

# SCIENCES PHYSIQUES

MPSI1 – LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR

---

## Thème 01 : Optique géométrique

### Travaux dirigés

---

- Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques \_\_\_\_\_ 
- Exercice facile et/ou proche du cours \_\_\_\_\_ 
- Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques \_\_\_\_\_ 
- Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux \_\_\_\_\_ 

Il est normal de « bloquer » sur les exercices : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les encadrés « Si vous bloquez... » ne donnent pas une correction complète : ils proposent une piste ou un résultat intermédiaire permettant de poursuivre l'exercice.

# Chapitre 1 : Lois et limites de l'optique géométrique

## Capacités exigibles et exercices associés

| Capacités exigibles                                                                                                    | Exercice(s)                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| Caractériser une source lumineuse par son spectre. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur.               | 1.7                          |
| Définir le modèle de l'optique géométrique et en indiquer les limites.                                                 | 1.7, 1.12                    |
| Exploiter les lois de Snell-Descartes. Établir et utiliser la condition de réflexion totale.                           | 1.1, 1.2, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8 |
| Construire l'image d'un objet par un miroir plan. Exploiter le stigmatisme du miroir plan.                             | 1.3, 1.4, ??, 1.10, 1.11     |
| Établir et exploiter les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice. | 1.9                          |

## Questions de cours

### À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- ☐ Donner un encadrement des longueurs d'onde du rayonnement visible dans le vide. À quelles couleurs correspondent les longueurs d'onde suivantes dans le vide : 450 nm, 550 nm, 650 nm ?
- ☐ Rappeler la définition de l'indice optique. Déterminer la célérité de la lumière dans l'eau, sachant que l'indice optique de l'eau est  $n_{\text{eau}} = 1,33$ .
- ☐ En quoi consiste le modèle de l'optique géométrique ? Quelles sont ses limites ?
- ☐ Rappeler les lois de Snell-Descartes en les accompagnant d'un schéma détaillé.
- ☐ Établir la condition de réflexion totale.
- ☐ Soit un objet réel  $A$  situé face à un miroir plan. Déterminer son image  $A'$ , et préciser si elle est réelle ou virtuelle en le justifiant. Peut-on dire que le miroir plan est rigoureusement stigmatique ?

- ☐ Définir, exprimer et calculer le demi-angle au sommet du cône d'acceptance d'une fibre optique d'indice optique  $n_c = 1,456$  pour son cœur et  $n_g = 1,410$  pour sa gaine.
- ☐ On rappelle que le demi-angle au sommet du cône d'acceptance d'une fibre optique vérifie  $\sin(\theta_{\max}) = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ , avec  $n_c = 1,456$  et  $n_g = 1,410$  les indices optiques respectifs du cœur et de la gaine. Définir, exprimer et calculer la dispersion intermodale de la fibre, sa longueur totale étant  $L = 50$  km.

## Exercices

### 1.1 Un poisson est-il vraiment là où on le voit ? \_ ?

☉ **Objectif** : exploiter la réfraction pour déterminer la position apparente d'un objet immergé.

Un poisson ponctuel  $P$  est immobile à une profondeur réelle  $h$  dans un bassin rempli d'eau d'indice  $n = 1,33$ . Un observateur regarde le poisson depuis l'air, dont l'indice sera pris égal à 1. Tous les rayons étudiés sont contenus dans un même plan vertical.

1. Représenter un rayon lumineux issu de  $P$  et atteignant l'œil  $O$  de l'observateur. Comparer les angles d'incidence  $i$  dans l'eau et de réfraction  $r$  dans l'air.
2. Prolonger dans l'eau le rayon arrivant à l'œil. Expliquer pourquoi l'observateur pense que le poisson se situe sur ce rayon virtuel.
3. On note  $P'$  le point d'intersection de ce prolongement avec la verticale de  $P$  ; on admet que le poisson « apparent » (et donc virtuel et fictif) s'y situe. On note  $h_{\text{app}}$  la profondeur apparente et  $x$  la distance horizontale entre la verticale du poisson et le point d'émergence du rayon. Établir deux relations géométriques faisant intervenir  $x$ ,  $h$ ,  $h_{\text{app}}$ ,  $i$  et  $r$ .
4. Pour des petits angles d'incidence (que cela signifie-il ?), montrer que  $h_{\text{app}} \approx \frac{h}{n}$ .

5. Le poisson paraît-il plus proche ou plus éloigné de la surface qu'il ne l'est réellement ?
6. Un pêcheur placé hors de l'eau lance un harpon en visant directement la position apparente  $P'$ . Le harpon se propage en ligne droite dans l'air puis dans l'eau, sans subir de réfraction. Passe-t-il au-dessus ou au-dessous du poisson ?

💡 Si vous bloquez...

**Question 3.** Écrire  $\tan i = x/h$  et  $\tan r = x/h_{\text{app}}$ .

**Question 4.** Pour de petits angles,  $\sin \theta \simeq \tan \theta \simeq \theta$ . Utiliser ensuite  $n \sin i = \sin r$ .

**Question 6.** Le poisson réel est plus profond que son image apparente.

## 1.2 Mesure de l'indice d'un liquide

🎯 **Objectif :** utiliser la réflexion totale pour mesurer l'indice d'un liquide.

Un réfractomètre simplifié est constitué d'un prisme de verre d'indice  $n_g = 1,70$ . Une goutte d'un liquide transparent d'indice inconnu  $n_\ell$  est déposée sur une face plane du prisme. Un faisceau lumineux se propage dans le verre et atteint l'interface verre-liquide sous différents angles d'incidence  $i$ .

On observe que le rayon réfracté disparaît lorsque  $i$  dépasse la valeur  $i_c = 52,0^\circ$ .

1. Quelle condition doivent vérifier  $n_g$  et  $n_\ell$  pour qu'une réflexion totale soit possible ?
2. Établir l'expression de  $n_\ell$  en fonction de  $n_g$  et de  $i_c$ .
3. Calculer l'indice du liquide.
4. Le même appareil permettrait-il de mesurer l'indice d'un liquide plus réfringent que le prisme ?

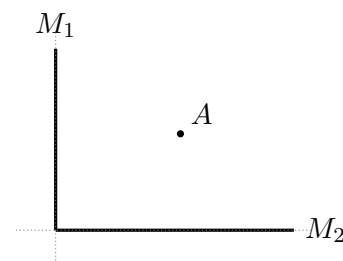
💡 Si vous bloquez...

**Question 2.** À la limite, le rayon réfracté rase l'interface :  $r = 90^\circ$ . On doit obtenir  $n_\ell = n_g \sin i_c$ .

**Question 3.** On trouve  $n_\ell \approx 1,34$ .

## 1.3 Deux miroirs perpendiculaires

🎯 **Objectif :** composer géométriquement deux symétries par rapport à des miroirs plans.



Deux miroirs plans semi-infinis  $M_1$  et  $M_2$  sont perpendiculaires et se coupent suivant une droite. Dans une vue en coupe perpendiculaire à cette droite, un objet ponctuel  $A$  est placé entre les deux miroirs.

1. Construire l'image  $A_1$  de  $A$  par  $M_1$ , puis l'image  $A_2$  de  $A$  par  $M_2$ .
2. Construire l'image  $A_{12}$  de  $A_1$  par  $M_2$  et l'image  $A_{21}$  de  $A_2$  par  $M_1$ .
3. Montrer que  $A_{12}$  et  $A_{21}$  sont confondues. Combien d'images distinctes de  $A$  sont-elles finalement observables ?
4. On note  $O$  le point d'intersection des deux miroirs dans la vue en coupe. Comparer les vecteurs  $\overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{OA_{12}}$ .
5. En déduire la transformation géométrique équivalente à deux réflexions successives sur deux miroirs perpendiculaires.

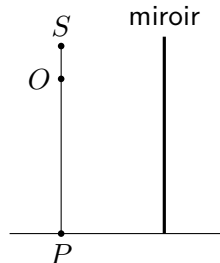
💡 Si vous bloquez...

**Question 3.** Chaque image est le symétrique du point précédent par rapport au miroir considéré.

**Question 4.** On doit obtenir  $\overrightarrow{OA_{12}} = -\overrightarrow{OA}$ .

## 1.4 Quelle hauteur pour un miroir ?

🎯 **Objectif** : résoudre un problème de visibilité à l'aide de l'image virtuelle donnée par un miroir.



Une personne de taille  $H$  (distance entre ses pieds  $P$  et son sommet  $S$ ) se tient devant un miroir plan vertical. Ses yeux (point  $O$ ) sont situés à la hauteur  $h$  au-dessus du sol. Le miroir est supposé suffisamment large horizontalement.

1. Construire l'image virtuelle  $P'$  des pieds  $P$  de la personne par le miroir, puis le rayon permettant à l'œil  $O$  de voir ses pieds.
2. À quelle hauteur par rapport au sol doit se trouver le bord inférieur du miroir pour que les pieds soient visibles ?
3. Construire de même le rayon permettant à l'œil de voir le sommet  $S$  de la tête.
4. Déterminer alors la position du bord supérieur du miroir pour observer  $S$ , puis la hauteur minimale  $L_m$  du miroir.
5. La hauteur minimale dépend-elle de la distance séparant la personne du miroir ?
6. Une personne de taille  $H = 1,80 \text{ m}$  a les yeux à la hauteur  $h = 1,68 \text{ m}$ . Déterminer la hauteur minimale du miroir ainsi que les hauteurs de ses bords inférieur et supérieur.

### 💡 Si vous bloquez...

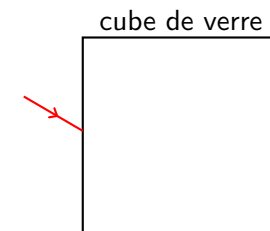
**Question 2.** Le point de réflexion se trouve à mi-hauteur entre les yeux et les pieds.

**Question 4.** Le point permettant de voir le sommet de la tête se trouve à mi-hauteur entre les yeux et ce sommet. On doit obtenir  $L_m = H/2$ .

**Question 6.** Le miroir mesure  $0,90 \text{ m}$  ; son bord inférieur est à  $0,84 \text{ m}$  et son bord supérieur à  $1,74 \text{ m}$ .

## 1.5 Le cube de verre

🎯 **Objectif** : enchaîner réfraction, géométrie et réflexion totale dans un solide transparent.



Un cube de verre d'indice  $n = 1,50$  est plongé dans l'air. Dans une coupe carrée du cube, un rayon lumineux arrive sur la face gauche avec un angle d'incidence  $i$  mesuré par rapport à la normale. Le point d'entrée est le centre de cette face.

1. Pour  $i = 45^\circ$ , calculer l'angle de réfraction  $r$  dans le verre.
2. À l'aide d'un schéma à l'échelle, déterminer si le rayon atteint d'abord la face inférieure ou la face droite du cube.
3. Déterminer l'angle d'incidence sur cette deuxième face.
4. Le rayon y subit-il une réflexion totale ? Décrire alors la suite de son trajet jusqu'à sa sortie du cube.
5. On note  $a$  l'arête du cube. Déterminer, en fonction de  $r$ , la condition pour que le rayon atteigne la face droite avant la face supérieure.

6. En déduire les valeurs de l'angle d'incidence  $i$  pour lesquelles le rayon ressort directement par la face opposée, sans réflexion sur une autre face.

💡 Si vous bloquez...

**Question 1.** On trouve  $r \simeq 28,1^\circ$ .

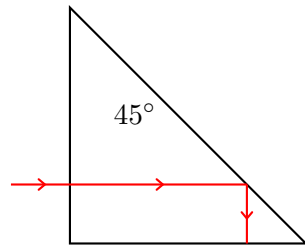
**Question 3.** Les normales aux faces gauche et supérieure sont perpendiculaires : l'angle d'incidence sur la face supérieure vaut  $90^\circ - r$ .

**Question 5.** Partant du centre de la face gauche, le rayon atteint la face droite en premier si  $a \tan r < a/2$ , soit  $r < \arctan(1/2)$ .

**Question 6.** Utiliser  $\sin i = n \sin r$  à l'entrée.

## 1.6 Un prisme comme miroir

🎯 **Objectif :** comprendre le fonctionnement d'un prisme à réflexion totale.



On considère un prisme isocèle rectangle d'indice  $n$ , plongé dans l'air. Un rayon pénètre perpendiculairement à l'une des petites faces du prisme.

1. Montrer que le rayon n'est pas dévié lors de son entrée dans le prisme.
2. Déterminer la condition sur  $n$  pour que le rayon subisse une réflexion totale sur l'hypoténuse.
3. Construire le trajet complet du rayon et déterminer l'angle entre le rayon incident et le rayon émergent.
4. On utilise un verre d'indice  $n = 1,52$ . Vérifier que le fonctionnement attendu est possible.
5. Donner au moins un avantage d'un prisme à réflexion totale par rapport à un miroir métallique.

💡 Si vous bloquez...

**Question 2.** Il faut que l'angle limite  $i_c = \arcsin(1/n)$  soit inférieur à  $45^\circ$ . On doit obtenir  $n > \sqrt{2}$ .

**Question 3.** Le rayon est dévié de  $90^\circ$ .

## 1.7 Dispersion dans une goutte d'eau

🎯 **Objectif :** relier la dispersion de l'indice à la séparation des couleurs.

L'indice optique de l'eau dépend légèrement de la longueur d'onde. On donne

$$n_R = 1,331 \quad \text{et} \quad n_V = 1,343$$

pour une radiation rouge et une radiation violette. Un rayon solaire arrive de l'air sur une goutte d'eau sous un angle d'incidence  $i = 60^\circ$ .

Dans une modélisation simplifiée, on s'intéresse uniquement à la première réfraction à l'entrée de la goutte.

1. Calculer les angles de réfraction  $r_R$  et  $r_V$ .
2. Calculer, pour chaque radiation, la déviation  $D = i - r$  due à cette réfraction.
3. Quelle radiation est la plus déviée ? Relier ce résultat à la dépendance de l'indice avec la longueur d'onde.
4. Pourquoi cette seule réfraction ne suffit-elle pas à expliquer complètement l'arc-en-ciel primaire ? Citer les autres phénomènes subis par un rayon dans une goutte.
5. Une ouverture de diamètre  $a = 0,10 \text{ mm}$  est placée sur le trajet de la lumière. La longueur d'onde est de l'ordre de  $500 \text{ nm}$ . Le modèle de l'optique géométrique vous paraît-il encore pertinent ? Discuter à l'aide du rapport  $a/\lambda$ .

💡 Si vous bloquez...

**Question 1.**  $r_R \simeq 40,6^\circ$  et  $r_V \simeq 40,2^\circ$ .

**Question 4.** Dans une goutte responsable de l'arc primaire, le rayon subit

une réfraction, une réflexion interne puis une seconde réfraction.

**Question 5.** Ici  $a/\lambda \simeq 200$  : la diffraction reste faible, même si elle n'est pas rigoureusement nulle.

## 1.8 Concevoir un réfractomètre

🕒 **Objectif :** analyser les performances et les limites d'un réfractomètre.

On souhaite construire un réfractomètre à réflexion totale capable de mesurer l'indice de liquides compris entre  $n_{\min} = 1,30$  et  $n_{\max} = 1,60$ . Le liquide est mis au contact d'un prisme d'indice  $n_p$ . L'angle critique  $i_c$ , mesuré dans le prisme, vérifie

$$\sin i_c = \frac{n_\ell}{n_p}.$$

Trois matériaux sont disponibles :

| Matériau | $n_p$ |
|----------|-------|
| A        | 1,55  |
| B        | 1,70  |
| C        | 1,85  |

- Éliminer les matériaux qui ne permettent pas de mesurer toute la plage d'indices recherchée.
- Pour chaque matériau restant, calculer l'intervalle d'angles critiques correspondant à  $1,30 \leq n_\ell \leq 1,60$ .
- On appelle sensibilité angulaire la quantité  $S = di_c/dn_\ell$ , et on admet que  $\frac{dx}{d \arcsin x} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ . Montrer que

$$S = \frac{1}{\sqrt{n_p^2 - n_\ell^2}}.$$

- Pour  $n_\ell = 1,45$ , comparer la sensibilité des matériaux utilisables.
- Quel matériau choisiriez-vous si la précision angulaire du dispositif est le critère principal ? Discuter brièvement les autres critères possibles.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.** La réflexion totale exige  $n_p > n_\ell$ . Le matériau A ne couvre donc pas toute la plage.

**Question 2.** Pour B : environ  $49,9^\circ$  à  $70,3^\circ$  ; pour C : environ  $44,7^\circ$  à  $59,9^\circ$ .

**Question 3.** Dériver  $i_c = \arcsin(n_\ell/n_p)$ .

**Question 4.** Le matériau B est plus sensible car son indice est plus proche de celui du liquide.

## 1.9 Quelle fibre optique choisir ?

🕒 **Objectif :** comparer des fibres à saut d'indice selon leur usage.

Trois fibres optiques à saut d'indice, de même longueur  $L$ , sont proposées. Le milieu extérieur est l'air.

| Fibre | $n_c$ | $n_g$ |
|-------|-------|-------|
| A     | 1,460 | 1,455 |
| B     | 1,460 | 1,445 |
| C     | 1,460 | 1,400 |

On rappelle que l'ouverture numérique vaut  $\text{O.N.} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$  et que, dans l'air,  $\sin \theta_{\max} = \text{O.N.}$ .

- Calculer l'ouverture numérique puis le demi-angle du cône d'acceptance de chaque fibre.
- Classer les fibres selon la facilité avec laquelle on peut injecter la lumière dans le cœur.
- Le rayon axial parcourt la distance  $L$ . Le rayon limite parcourt la distance  $L/\cos \alpha_{\max}$  dans le cœur, où  $\alpha_{\max}$  est son angle avec l'axe. Montrer que  $\cos \alpha_{\max} = n_g/n_c$ .
- En déduire l'expression de la dispersion intermodale

$$\Delta t = \frac{L}{c_0} \left( \frac{n_c^2}{n_g} - n_c \right).$$

5. Classer les fibres selon leur dispersion intermodale.
6. Associer, en justifiant les compromis, une fibre à une liaison longue distance, une fibre à un endoscope de courte longueur et une fibre à une liaison devant être facile à connecter.

#### 💡 Si vous bloquez...

**Question 1.** On obtient environ : A, O.N. = 0,121 et  $\theta_{\max} = 6,9^\circ$  ; B, 0,209 et  $12,1^\circ$  ; C, 0,414 et  $24,5^\circ$ .

**Question 3.** À la limite de réflexion totale sur l'interface cœur-gaine, l'angle d'incidence sur la normale vaut  $i_c$  avec  $\sin i_c = n_g/n_c$ . Or  $\alpha_{\max} = 90^\circ - i_c$ .

**Question 5.** Plus l'écart entre  $n_c$  et  $n_g$  est grand, plus la dispersion intermodale est importante.

## 1.10 Le périscope

🎯 **Objectif :** exploiter deux réflexions successives dans un dispositif réel.

Un périscope simple est constitué de deux miroirs plans parallèles, chacun incliné à  $45^\circ$  par rapport à l'axe du tube. Les centres des miroirs sont séparés verticalement d'une distance  $d$ .

1. Construire le trajet d'un rayon horizontal entrant dans le périscope.
2. Montrer que le rayon émergent est parallèle au rayon incident.
3. À l'aide de deux symétries successives, déterminer l'image d'un objet ponctuel placé devant le périscope.
4. Une flèche verticale est-elle renversée par le périscope ? Son image est-elle translatée ?
5. L'ensemble du périscope est tourné rigidement d'un angle  $\varphi$  dans le plan de la figure, sans modifier l'orientation relative des deux miroirs. Déterminer l'angle entre le rayon incident initial, resté horizontal, et le rayon émergent.

#### 💡 Si vous bloquez...

**Question 2.** Deux réflexions sur des droites parallèles sont équivalentes à une translation : la direction finale est inchangée.

**Question 4.** Deux réflexions conservent l'orientation de la flèche dans le plan considéré.

**Question 5.** L'entrée du rayon n'est plus nécessairement compatible avec l'ouverture du tube ; géométriquement, si les deux réflexions ont lieu, le rayon émergent reste parallèle au rayon incident.

## 1.11 Les miroirs d'un kaléidoscope

🎯 **Objectif :** étudier les images successives formées par deux miroirs inclinés.

Deux miroirs plans semi-infinis se coupent suivant une droite et forment, dans une vue en coupe, un angle  $\alpha$ . Un objet ponctuel  $A$  est placé sur la bissectrice de l'angle.

1. Pour  $\alpha = 90^\circ$ , construire toutes les images obtenues par réflexions successives et les placer sur un cercle centré au sommet des miroirs.
2. Reprendre la construction pour  $\alpha = 60^\circ$  puis pour  $\alpha = 45^\circ$ .
3. Compter le nombre d'images distinctes dans chacun des trois cas.
4. Lorsque  $2\pi/\alpha$  est un entier, conjecturer une relation entre ce nombre et  $\alpha$ .
5. Expliquer pourquoi la situation devient plus délicate lorsque  $2\pi/\alpha$  n'est pas entier : certaines images obtenues par des suites différentes de réflexions peuvent ne pas se refermer sur un ensemble fini.
6. Interpréter la composition de deux réflexions successives sur les deux miroirs comme une rotation. Préciser son angle.

#### 💡 Si vous bloquez...

**Question 3.** On obtient respectivement 3, 5 et 7 images distinctes lorsque l'objet est placé sur la bissectrice.

**Question 4.** Dans les cas étudiés,  $N = 2\pi/\alpha - 1$ .

**Question 6.** La composition de deux symétries axiales dont les axes se

coupent sous l'angle  $\alpha$  est une rotation d'angle  $2\alpha$ .

## Problème

### 1.12 Principe de Fermat et loi de Snell-Descartes

**🕒 Objectif :** retrouver la loi de Snell-Descartes à partir du principe de Fermat.

Deux milieux homogènes d'indices  $n_1$  et  $n_2$  sont séparés par un dioptre plan confondu avec l'axe  $(Ox)$ . Un point  $A$  du premier milieu est situé à la hauteur  $h_1$  au-dessus du dioptre, à l'abscisse 0. Un point  $B$  du second milieu est situé à la profondeur  $h_2$ , à l'abscisse  $D > 0$ .

Un trajet brisé relie  $A$  à  $B$  en traversant le dioptre au point  $M$  d'abscisse  $x$ , avec  $0 < x < D$ .

1. Exprimer les distances  $AM$  et  $MB$  en fonction de  $x$ ,  $D$ ,  $h_1$  et  $h_2$ .
2. En utilisant  $c_j = c_0/n_j$ , montrer que la durée du trajet vaut

$$T(x) = \frac{1}{c_0} \left[ n_1 \sqrt{x^2 + h_1^2} + n_2 \sqrt{(D-x)^2 + h_2^2} \right].$$

3. Calculer  $dT/dx$ .
4. On admet le principe de Fermat : parmi les trajets voisins, la lumière suit un trajet stationnaire en durée. Écrire la condition vérifiée par l'abscisse  $x$  réellement choisie.
5. Faire apparaître les angles d'incidence  $i_1$  et de réfraction  $i_2$  et retrouver la loi de Snell-Descartes.
6. Dans le cas particulier  $n_1 = n_2$ , montrer que le trajet est rectiligne.
7. On prend  $n_1 = 1,00$ ,  $n_2 = 1,50$ ,  $h_1 = 2,0$  m,  $h_2 = 1,0$  m et  $D = 4,0$  m. Écrire l'équation vérifiée par  $x$  et déterminer numériquement la position de  $M$  à 1 cm près.

### Si vous bloquez...

**Question 3.** On obtient

$$c_0 \frac{dT}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + h_1^2}} - n_2 \frac{D-x}{\sqrt{(D-x)^2 + h_2^2}}.$$

**Question 5.** Reconnaitre  $\sin i_1 = x/AM$  et  $\sin i_2 = (D-x)/MB$ .

**Question 7.** L'équation est

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} = 1,5 \frac{4-x}{\sqrt{(4-x)^2 + 1}}.$$

On trouve  $x \simeq 3,31$  m.

## Chapitre 2 : Lentilles minces

### Capacités exigibles et exercices associés

| Capacités exigibles                                                                                                               | Exercice(s)                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss et relier le stigmatisme approché aux caractéristiques d'un détecteur.         | 2.2, 2.9                      |
| Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie par une lentille convergente ou divergente et préciser sa nature. | 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.7       |
| Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement de Descartes et de Newton.                                              | 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.10 |
| Établir et exploiter la condition de formation d'une image réelle sur un écran.                                                   | 2.5, 2.6                      |
| Modéliser un appareil photographique par une lentille et un capteur ; exploiter une construction de profondeur de champ.          | 2.8, 2.9, 2.10                |

### Questions de cours

#### À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- ☐ Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss, définir le stigmatisme et donner le lien entre ces deux notions.
- ☐ Décrire et tracer les trois rayons particuliers d'une lentille convergente, en nommant explicitement les points particuliers de cette lentille. Définir et donner le signe de la distance focale de cette lentille.
- ☐ Décrire et tracer les trois rayons particuliers d'une lentille divergente, en nommant explicitement les points particuliers de cette lentille. Définir et donner le signe de la distance focale de cette lentille.
- ☐ Définir le grandissement transversal d'un objet  $AB$  par un système optique. Que renseignent son signe et sa valeur ? À l'aide d'un schéma, démontrer succinctement les formules de grandissement de Newton et Descartes.

- ☐  Soit une lentille convergente ( $\mathcal{L}$ ), et un objet réel  $AB$  entre le foyer objet et le centre optique. Construire l'image  $A'B'$  de  $AB$  par ( $\mathcal{L}$ ). Préciser si l'image est virtuelle ou réelle. Que modélise-t-on ?
- ☐  Soit une lentille divergente ( $\mathcal{L}$ ), et un objet réel  $AB$  entre en amont du foyer image. Construire l'image  $A'B'$  de  $AB$  par ( $\mathcal{L}$ ). Préciser si l'image est virtuelle ou réelle.
- ☐  On rappelle la relation de conjugaison de Descartes :  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ . En déduire que la distance objet-écran doit être supérieure à  $4f'$  pour observer une image réelle par une lentille mince.
- ☐  Définir puis construire géométriquement la profondeur de champ pour un appareil photographique.

### Exercices

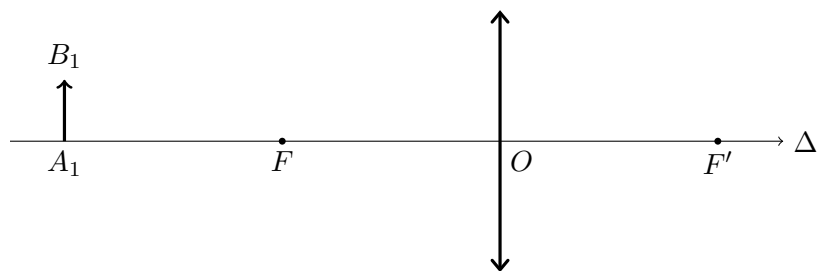
#### 2.1 Constructions élémentaires avec une lentille mince

🎯 **Objectif** : construire l'image d'un objet par une lentille unique et vérifier la construction à l'aide des relations de conjugaison et de grandissement.

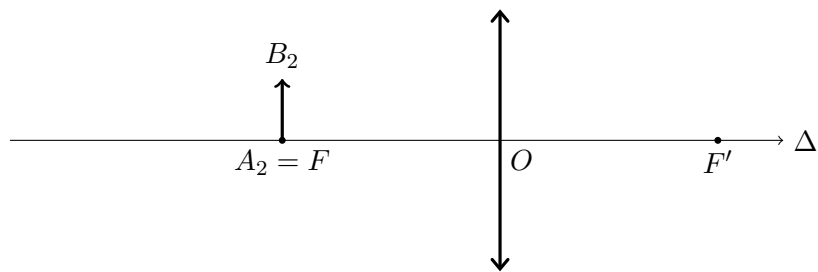
Pour chacune des situations ci-après :

1. construire l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à l'aide d'au moins deux rayons particuliers ;
2. préciser la position et la nature de l'image, puis indiquer si elle est droite ou renversée, agrandie ou réduite ;
3. calculer  $\overline{OA'}$  à l'aide de la relation de conjugaison de Descartes, puis le grandissement transversal  $\gamma$  ;
4. comparer les résultats du calcul à la construction géométrique.

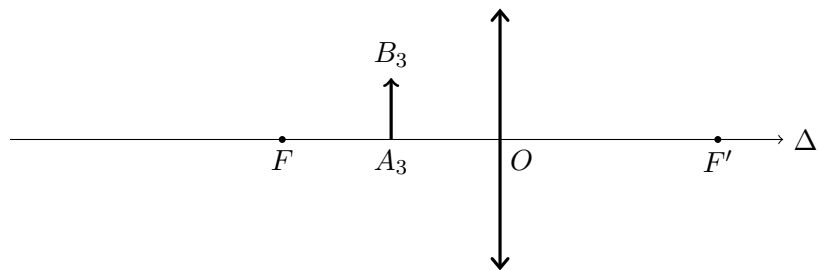
**A. Lentille convergente.** La distance focale image vaut  $f' = 4,0$  cm et la hauteur de l'objet vaut  $\overline{AB} = 1,0$  cm.



Cas 1 :  $\overline{OA_1} = -8,0$  cm.

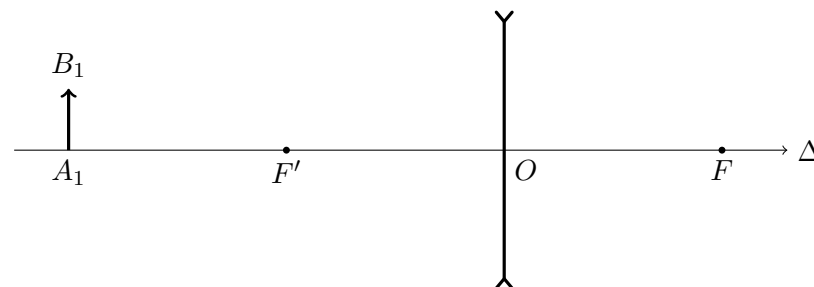


Cas 2 :  $\overline{OA_2} = -4,0$  cm.

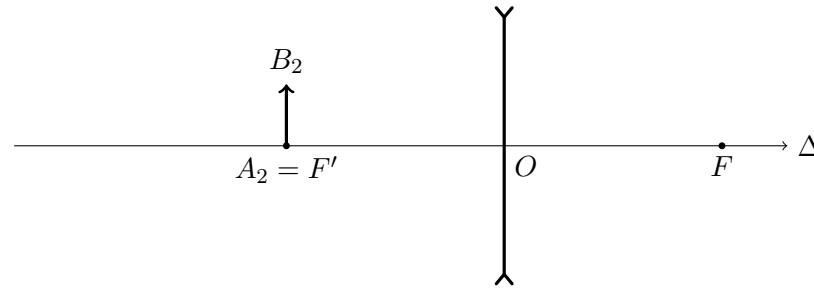


Cas 3 :  $\overline{OA_3} = -2,0$  cm.

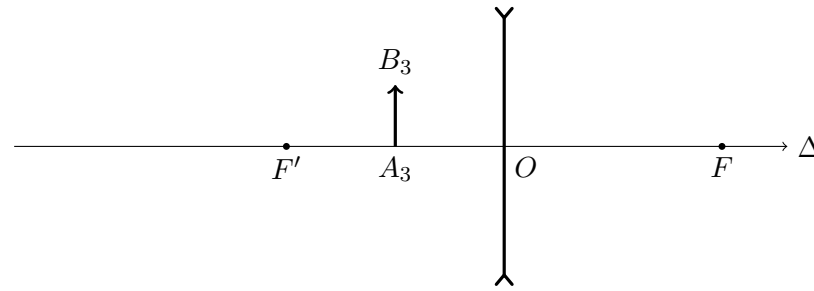
**B. Lentille divergente.** La distance focale image vaut  $f' = -4,0$  cm et la hauteur de l'objet vaut  $\overline{AB} = 1,0$  cm.



Cas 1 :  $\overline{OA_1} = -8,0$  cm.



Cas 2 :  $\overline{OA_2} = -4,0$  cm.



Cas 3 :  $\overline{OA_3} = -2,0$  cm.

💡 Si vous bloquez...

**Question A1.**  $\overline{OA'} = 8,0$  cm et  $\gamma = -1$ .

**Question A2.** Un objet placé dans le plan focal objet a son image à

l'infini. Les rayons émergents sont parallèles.

**Question A3.**  $\overline{OA'} = -4,0 \text{ cm}$  et  $\gamma = +2$ . Les prolongements permettant de construire l'image virtuelle doivent être tracés en pointillés.

**Question B1.**  $\overline{OA'} = -2,7 \text{ cm}$  et  $\gamma = 0,33$ .

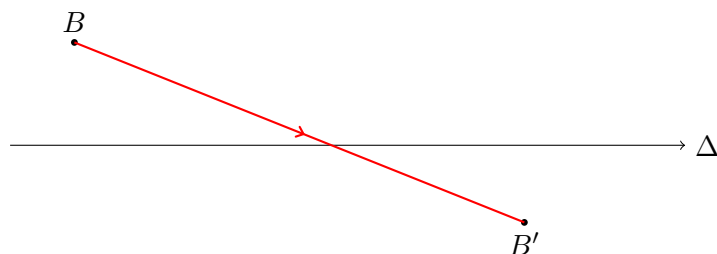
**Question B2.**  $\overline{OA'} = -2,0 \text{ cm}$  et  $\gamma = 0,50$ .

**Question B3.**  $\overline{OA'} = -1,3 \text{ cm}$  et  $\gamma = 0,67$ .

## 2.2 Retrouver les caractéristiques d'une lentille —

☉ **Objectif :** retrouver géométriquement les caractéristiques d'une lentille à partir d'un rayon non dévié.

On a représenté, dans les conditions de Gauss, un objet ponctuel  $B$ , son image  $B'$  et un rayon lumineux issu de  $B$  qui traverse une lentille mince sans être dévié. L'axe optique est horizontal, mais la lentille et ses foyers ne sont pas indiqués.



1. Déterminer graphiquement la position du centre optique  $O$ .
2. Proposer une construction permettant de déterminer la position de la lentille.
3. Construire le foyer image  $F'$  en utilisant un rayon incident parallèle à l'axe.
4. Construire le foyer objet  $F$  par retour inverse de la lumière.
5. La lentille est-elle convergente ou divergente ? L'image est-elle réelle ou virtuelle ?

6. Expliquer pourquoi la construction n'aurait pas de sens si les rayons utilisés s'écartaient fortement de l'axe optique.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.** Le rayon non dévié passe nécessairement par le centre optique ;  $O$  est son intersection avec l'axe.

**Question 3.** Tracer depuis  $B$  un rayon parallèle à l'axe jusqu'au plan de la lentille, puis le relier à  $B'$ . Son intersection avec l'axe donne  $F'$ .

## 2.3 Une lentille divergente —

☉ **Objectif :** construire et caractériser l'image donnée par une lentille divergente.

Une lentille mince divergente de distance focale image  $f' = -8,0 \text{ cm}$  est placée en  $O$ . Un objet réel  $AB$  de hauteur  $2,0 \text{ cm}$  est placé à  $\overline{OA} = -24 \text{ cm}$ .

1. Réaliser une construction à l'échelle de l'image  $A'B'$  à l'aide de deux rayons particuliers.
2. Préciser si l'image est réelle ou virtuelle, droite ou renversée, agrandie ou réduite.
3. Déterminer  $\overline{OA'}$  à l'aide de la relation de Descartes.
4. Calculer le grandissement puis la taille de l'image.
5. Vérifier la cohérence entre les résultats numériques et la construction.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 3.** On doit obtenir  $\overline{OA'} = -6,0 \text{ cm}$ .

**Question 4.**  $\gamma = \overline{OA'}/\overline{OA} = +0,25$ , donc  $A'B' = 0,50 \text{ cm}$ .

## 2.4 Où placer la lentille ?

🎯 **Objectif** : choisir la position d'une lentille pour obtenir une image imposée.

Un objet réel  $AB$  et son image réelle renversée  $A'B'$  par une lentille convergente sont représentés sur un écran. La distance objet-écran vaut  $D = 90 \text{ cm}$  et le grandissement vaut  $\gamma = -2,0$ .

1. À partir de la formule du grandissement, exprimer directement les mesures algébriques  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  en fonction de  $D$  et de  $\gamma$ .
2. En déduire la position de la lentille entre l'objet et l'écran.
3. Calculer sa distance focale image.
4. Construire graphiquement la position du centre optique et des foyers à partir de l'objet et de l'image.
5. Existe-t-il une seconde position de la même lentille donnant une image nette sur le même écran ? Quel serait alors le grandissement ?

### Si vous bloquez...

**Question 1.** Poser  $x = -\overline{OA} > 0$  et  $x' = \overline{OA'} > 0$  :  $x + x' = D$  et  $\gamma = -x'/x$ .

**Question 2.** On trouve  $\overline{OA} = -30 \text{ cm}$  et  $\overline{OA'} = 60 \text{ cm}$ .

**Question 3.**  $f' = xx'/(x + x') = 20 \text{ cm}$ .

**Question 5.** Échanger les valeurs positives  $-\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  laisse la conjugaison inchangée ; le nouveau grandissement vaut  $-1/2$ .

## 2.5 Méthode de Bessel

🎯 **Objectif** : établir et exploiter la méthode de Bessel.

Un objet lumineux et un écran sont séparés par une distance fixe  $D$ . Une lentille convergente de focale inconnue peut être déplacée entre eux. Pour  $D > 4f'$ , deux positions de la lentille donnent une image nette. On note  $d$  la distance entre ces deux positions.

1. On pose  $x = -\overline{OA} > 0$ , où  $O$  est le centre optique et  $A$  le point objet. Établir l'équation vérifiée par  $x$ .
2. Montrer que les deux solutions  $x_1$  et  $x_2$  vérifient  $x_1 + x_2 = D$  et  $|x_2 - x_1| = d$ .
3. Démontrer la formule de Bessel

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}.$$

4. Une expérience donne  $D = 1,20 \text{ m}$  et  $d = 72,0 \text{ cm}$ . Calculer  $f'$ .
5. Déterminer les deux grandissements et montrer que leur produit vaut 1 en valeur absolue.

### Si vous bloquez...

**Question 1.** Comme  $\overline{OA'} = D - x$ , la conjugaison donne  $x(D - x) = f'D$ .

**Question 3.** Les solutions sont  $(D - d)/2$  et  $(D + d)/2$ .

**Question 4.** On trouve  $f' = 19,2 \text{ cm}$ .

## 2.6 Un vidéoprojecteur

🎯 **Objectif** : dimensionner un système de projection à une lentille.

Une matrice lumineuse rectangulaire de largeur  $\ell = 12 \text{ mm}$  doit former sur un écran une image de largeur  $L = 2,40 \text{ m}$ . L'écran est situé à  $D = 4,00 \text{ m}$  de la matrice. Le système est modélisé par une lentille mince convergente placée entre la matrice et l'écran.

1. Déterminer le grossissement transversal nécessaire.
2. En déduire les distances objet–lentille et lentille–écran.
3. Calculer la distance focale de la lentille.
4. L'image obtenue est-elle droite ou renversée ? Comment un vidéoprojecteur réel tient-il compte de ce résultat ?
5. On éloigne l'écran sans déplacer la matrice. Dans quel sens faut-il déplacer la lentille pour refaire la mise au point ?

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.** L'image réelle est renversée :  $\gamma = -L/\ell = -200$ .

**Question 2.** En posant  $x = -\overline{OA} > 0$  et  $x' = \overline{OA'} > 0$ , on a  $x' = 200x$  et  $x + x' = D$ . On trouve  $\overline{OA} \approx -1,99 \text{ cm}$  et  $\overline{OA'} \approx 3,98 \text{ m}$ .

**Question 3.**  $f' \approx 1,98 \text{ cm}$ .

4. Sans loupe, l'objet est placé à la distance minimale de vision distincte  $d_m = 25 \text{ cm}$ . Sous quel angle  $\alpha_0$  est-il vu ?
5. On définit le grossissement commercial par  $G = \alpha/\alpha_0$  lorsque l'objet est placé dans le plan focal objet de la loupe. Montrer que  $G \approx d_m/f'$  et calculer sa valeur.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 2.** On trouve  $\overline{OA'} = -20 \text{ cm}$  et  $\gamma = +5$ .

**Question 3.** Pour de petits angles et un œil proche de la lentille,  $\alpha \approx AB/|OA|$ .

**Question 5.** Dans le plan focal objet, les rayons émergent parallèles et  $\alpha \approx AB/f'$ . Ici  $G \approx 5$ .

## 2.7 Une loupe

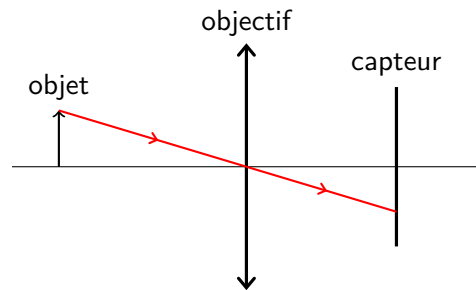
🎯 **Objectif** : étudier le fonctionnement et le grossissement d'une loupe.

Une loupe est modélisée par une lentille convergente de distance focale  $f' = 5,0 \text{ cm}$ . Un objet de hauteur  $5,0 \text{ mm}$  est placé à  $4,0 \text{ cm}$  en amont de la lentille.

1. Construire l'image et préciser sa nature.
2. Calculer la position et la taille de l'image.
3. L'œil est placé juste derrière la lentille. Sous quel angle approximatif  $\alpha$  l'objet est-il vu à travers la loupe ?

## 2.8 Mise au point d'un appareil photographique – 🔒

🎯 **Objectif** : modéliser la mise au point d'un appareil photographique.



L'objectif d'un appareil photographique est assimilé à une lentille mince convergente de distance focale  $f' = 50$  mm. La mise au point s'effectue en déplaçant l'objectif par rapport au capteur.

1. À quelle distance du capteur doit se trouver l'objectif pour photographier un paysage situé à l'infini ?
2. Calculer cette distance pour un portrait situé à 2,0 m.
3. En déduire la course mécanique minimale entre la mise au point à l'infini et à 2,0 m.
4. Le capteur mesure 36 mm de large. Calculer la largeur du champ photographié à 2,0 m, en négligeant les effets de perspective.
5. Pourquoi la mise au point devient-elle mécaniquement plus exigeante en macrophotographie ? Illustrer avec un objet placé à  $2f'$ .

🔒 **Si vous bloquez...**

**Question 2.**  $\overline{OA'} = \frac{f'|\overline{OA}|}{|\overline{OA}| - f'} \approx 51,3$  mm.

**Question 3.** La course vaut environ 1,3 mm.

**Question 4.** Utiliser  $|\gamma| = |\overline{OA'}/\overline{OA}|$  : la largeur photographiée est environ 1,40 m.

**Question 5.** Pour  $\overline{OA} = -2f'$ , on a  $\overline{OA'} = 2f'$  : l'objectif doit s'éloigner

du capteur de  $f'$ .

## 2.9 Profondeur de champ et diaphragme — 🔒

🎯 **Objectif** : relier ouverture du diaphragme et profondeur de champ.

Un appareil photographique est modélisé par une lentille mince de focale  $f' = 50$  mm, munie d'un diaphragme de diamètre  $D_d$ . Le capteur est réglé pour faire la mise au point sur un objet  $A_0$  tel que  $\overline{OA_0} = -2,00$  m. Une tache de diamètre inférieur à  $c = 30$   $\mu$ m sur le capteur est considérée comme ponctuelle.

Pour un objet  $A$ , on pose  $x = -\overline{OA} > 0$  et  $x' = \overline{OA'} > 0$ . La relation de conjugaison donne  $x' = f'x/(x - f')$ . Le capteur reste cependant placé à la distance  $x'_0 = \overline{OA'_0}$ .

1. Calculer la position  $x'_0 = \overline{OA'_0}$  du capteur.
2. À l'aide de triangles semblables, montrer que le diamètre  $d$  de la tache formée sur le capteur vérifie

$$d = D_d \left| 1 - \frac{x'_0}{x'} \right|.$$

3. En déduire la condition portant sur  $x' = \overline{OA'}$  pour que l'image soit considérée comme nette.
4. On prend  $D_d = 12,5$  mm, correspondant à une ouverture  $N = f'/D_d = 4$ . Calculer les distances du premier et du dernier plan nets.
5. Reprendre le calcul pour  $N = 8$ . Comment évolue la profondeur de champ lorsque l'on ferme le diaphragme ?
6. Expliquer le compromis entre profondeur de champ et durée d'exposition.

🔒 **Si vous bloquez...**

**Question 1.**  $x'_0 \approx 51,28$  mm.

**Question 2.** Le cône lumineux a pour diamètre  $D_d$  dans le plan de la lentille et un diamètre nul dans le plan image d'abscisse  $x' = \overline{OA'}$ .

**Question 4.** Pour  $N = 4$ , on trouve environ un premier plan net à 1,83 m et un dernier plan net à 2,21 m.

**Question 5.** Pour  $N = 8$ , on trouve environ 1,68 m à 2,46 m.

## 2.10 Macrophotographie et bague-allonge

🎯 **Objectif :** analyser l'effet d'une bague-allonge en macrophotographie.

Un objectif de focale  $f' = 60$  mm est normalement réglé pour former sur le capteur l'image d'un objet situé à l'infini. On intercale entre l'objectif et le boîtier une bague-allonge de longueur  $e$ , de sorte que la distance lentille–capteur vaut désormais  $f' + e$ .

1. Montrer que la distance objet permettant la mise au point est

$$\overline{OA} = -\frac{f'(f' + e)}{e}.$$

2. Montrer que la valeur absolue du grandissement est  $|\gamma| = e/f'$ .
3. Quelle bague-allonge faut-il utiliser pour obtenir un grandissement  $|\gamma| = 0,50$  ? À quelle distance de la lentille se trouve alors l'objet ?
4. Pour obtenir le rapport 1 :1, quelle extension et quelle distance objet sont nécessaires ?
5. Expliquer pourquoi l'ajout d'une bague-allonge diminue fortement la luminosité reçue par le capteur.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.** Utiliser  $\overline{OA'} = f' + e$  dans la relation de conjugaison.

**Question 2.** Utiliser  $|\gamma| = |\overline{OA'}/\overline{OA}|$ .

**Question 3.**  $e = 30$  mm et  $\overline{OA} = -180$  mm.

**Question 4.** Il faut  $e = f' = 60$  mm et  $\overline{OA} = -2f' = -120$  mm.

## Chapitre 3 : Associations de lentilles minces

### Capacités exigibles et exercices associés

| Capacités exigibles                                                                                                                  | Exercice(s)                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Construire successivement les images formées par plusieurs lentilles et déterminer le grandissement total.                           | 3.1, 3.2, 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 |
| Exploiter la vergence équivalente de lentilles accolées.                                                                             | 3.3, 3.5, 3.6                 |
| Modéliser l'œil réduit et exploiter les notions d'accommodation, de punctum proximum, de punctum remotum et de résolution angulaire. | 3.4, 3.5, 3.6                 |
| Étudier des instruments afocaux et déterminer leur grossissement angulaire.                                                          | 3.2, 3.7, 3.8, 3.10, 3.11     |

### Questions de cours

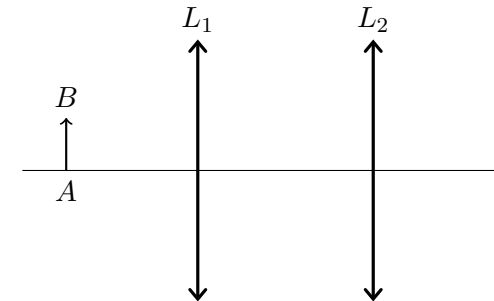
À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- ☐ Définir le modèle de l'œil réduit (on expliquera ce que modélise chaque élément), et expliquer en quoi consiste le phénomène d'accommodation.
- ☐ Définir le punctum remotum, le punctum proximum et la résolution angulaire d'un œil. Donner leurs valeurs dans le cas d'un œil emmétrope.
- ☐ Construire l'image d'un objet à l'infini par l'association d'une lentille divergente et d'un œil myope, de telle manière à ce que l'œil n'ait pas besoin d'accommoder.
- ☐ Soient deux lentilles minces accolées, de distances focales respectives  $f'_1 = 20 \text{ cm}$  et  $f'_2 = -5 \text{ cm}$ . Quelle est la distance focale  $f'$  équivalente de cet ensemble ?

### Exercices

#### 3.1 Deux lentilles successives

🎯 **Objectif** : déterminer successivement les images données par deux lentilles.



Deux lentilles convergentes  $L_1$  et  $L_2$  ont pour distances focales respectives  $f'_1 = 10 \text{ cm}$  et  $f'_2 = 15 \text{ cm}$ . Leurs centres sont séparés par  $\overline{O_1O_2} = 40 \text{ cm}$ . Un objet réel  $AB$  est placé à  $\overline{O_1A} = -30 \text{ cm}$ .

**Les quatre premières questions sont à effectuer par le calcul uniquement.**

1. Déterminer la position  $A_1$  de l'image formée par  $L_1$ .
2. Pour  $L_2$ , le point  $A_1$  constitue-t-il un objet réel ou virtuel ? Déterminer  $\overline{O_2A_1}$ .
3. Déterminer la position  $A'$  de l'image finale.
4. Calculer les grandissements  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  et le grandissement total.
5. Réaliser une construction à l'échelle et vérifier la nature et l'orientation de l'image finale.

💡 Si vous bloquez...

**Question 1.**  $\overline{O_1 A_1} = 15 \text{ cm}$ .

**Question 2.**  $A_1$  est situé à gauche de  $L_2$  :  $\overline{O_2 A_1} = -25 \text{ cm}$ .

**Question 3.**  $\overline{O_2 A'} = 37,5 \text{ cm}$ .

**Question 4.**  $\gamma_1 = -0,50$ ,  $\gamma_2 = -1,50$  et  $\gamma = +0,75$ .

### 3.2 Construire un système afocal

🎯 **Objectif** : établir la condition pour qu'une association de deux lentilles soit afocale.

Deux lentilles convergentes  $L_1$  et  $L_2$ , de focales  $f'_1$  et  $f'_2$ , sont placées sur le même axe. Un faisceau incident parallèle, incliné d'un petit angle  $\alpha$ , traverse successivement les deux lentilles.

1. Où  $L_1$  forme-t-elle l'image intermédiaire d'un objet situé à l'infini ?
2. Quelle condition sur la distance  $O_1 O_2$  faut-il imposer pour que le faisceau émergent de  $L_2$  soit à nouveau parallèle ?
3. Un tel système est dit afocal : justifier ce nom. Construire le trajet d'un rayon passant par  $O_1$ .
4. Montrer, dans l'approximation des petits angles, que l'angle émergent  $\alpha'$  vérifie

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}.$$

5. Interpréter le signe et la valeur absolue de ce rapport.

💡 Si vous bloquez...

**Question 2.** Le plan focal image de  $L_1$  doit coïncider avec le plan focal objet de  $L_2$  :  $O_1 O_2 = f'_1 + f'_2$ .

**Question 4.** La hauteur de l'image intermédiaire vaut à la fois  $f'_1 \alpha$  et  $-f'_2 \alpha'$ .

### 3.3 Lentilles accolées et vergence

🎯 **Objectif** : exploiter l'addition des vergences de lentilles accolées.

On accole deux lentilles minces de vergences  $V_1 = +5,0 \delta$  et  $V_2 = -2,0 \delta$ .

1. Déterminer la vergence et la distance focale image de l'ensemble.
2. L'association est-elle convergente ou divergente ?
3. Un objet est placé à 50 cm en amont de l'ensemble. Déterminer la position et la nature de son image.
4. On remplace la seconde lentille par une lentille de vergence inconnue pour obtenir une focale équivalente de 50 cm. Déterminer cette vergence.
5. Pourquoi ne peut-on pas additionner directement les distances focales ?

💡 Si vous bloquez...

**Question 1.**  $V = +3,0 \delta$  et  $f' = 33,3 \text{ cm}$ .

**Question 3.**  $\overline{OA'} = 1,00 \text{ m}$  : l'image est réelle.

**Question 4.** La vergence équivalente recherchée vaut  $+2,0 \delta$ , donc  $V_2 = -3,0 \delta$ .

### 3.4 Accommodation de l'œil réduit

🎯 **Objectif** : quantifier l'accommodation d'un œil réduit.

Un œil emmétrope est modélisé par une lentille convergente de distance focale variable et une rétine située à une distance fixe  $d = 17,0 \text{ mm}$  du centre optique.

1. Déterminer la distance focale et la vergence de l'œil au repos lorsqu'il observe un objet à l'infini.
2. Calculer la distance focale nécessaire pour observer nettement un objet placé au punctum proximum  $PP = 25 \text{ cm}$ .
3. En déduire l'amplitude d'accommodation, définie comme la différence entre les vergences maximale et minimale.
4. Une personne ne peut plus augmenter la vergence de son œil que de  $2,0 \delta$  par rapport à l'œil au repos. Déterminer son nouveau punctum proximum.
5. Associer cette diminution de l'accommodation à un défaut courant de la vision.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.**  $f'_\infty = d$  et  $V_{\min} \simeq 58,8 \delta$ .

**Question 2.** Avec  $\overline{OA} = -25 \text{ cm}$  et  $\overline{OA'} = d$ , on trouve  $V_{\max} \simeq 62,8 \delta$ .

**Question 3.** L'amplitude d'accommodation vaut environ  $4,0 \delta$ .

**Question 4.** Le punctum proximum devient  $50 \text{ cm}$ .

### 3.5 Corriger une myopie

🎯 **Objectif** : déterminer la correction optique d'un œil myope.

Une personne myope possède un punctum remotum situé à  $PR = 50 \text{ cm}$  devant son œil. On suppose que les lunettes sont accolées à l'œil et que celui-ci n'accommode pas lorsqu'il observe un objet lointain.

1. Pour que l'œil voie nettement un objet situé à l'infini, où les lunettes doivent-elles en former l'image ?
2. En déduire la distance focale puis la vergence du verre correcteur.

3. Le verre est-il convergent ou divergent ?
4. Une correction de  $-2,0 \delta$  est-elle cohérente avec la valeur du punctum remotum ?
5. Les lunettes sont maintenant situées à  $e = 12 \text{ mm}$  devant l'œil. Déterminer la vergence exacte nécessaire en tenant compte de cette distance.

💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.** Le verre doit former de l'objet à l'infini une image virtuelle située au punctum remotum.

**Question 2.** Pour des lunettes accolées,  $f' = -PR = -50 \text{ cm}$  et  $V = -2,0 \delta$ .

**Question 5.** L'image doit être à  $50 \text{ cm}$  devant l'œil, soit à  $48,8 \text{ cm}$  devant le verre :  $V \simeq -2,05 \delta$ .

### 3.6 Hypermétropie et lecture

🎯 **Objectif** : étudier la correction d'un œil hypermétrope pour la vision de près.

Une personne hypermétrope ne peut voir nettement, même en accommodant au maximum, un objet plus proche que  $PP = 80 \text{ cm}$ . Elle souhaite lire à  $d = 25 \text{ cm}$ . Les lunettes sont supposées accolées à l'œil.

1. Où le verre correcteur doit-il former l'image virtuelle du texte situé à  $25 \text{ cm}$  ?
2. Déterminer la distance focale et la vergence nécessaires pour la vision de près.
3. Le verre est-il convergent ou divergent ?
4. Un verre de lecture de  $+2,75 \delta$  conviendrait-il ?
5. Expliquer pourquoi une personne presbyte peut avoir besoin de verres différents pour la vision de loin et la vision de près.

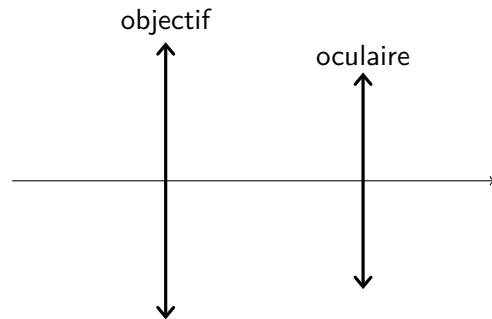
💡 **Si vous bloquez...**

**Question 1.** L'image du texte doit se trouver au punctum proximum, donc à  $\overline{OA'} = -80 \text{ cm}$ .

**Question 2.**  $V = 1/0,25 - 1/0,80 = +2,75 \delta$ .

### 3.7 Lunette astronomique de Kepler

◎ **Objectif** : construire et caractériser une lunette astronomique de Kepler.



Une lunette astronomique de Kepler est constituée de deux lentilles convergentes : un objectif de focale  $f'_1 = 80 \text{ cm}$  et un oculaire de focale  $f'_2 = 4,0 \text{ cm}$ . Elle est réglée pour être afocale.

1. Déterminer la distance entre les deux lentilles.
2. Un astre est vu sous un petit angle  $\alpha$ . Construire l'image intermédiaire dans le plan focal commun.
3. Montrer que le grossissement angulaire vaut

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}.$$

4. Calculer  $G$  et interpréter son signe.
5. La Lune a un diamètre angulaire d'environ  $0,50^\circ$ . Sous quel angle apparent est-elle vue à travers la lunette ?
6. Pourquoi un réglage afocal est-il confortable pour l'observateur ?

💡 Si vous bloquez...

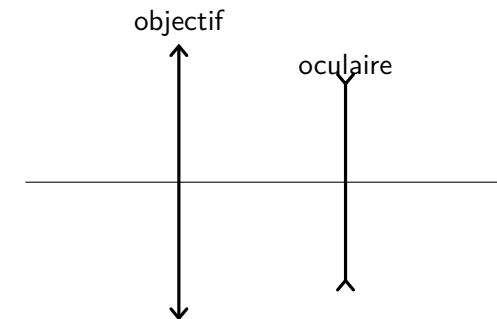
**Question 1.**  $O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 84 \text{ cm}$ .

**Question 4.**  $G = -20$  : l'image est renversée et l'angle apparent est multiplié par 20.

**Question 5.** La Lune est vue sous un angle d'environ  $10^\circ$ .

### 3.8 Lunette de Galilée

◎ **Objectif** : comparer la lunette de Galilée à la lunette de Kepler.



Une lunette de Galilée associe un objectif convergent de focale  $f'_1 > 0$  et un oculaire divergent de focale  $f'_2 < 0$ .

1. Déterminer la distance  $O_1O_2$  pour que le système soit afocal.
2. Construire le trajet d'un faisceau incident parallèle incliné d'un petit angle  $\alpha$ .
3. Montrer que le grossissement angulaire vaut encore  $G = -f'_1/f'_2$ .
4. Expliquer pourquoi l'image finale est droite dans ce cas.
5. On prend  $f'_1 = 40 \text{ cm}$  et  $f'_2 = -5,0 \text{ cm}$ . Calculer la longueur et le grossissement de la lunette.
6. Comparer les avantages et inconvénients des lunettes de Galilée et de Kepler.

🔗 Si vous bloquez...

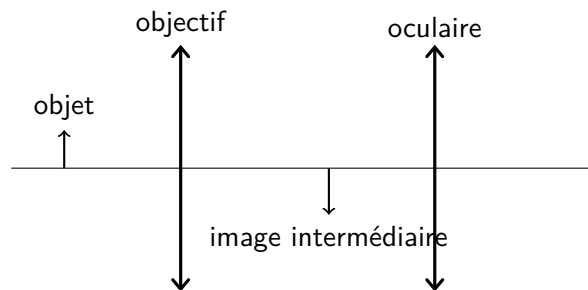
**Question 1.** Le foyer image de l'objectif doit coïncider avec le foyer objet de l'oculaire divergent :  $O_1O_2 = f'_1 + f'_2$ .

**Question 5.** La longueur vaut 35 cm et  $G = +8$ .

**Question 6.** La lunette de Galilée est plus courte et donne une image droite, mais son champ est généralement plus réduit.

### 3.9 Un microscope simplifié

🎯 **Objectif** : décomposer le fonctionnement d'un microscope simplifié.



Un microscope est constitué d'un objectif convergent  $L_1$  de focale  $f'_1 = 4,0$  mm et d'un oculaire convergent  $L_2$  de focale  $f'_2 = 25$  mm. La distance entre le foyer image  $F'_1$  de l'objectif et le foyer objet  $F_2$  de l'oculaire, appelée intervalle optique, vaut  $\Delta = 160$  mm.

L'objet  $AB$  est placé légèrement en amont du foyer objet de l'objectif, de sorte que l'image intermédiaire  $A_1B_1$  se forme dans le plan focal objet de l'oculaire.

1. Expliquer pourquoi l'image finale est située à l'infini.
2. Montrer, dans l'approximation où  $|\overline{F_1A}| \ll f'_1$ , que le grandissement transversal de l'objectif est approximativement  $\gamma_1 \simeq -\Delta/f'_1$ .
3. L'oculaire est utilisé comme une loupe. Rappeler son grossissement commercial  $G_2 \simeq d_m/f'_2$ , avec  $d_m = 25$  cm.

4. On définit le grossissement commercial du microscope par  $G_c = \gamma_1 G_2$ . Calculer sa valeur absolue.
5. Décrire l'orientation de l'image finale et expliquer pourquoi l'œil n'accomode pas.

🔗 Si vous bloquez...

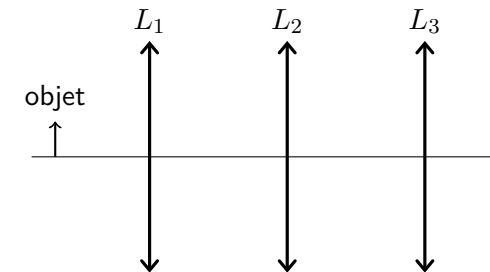
**Question 1.** L'image intermédiaire est placée dans le plan focal objet de l'oculaire ; les rayons émergent donc parallèles.

**Question 2.** Utiliser la formule de grandissement de Newton :  $\gamma_1 = f'_1/\overline{F_1A}$  et la conjugaison de Newton pour relier  $\overline{F_1A}$  à  $\Delta$ .

**Question 4.**  $|\gamma_1| \simeq 40$ ,  $G_2 \simeq 10$  et  $|G_c| \simeq 400$ .

### 3.10 Une lunette terrestre à trois lentilles

🎯 **Objectif** : suivre les images intermédiaires dans une association de trois lentilles.



Une lunette de Kepler donne une image renversée. Pour l'observation terrestre, on ajoute entre l'objectif  $L_1$  et l'oculaire  $L_3$  une lentille convergente  $L_2$ , dite lentille redresseuse. Cette lentille forme de la première image intermédiaire une seconde image réelle renversée, de même taille.

1. À quelle distance de  $L_2$  doit se trouver la première image pour que la seconde image soit réelle, renversée et de même taille ?
2. Quelle est alors la distance entre les deux images intermédiaires ?
3. Montrer que deux renversements successifs redonnent une image finale droite par rapport à l'objet lointain.

4. L'objectif et l'oculaire ont pour focales  $f'_1 = 60 \text{ cm}$  et  $f'_3 = 3,0 \text{ cm}$ . La lentille redresseuse a une focale  $f'_2 = 5,0 \text{ cm}$ . Déterminer la longueur totale de la lunette réglée afocale.
5. Le grossissement angulaire est-il modifié par la lentille redresseuse dans la configuration choisie ?

💡 Si vous bloquez...

**Question 1.** Pour une image de même taille, l'objet et l'image de  $L_2$  sont situés à  $2f'_2$  de part et d'autre.

**Question 4.** La distance objectif-oculaire vaut  $f'_1 + 4f'_2 + f'_3 = 83 \text{ cm}$ .

**Question 5.** La lentille redresseuse a un grandissement transversal  $-1$  ; elle change l'orientation, pas la valeur absolue du grossissement angulaire.

## Problème

### 3.11 Concevoir une lunette astronomique

🕒 **Objectif :** concevoir une lunette astronomique à partir de contraintes expérimentales.

Un club d'astronomie dispose d'un objectif convergent de diamètre  $D = 80 \text{ mm}$  et de distance focale  $f'_1 = 900 \text{ mm}$ . Trois oculaires convergents sont disponibles :

$$f'_2 = 25 \text{ mm}, \quad 10 \text{ mm}, \quad 5 \text{ mm}.$$

On souhaite observer Jupiter avec une lunette de Kepler afocale. Le diamètre angulaire de Jupiter est pris égal à  $\theta_J = 40''$ . La résolution angulaire de l'œil vaut environ  $\theta_{\text{œil}} = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$ . On admet que la diffraction de l'objectif limite la résolution de la lunette à

$$\theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

avec  $\lambda = 550 \text{ nm}$ .

1. Pour chaque oculaire, calculer la longueur de la lunette et la valeur absolue du grossissement.

2. Calculer l'angle apparent de Jupiter pour chaque oculaire. Avec lequel ou lesquels l'œil peut-il théoriquement distinguer un disque plutôt qu'un point ?
3. Calculer la limite de résolution angulaire imposée par la diffraction de l'objectif.
4. En déduire le grossissement minimal permettant à l'œil d'exploiter toute la résolution de l'objectif, défini approximativement par  $G_{\min} = \theta_{\text{œil}}/\theta_{\min}$ .
5. Comparer ce grossissement aux oculaires proposés.
6. On appelle grossissement maximal utile la valeur pour laquelle l'image de la tache de diffraction atteint juste la résolution de l'œil. Expliquer pourquoi augmenter encore le grossissement n'apporte plus de détail.
7. Le club souhaite une lunette plus courte sans modifier le grossissement fourni par l'oculaire de  $10 \text{ mm}$ . Proposer une modification des focales de l'objectif et de l'oculaire conservant le rapport  $f'_1/f'_2$ .
8. Un renvoi coudé constitué d'un prisme à réflexion totale est placé après l'oculaire. Quelles propriétés du chapitre 1 permettent de justifier son utilisation ?

💡 Si vous bloquez...

**Question 1.** Les grossissements valent 36, 90 et 180 ; les longueurs valent respectivement 925 mm, 910 mm et 905 mm.

**Question 2.**  $\theta_J \simeq 1,94 \times 10^{-4} \text{ rad}$  avant grossissement.

**Question 3.**  $\theta_{\min} \simeq 8,4 \times 10^{-6} \text{ rad}$ , soit environ  $1,7''$ .

**Question 4.**  $G_{\min} \simeq 36$ .

**Question 6.** Au-delà, on agrandit essentiellement la figure de diffraction sans révéler de nouvelle information spatiale.