^+)$ puis $i_C(0^+)$.
- En utilisant la loi des nœuds et les relations constitutives, établir $LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + i_L = I$.
- Identifier ω_0 et résoudre $i_L(t)$.
- En déduire $u(t)$ et tracer qualitativement les deux grandeurs.

💡 Si vous bloquez...

Question 1. Penser à utiliser simultanément la continuité de u_C et celle de i_L .

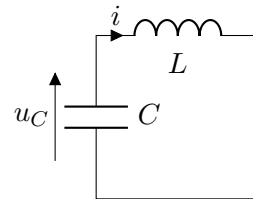
Question 2. Penser à dériver la loi des nœuds $I = i_L + i_C$ puis utiliser $u = L di_L/dt$ et $i_C = C du/dt$.

Question 3. $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; il reste à utiliser $i_L(0^+)$ et $di_L/dt(0^+)$.

4.2 Énergie dans un oscillateur LC

🎯 **Objectif :** Relier oscillations électriques et échanges périodiques d'énergie.

Un condensateur C est initialement chargé sous U_0 puis connecté à $t = 0$ à une bobine idéale L .



1. Déterminer $u_C(t)$ et $i(t)$.
2. Écrire les énergies $\mathcal{E}_C(t)$ et $\mathcal{E}_L(t)$.
3. Montrer que l'énergie totale est constante.
4. À quelles dates l'énergie est-elle entièrement électrique ? entièrement magnétique ?

💡 Si vous bloquez...

Question 1. Les conditions initiales sont $u_C(0) = U_0$ et $i(0) = 0$.

Question 3. Penser à faire apparaître $\cos^2(\omega_0 t) + \sin^2(\omega_0 t)$.

4.3 RLC série : identifier le régime

🎯 **Objectif :** Passer de R, L, C à ω_0, Q et à la nature du régime.

Pour un circuit RLC série, on étudie la tension aux bornes du condensateur. Pour chacun des jeux de paramètres suivants, calculer ω_0 , Q , identifier le régime et donner les constantes caractéristiques pertinentes :

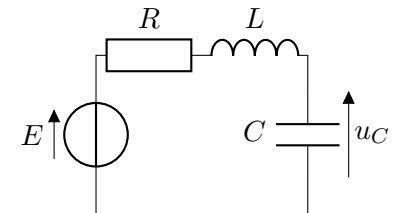
1. $R = 5 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $C = 4 \text{ F}$;
2. $R = 2 \Omega$, $L = 81 \text{ H}$, $C = 9 \text{ F}$;
3. $R = 20 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 10 \mu\text{F}$.

4.4 Réponse apériodique complète

🎯 **Objectif :** Déterminer explicitement les deux exponentielles d'un second ordre sur-amorti.

Un circuit RLC série, initialement au repos, est soumis à $t = 0$ à un échelon E .

On choisit $R = 6 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$ et $C = 1 \text{ F}$.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.
2. Déterminer ω_0 et Q , puis vérifier que le régime est apériodique.
3. Déterminer les deux racines du polynôme caractéristique.
4. Écrire $u_C(t) = E + Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$ et déterminer A et B à l'aide des conditions initiales.
5. Donner un ordre de grandeur de la durée du transitoire.

💡 Si vous bloquez...

Question 2. Ici $\omega_0 = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $Q = 1/6$.

Question 3. Les racines sont $-3 \pm 2\sqrt{2}$ en s^{-1} .

Question 4. La continuité donne $u_C(0^+) = 0$; comme $i = C du_C/dt$ et $i(0^+) = 0$, la dérivée initiale est également nulle.

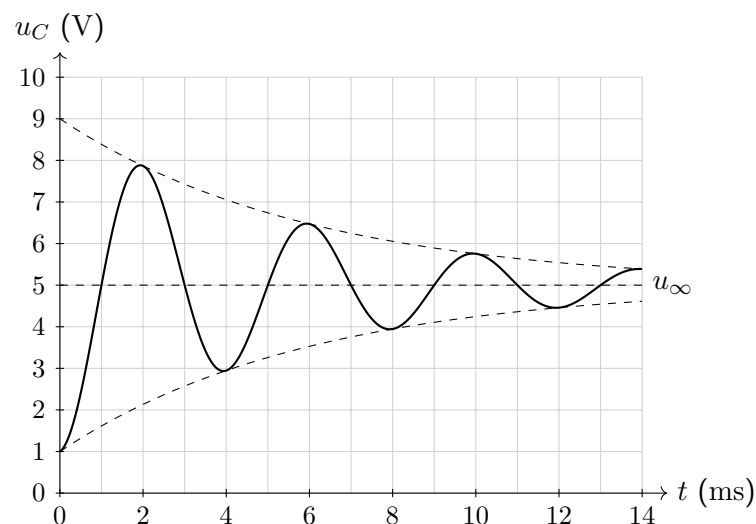
Question 5. Le transitoire est gouverné à long terme par la racine de plus petite valeur absolue.

4.5 Lecture graphique d'un régime pseudo-périodique



🎯 **Objectif :** Déterminer τ , Ω , ω_0 et Q directement à partir d'un enregistrement temporel.

On relève la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur d'un circuit RLC série soumis à un échelon de tension. Le régime observé est pseudo-périodique. Les courbes en pointillés représentent l'enveloppe des oscillations autour de la valeur finale u_∞ .



1. Lire la valeur finale u_∞ .

- Déterminer graphiquement la pseudo-période T , puis la pseudo-pulsation Ω .
- Déterminer graphiquement le temps caractéristique d'amortissement τ . Expliquer la méthode utilisée.
- À partir de $\Omega\tau = \sqrt{4Q^2 - 1}$, déterminer le facteur de qualité Q .
- En déduire la pulsation propre ω_0 .
- Estimer la durée du régime transitoire et le nombre d'oscillations visibles pendant celui-ci. Vérifier la cohérence avec la valeur de Q .

💡 **Si vous bloquez...**

Question 2. Penser à mesurer l'écart temporel entre deux maxima de même nature ; $\Omega = 2\pi/T$.

Question 3. Sur l'enveloppe, τ est la date à laquelle l'amplitude $|u_C - u_\infty|$ a été divisée par e .

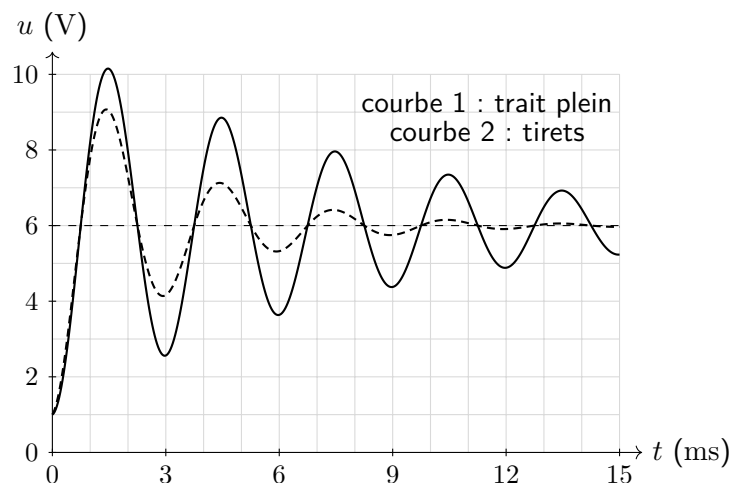
Question 4. Il faut isoler Q après avoir rendu le produit $\Omega\tau$ sans dimension.

Question 5. Penser à utiliser $\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - 1/(4Q^2)}$.

4.6 Deux enregistrements, deux amortissements

🎯 **Objectif :** Comparer quantitativement deux réponses expérimentales et remonter aux paramètres d'un RLC série.

Deux réponses d'un même circuit RLC série sont enregistrées après modification de la résistance R . Les valeurs de L et C n'ont pas changé. Pour chaque courbe, la valeur finale est $u_\infty = 6,0 \text{ V}$.



1. Pour chaque enregistrement, déterminer Ω et τ .
2. En déduire Q_1 et Q_2 , puis $\omega_{0,1}$ et $\omega_{0,2}$.
3. Les résultats sont-ils compatibles avec le fait que seules les résistances diffèrent ?
4. Sans calcul supplémentaire, déterminer quel enregistrement correspond à la résistance la plus grande. Justifier.
5. On donne $L = 100 \text{ mH}$. Déterminer C , puis les deux valeurs de R .

💡 **Si vous bloquez...**

Question 1. Les deux courbes ont pratiquement la même pseudo-période mais des enveloppes différentes.

Question 2. Penser à utiliser successivement $\Omega\tau = \sqrt{4Q^2 - 1}$ puis $\tau = 2Q/\omega_0$.

Question 3. Si L et C sont inchangés, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ doit être la même dans les limites de lecture graphique.

Question 4. Pour un RLC série, $Q = (1/R)\sqrt{L/C}$.

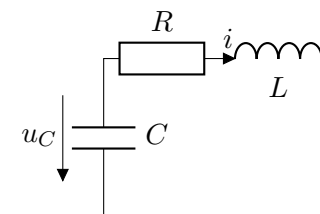
Problème

Décharge oscillante d'un condensateur

🎯 **Objectif :** Mener une étude complète d'un RLC série en régime libre et exploiter un enregistrement pseudo-périodique.

D'après un exercice d'oral CCINP PSI consacré au RLC série, développé et adapté au programme de MPSI.

Un condensateur de capacité C est initialement chargé sous une tension $U_0 > 0$. À $t = 0$, il est connecté en série à une bobine idéale d'inductance L et à une résistance R .



On note $u_C(t)$ la tension du condensateur et $i(t)$ le courant choisi de telle sorte que $i = C du_C/dt$.

1. Déterminer $u_C(0^+)$, $i(0^+)$ et $u_L(0^+)$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ pour $t > 0$.
3. La mettre sous la forme canonique et identifier ω_0 et Q .
4. On observe expérimentalement des oscillations amorties. Quelle inégalité vérifie Q ? Écrire la forme générale de $u_C(t)$ en introduisant la pseudo-pulsation Ω .

5. Utiliser les conditions initiales pour déterminer complètement $u_C(t)$.
6. Montrer que l'enveloppe décroît avec le temps caractéristique $\tau_a = 2Q/\omega_0$.
7. Sur un enregistrement, la pseudo-période vaut $T = 2,0 \text{ ms}$ et l'amplitude est divisée par 2 entre deux maxima successifs. Déterminer Ω , τ_a , Q et ω_0 .
8. On mesure par ailleurs $R = 20 \Omega$. En déduire L et C .
9. Écrire l'énergie électrique totale $\mathcal{E}(t) = Cu_C^2/2 + Li^2/2$ et montrer que sa dérivée est négative. Interpréter physiquement.

💡 Si vous bloquez...

Question 1. La tension du condensateur et le courant de la bobine sont continus à la commutation.

Question 2. Après $t = 0$, le générateur est absent : la loi des mailles est homogène.

Question 3. Il faut identifier $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ et $Q = (1/R)\sqrt{L/C}$.

Question 4. $Q > 1/2$ et $\Omega = \omega_0\sqrt{1 - 1/(4Q^2)}$.

Question 5. La condition $i(0^+) = 0$ impose $du_C/dt(0^+) = 0$: elle fixe la phase, ou le rapport entre les coefficients sinus et cosinus.

Question 7. Penser à utiliser $e^{-T/\tau_a} = 1/2$ puis $\Omega\tau_a = \sqrt{4Q^2 - 1}$.

Question 8. Les deux relations $\omega_0^2 = 1/(LC)$ et $Q = (1/R)\sqrt{L/C}$ permettent d'isoler directement L puis C .

Question 9. Penser à multiplier l'équation électrique par i ou dériver directement les deux termes d'énergie ; il faut faire apparaître $-Ri^2$.