

# 1 Lois et limites de l'optique géométrique

■ À revoir

■ Maîtrisé

L'optique géométrique modélise la lumière comme un ensemble de rayons lumineux : chaque rayon est une courbe décrite par la lumière pour aller d'un point à un autre.

## 1 Sources lumineuses

Une source lumineuse est notamment décrite par son spectre d'émission. On associe à chaque « couleur » une longueur d'onde.



♥ On retient que l'œil humain perçoit la lumière pour les longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 800 nm dans le vide.

En optique géométrique, on utilise le modèle de la **source ponctuelle monochromatique**, qui, comme son nom le précise :

- N'émet qu'à partir d'un seul point et non pas d'une zone étendue ;
- Ne possède qu'une raie dans son spectre lumineux, dont la valeur de l'intensité ne nous intéresse pas.

## 2 Indice d'un milieu transparent

Un **milieu transparent** est un milieu dans lequel un rayon lumineux peut se propager sans que son amplitude ne varie au long de sa trajectoire.

L'**indice optique**  $n$  d'un milieu transparent est défini comme étant le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide  $c_0$  et la vitesse de la lumière dans ce milieu  $c$  :

$$n = \frac{c_0}{c}$$

♥ L'indice optique n'a pas d'unité et est toujours supérieur à 1 (égal à 1 dans le vide).

✚ On a  $n_{\text{air}} \approx 1,00$ ,  $n_{\text{eau}} \approx 1,33$  et  $n_{\text{verre}} \approx 1,5$ .

♥ L'indice optique d'un matériau transparent dépend en réalité faiblement de la longueur d'onde du rayonnement le traversant : c'est la **loi de Cauchy**. Cette loi explique notamment pourquoi les prismes dispersent la lumière et pourquoi les gouttelettes d'eau forment des arcs-en-ciel.

La longueur d'onde  $\lambda$  d'un rayonnement dans un milieu d'indice  $n$  est liée à sa longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide par la formule :

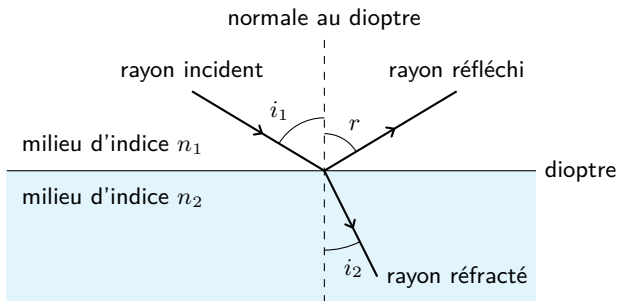
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

♥ Quand on parle simplement de « longueur d'onde » du rayonnement, on se réfère généralement à la longueur d'onde dans le vide. Il faut surtout retenir que la longueur d'onde dépend du milieu où la lumière se propage !

### 3 Lois de Snell-Descartes

Dans un milieu transparent et homogène, la lumière se propage de manière rectiligne. À l'interface entre deux milieux, un **rayon incident** ne se propagera plus dans la même direction :

- Une partie de l'onde sera renvoyée vers le milieu d'origine : c'est le **rayon réfléchi** ;
- Une partie de l'onde peut traverser l'interface et pénétrer dans le deuxième milieu : c'est le **rayon réfracté**.



**Première loi de Snell-Descartes** : Les rayons réfléchi et réfracté sont contenus dans le plan d'incidence, défini comme étant le plan contenant le rayon incident et la normale au dioptre.

**Deuxième loi de Snell-Descartes (loi de la réflexion)** : L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :

$$r = i_1$$

**Troisième loi de Snell-Descartes (loi de la réfraction)** : Le sinus de l'angle de réfraction est proportionnel au sinus de l'angle d'incidence :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Si l'indice  $n_2$  du deuxième milieu est plus petit que l'indice  $n_1$  du premier milieu<sup>1</sup>, le rayon réfracté n'existe que lorsque l'angle d'incidence  $i_1$  est inférieur à un certain angle limite : c'est la **réflexion totale**.

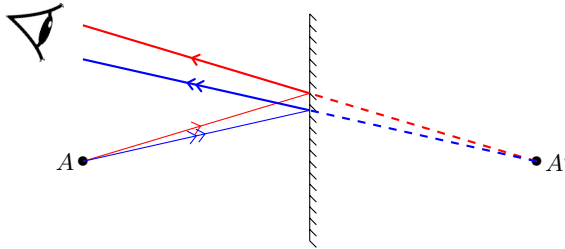
---

1. On dit que le milieu 1 est plus **réfringent** que le milieu 2.

## 4 Le miroir plan

Un miroir plan est un système optique idéal pour lequel seule la réflexion est autorisée (pas de réfraction).

♥ Pour tracer les rayons lumineux issus d'un **objet réel**  $A$ , il suffit de tracer le symétrique  $A'$  de  $A$  par rapport au miroir plan : les rayons se réfléchissant sur le miroir sembleront alors provenir de  $A'$ .



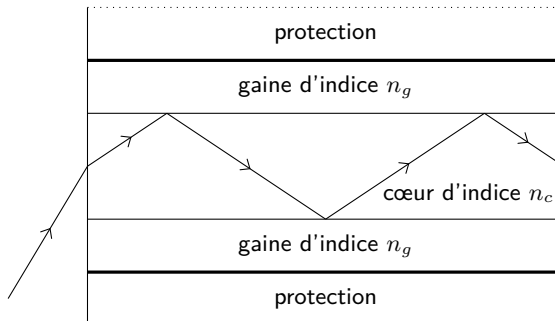
Puisqu'un œil semble percevoir les rayons comme provenant de  $A'$ , on dit que ce point est l'**image** de  $A$  par rapport au miroir plan. Cette image n'ayant cependant pas d'existence physique (quelqu'un de l'autre côté du miroir ne verrait rien au point  $A'$ ), on dit que cette image est **virtuelle**.

On dit qu'un système optique est **stigmatique** si un objet ponctuel forme une image ponctuelle par ce système optique : le point objet et le point image sont dits **conjugués**. Si cette propriété est vraie pour tout objet ponctuel de l'espace, alors on dit que ce système optique est **rigoureusement stigmatique**.

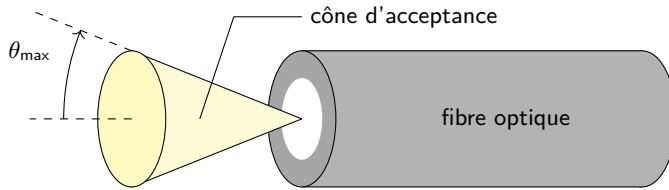
✎ Un miroir plan est rigoureusement stigmatique, car tout objet ponctuel  $A$  formera une image ponctuelle  $A'$ .

## 5 Fibre à saut d'indice

Une **fibre optique** est un dispositif exploitant les propriétés optiques d'un matériau afin de propager un signal lumineux entre deux points sans perte d'information. Elle est constituée du **cœur**, par lequel la lumière passe, de la **gaine**, assez réfringente pour empêcher tout phénomène de réfraction, et d'une **protection** empêchant toute attaque extérieure.



On appelle **cône d'acceptance** d'une fibre optique le cône dans lequel une source lumineuse ponctuelle peut émettre des rayons lumineux guidés par réflexion totale au sein de la fibre.



Si l'on note  $\theta_{\max}$  le demi-angle au sommet du cône d'acceptance, l'**ouverture numérique**  $O.N.$  est alors définie par  $O.N. = n_{\text{ext}} \sin(\theta_{\max})$  avec  $n_{\text{ext}}$  l'indice optique du milieu extérieur.

À chaque angle  $\theta$  d'incidence de la fibre optique correspond un **mode**.

La **dispersion intermodale**  $\Delta t$  correspond à la durée entre la sortie du rayon le plus rapide (celui en incidence normale  $\theta = 0$ ) et la sortie du rayon le plus lent (celui en incidence  $\theta_{\max}$ ). Elle s'exprime donc en seconde s.



## Exercice résolu

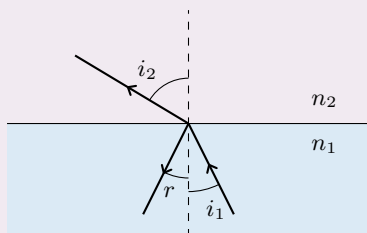
■ À revoir

■ Maîtrisé

## Conditions de réflexion totale

## Énoncé

On cherche à établir les conditions pour lesquelles on peut obtenir une réflexion totale lors de la rencontre d'un rayon lumineux avec un dioptré.



1. Rappeler et nommer les équations liant  $i_1$ ,  $r$  et  $i_2$ .
2. D'après le schéma ci-dessus, quel milieu est le plus réfringent ? Justifier.
3. Dans le cas limite où la réflexion totale commence à avoir lieu, que vaut l'angle de réfraction ? En déduire une condition nécessaire sur  $n_1$  et  $n_2$  pour la réflexion totale. Cette condition est-elle suffisante ?
4. Déterminer l'angle limite d'incidence pour observer la réflexion totale. Faut-il un angle d'incidence plus élevée ou plus faible que cet angle limite pour que ce phénomène ait lieu ?

## Résolution

1. Deuxième loi de Snell-Descartes (loi de la réflexion) :  $r = i_1$ .  
Troisième loi de Snell-Descartes (loi de la réfraction) :  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$ .
2. On observe qu'après le passage du dioptré, le rayon lumineux s'éloigne de la normale dans le milieu 2 par rapport au milieu 1. On en déduit que le milieu 1 est plus réfringent que le milieu 2, c'est-à-dire que  $n_1 > n_2$ .
3. Il y a réflexion totale s'il n'y a plus de rayon lumineux réfracté. Le cas limite arrive lorsque  $i_2 = \pi/2$ . En réinjectant cette valeur dans la loi de la réfraction, on a donc  $n_1 \sin(i_{1,\text{lim}}) = n_2 \sin(\pi/2) = n_2$ . Nécessairement,  $\sin(i_{1,\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1}$ .

Or, on sait que le sinus ne peut pas dépasser 1 : on en déduit que  $\frac{n_2}{n_1} < 1$ , c'est-à-dire que  $n_2 < n_1$ .

Cette condition n'est pas suffisante, car même en respectant  $n_2 < n_1$ , si  $i_1$  est très faible on aura tout de même un rayon réfracté.

4. On a  $\sin(i_{1,\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1}$ , donc  $i_{1,\text{lim}} = \arcsin(n_2/n_1)$ . Il faut que  $i_1 > i_{1,\text{lim}}$  pour observer le phénomène de réflexion totale.



## Exercice résolu

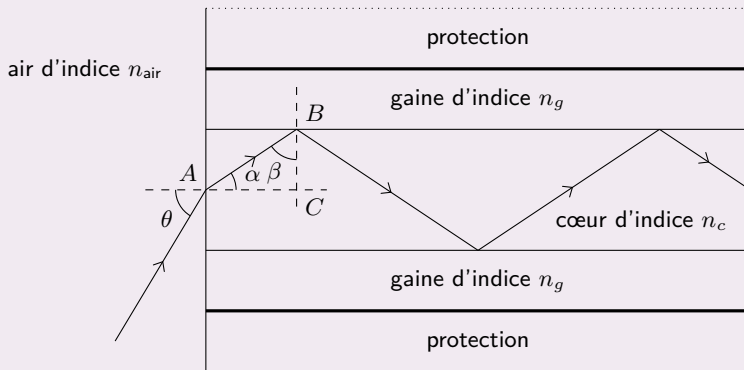
■ À revoir

■ Maîtrisé

## Cône d'acceptance et dispersion intermodale d'une fibre optique à saut d'indice

## Énoncé

On représente ci-dessous une vue en coupe d'une fibre optique à saut d'indice. Cette fibre a une longueur totale  $L$  ; on note  $c_0$  la célérité de la lumière dans le vide.



On rappelle que  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$  et que  $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$ .

1. Déterminer l'angle limite  $\beta_{\text{lim}}$  pour lequel on observe une réflexion totale en  $B$ . En déduire  $\alpha_{\text{lim}}$ .
2. Définir le cône d'acceptance de la fibre. Exprimer le demi-angle au sommet  $\theta_{\text{max}}$  de ce cône d'acceptance en fonction des données de l'énoncé.
3. Définir et exprimer l'ouverture numérique de la fibre en fonction de  $n_c$  et  $n_g$ .
4. Définir la dispersion intermodale  $\Delta t$  d'une fibre optique, puis établir la durée  $T_{\text{min}}$  la plus courte au bout de laquelle un rayon peut en sortir.
5. Exprimer la distance  $d_{\text{max}}$  la plus longue pour laquelle un rayon inclus dans le cône d'acceptance sort de la fibre.
6. En déduire l'expression de la dispersion intermodale en fonction de  $n_c$ ,  $n_g$ ,  $L$  et  $c_0$ .

## Résolution

1. L'angle limite pour observer la réflexion totale est  $\beta_{\text{lim}} = \arcsin(n_g/n_c)$  (voir exercice résolu précédent).

Dans le triangle  $ABC$ , on a  $\alpha_{\text{lim}} + \beta_{\text{lim}} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , donc  $\alpha_{\text{lim}} = \frac{\pi}{2} - \arcsin(n_g/n_c)$ .

2. Le cône d'acceptance correspond au cône dans lequel tout rayon incident parcourt la fibre optique en obéissant à une réflexion totale à chaque rencontre avec la gaine.

Par la loi de la réfraction, on a  $n_{\text{air}} \sin \theta_{\text{max}} = n_c \sin \alpha_{\text{lim}}$  avec  $\sin \alpha_{\text{lim}} = \cos(\arcsin(n_g/n_c)) = \sqrt{1 - \frac{n_g^2}{n_c^2}}$ .

Nécessairement, on a  $n_{\text{air}} \sin \theta_{\text{max}} = n_c \times \sqrt{1 - \frac{n_g^2}{n_c^2}} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ , et donc

$$\theta_{\text{max}} = \arcsin\left(\frac{\sqrt{n_c^2 - n_g^2}}{n_{\text{air}}}\right).$$

3. L'ouverture numérique est définie par  $O.N. = n_{\text{air}} \sin(\theta_{\text{max}})$ . En réutilisant les résultats précédents, on a donc  $O.N. = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$ .

4. La dispersion intermodale correspond à la durée entre la sortie du rayon le plus rapide et la sortie du rayon le plus lent.

Le rayon sortant le plus rapidement est celui de mode  $\theta = 0$  (c'est-à-dire celui parallèle à la fibre optique). On a donc  $d_{\text{min}} = L$ , et  $t_{\text{min}} = \frac{d_{\text{min}}}{c_{\text{coeur}}}$  avec  $c_{\text{coeur}} = \frac{c_0}{n_c}$ . Nécessairement,

$$T_{\text{min}} = \frac{n_c L}{c_0}.$$

5. On a une distance maximale pour le mode  $\theta_{\text{max}}$ . Cette distance vaut  $N \times AB_{\text{lim}}$  où  $N = \frac{L}{AC_{\text{lim}}}$  est le nombre de fois où la lumière parcourt la distance  $AB_{\text{max}}$ .

On a donc  $d_{\text{max}} = L \times \frac{AB_{\text{lim}}}{AC_{\text{lim}}}$ . Or  $\sin \beta_{\text{lim}} = \frac{AC_{\text{lim}}}{AB_{\text{lim}}}$  par trigonométrie, donc  $d_{\text{max}} = \frac{L}{\sin \beta_{\text{lim}}}$ .

En réutilisant le fait que  $\sin \beta_{\text{lim}} = \frac{n_g}{n_c}$  (question 1), il vient alors que  $d_{\text{max}} = \frac{n_c}{n_g} \times L$ .

6. On déduit de  $d_{\text{max}}$  l'expression de la durée maximale  $T_{\text{max}}$  :  $T_{\text{max}} = \frac{d_{\text{max}}}{c_{\text{coeur}}} = \frac{\frac{n_c}{n_g} \times L}{\frac{c_0}{n_c}} =$

$$\frac{n_c L}{c_0} \times \frac{n_c}{n_g}.$$

Il vient finalement que  $\Delta t = T_{\text{max}} - T_{\text{min}} = \frac{n_c L}{c_0} \times \frac{n_c}{n_g} - \frac{n_c L}{c_0} = \frac{n_c L}{c_0} \times \left(\frac{n_c}{n_g} - 1\right)$ . D'où

le résultat :  $\Delta t = \frac{n_c L}{n_g c_0} (n_c - n_g)$ .

## 2 Lentilles minces

■ À revoir

■ Maîtrisé

### 1 Conditions de Gauss

Soit  $(\Sigma)$  un système optique et  $A$  un point source objet. L'image du point  $A$  par le système  $(\Sigma)$  n'est généralement pas un point, mais plutôt une tache étendue.

Pour que l'image de  $A$  par  $(\Sigma)$  ne soit qu'un point  $A'$ , il faut se placer dans les **conditions de Gauss** :

- Les rayons incidents issus de  $A$  doivent former des angles faibles par rapport à l'axe optique ;
- Le point  $A$  doit être proche de l'axe optique.

De tels rayons sont appelés **rayons paraxiaux**.

Si l'on se place dans les conditions de Gauss, on a alors affaire à un **stigmatisme approché** : l'image de  $A$  par  $(\Sigma)$  est un point  $A'$  (et non pas une tache étendue).

♥ Si  $\alpha$  est l'angle que forme un rayon paraxial avec l'axe optique, on aura notamment  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$  et  $\tan \alpha \approx \alpha$  si  $\alpha$  est exprimé en radians. En pratique, l'approximation est valable pour  $\alpha \leq 10^\circ$ .

### 2 Lentilles minces

Une lentille mince est décrite par trois points : son centre optique  $O$ , son foyer principal objet  $F$  et son foyer principal image  $F'$ . Les distances<sup>2</sup> entre le centre optique et les deux foyers principaux sont égales. On note  $f' = \overline{OF'}$  la **distance focale** de la lentille.

Le plan passant par  $F'$  (respectivement  $F$ ) et perpendiculaire à l'axe optique est le **plan focal image**  $\Pi'$  (respectivement **plan focal objet**  $\Pi$ ). Tout point appartenant à  $\Pi'$  (respectivement  $\Pi$ ) est ainsi appelé **foyer image secondaire** (respectivement **foyer objet secondaire**).

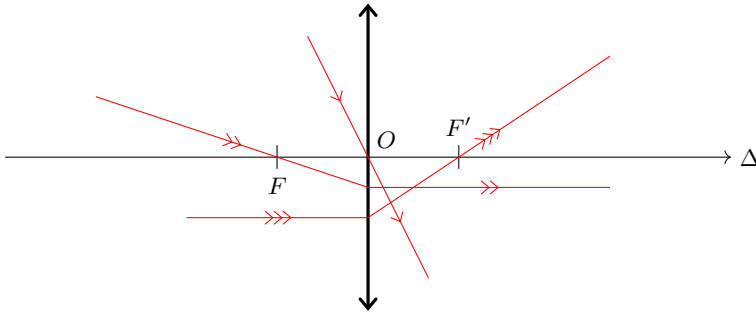
Les lentilles minces vérifient la propriété d'**aplanétisme** : l'image d'un objet plan et perpendiculaire à l'axe optique sera plane et perpendiculaire à l'axe optique.

2. Non-algébriques, donc des vraies distances mesurées à la règle !

## 2.1 Lentilles minces convergentes

Les rayons passant par les trois points particuliers d'une lentille convergente possèdent les propriétés suivantes :

- Un rayon passant par le centre optique n'est pas dévié.
- Un rayon incident passant par  $F$  ressort de la lentille parallèle à l'axe optique.
- Un rayon incident parallèle à l'axe optique ressort de la lentille en passant par  $F'$ .

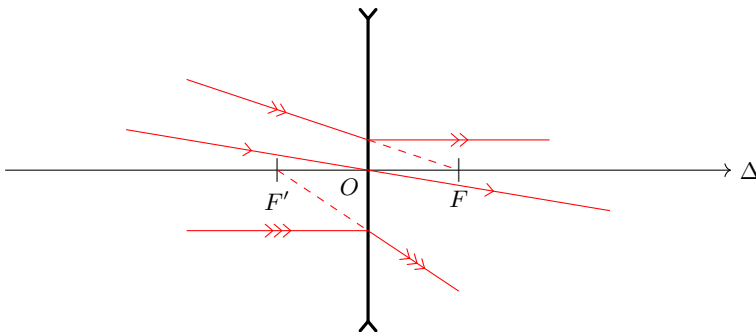


♥ Pour une lentille convergente,  $f' > 0$ .

## 2.2 Lentilles minces divergentes

Les rayons passant par les trois points particuliers d'une lentille divergente possèdent les propriétés suivantes :

- Un rayon passant par le centre optique n'est pas dévié.
- Un rayon incident semblant passer par  $F$  ressort de la lentille parallèle à l'axe optique.
- Un rayon incident parallèle à l'axe optique ressort de la lentille en semblant provenir de  $F'$ .



♥ Pour une lentille divergente,  $f' < 0$ .

### 3 Formules de conjugaison et de grandissement transversal

On définit le **grandissement (transversal)**  $\gamma$  d'un objet  $AB$  par rapport à un système optique comme étant égal au rapport de la mesure algébrique de l'image  $\overline{A'B'}$  par celle de l'objet  $\overline{AB}$  :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Le signe de  $\gamma$  révèle si l'image est **droite** ( $\gamma > 0$ ) ou **renversée** ( $\gamma < 0$ ) par rapport à l'objet.

La valeur absolue de  $\gamma$  révèle si l'image est plus **rétrécie** ( $|\gamma| < 1$ ) ou **agrandie** ( $|\gamma| > 1$ ) que l'objet.

#### 3.1 Formules de Newton

La **formule de conjugaison de Newton** lie les positions d'un objet  $A$  sur l'axe optique d'une lentille mince (convergente ou divergente) et de son image  $A'$  aux foyers de la lentille :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

Les **formules de grandissement de Newton** lient le grandissement  $\gamma$  d'un objet par une lentille mince (convergente ou divergente) aux foyers de la lentille :

$$\gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

#### 3.2 Formules de Descartes

La **formule de conjugaison de Descartes** lie les positions d'un objet  $A$  sur l'axe optique d'une lentille mince (convergente ou divergente) et de son image  $A'$  au centre optique de la lentille :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

La **formule de grandissement de Descartes** lie le grandissement  $\gamma$  d'un objet par une lentille mince (convergente ou divergente) au centre optique de la lentille :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

♥ Les formules de conjugaison imposent que, pour former une image réelle sur un écran à partir d'un objet réel et d'une lentille convergente de focale  $f'$ , il faut que la distance  $D$  entre l'objet et l'écran vérifie :

$$D \geq 4f'$$

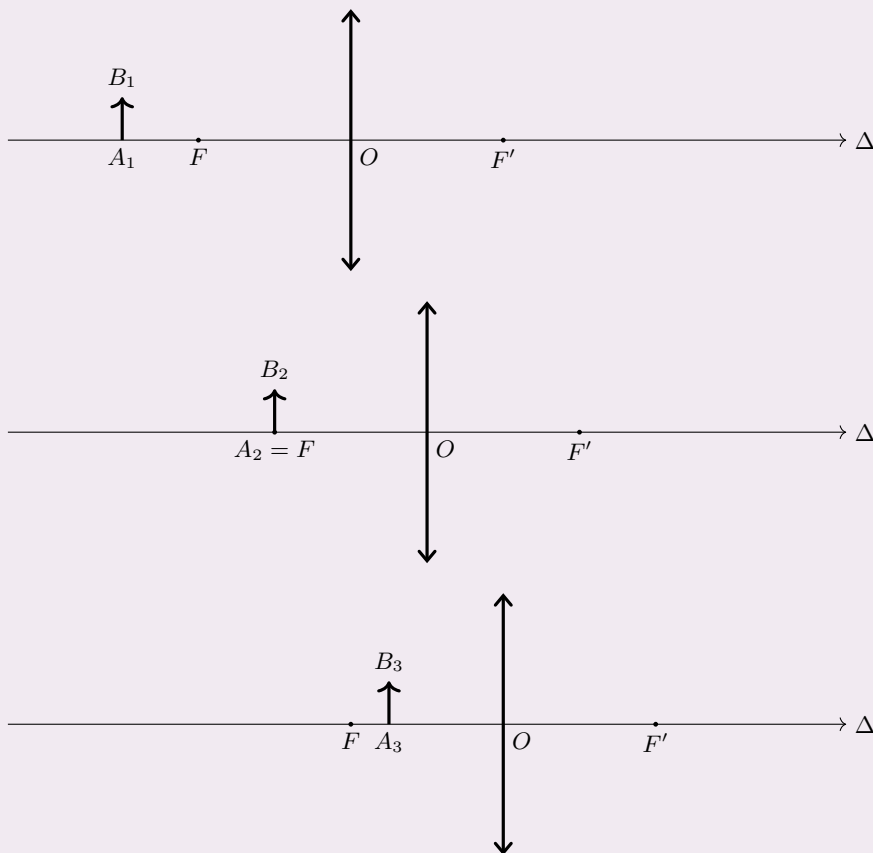


## Tracés particuliers pour une lentille convergente

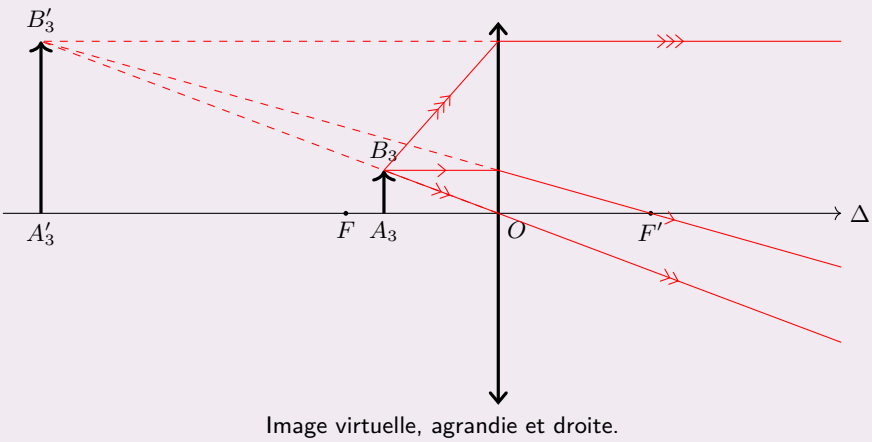
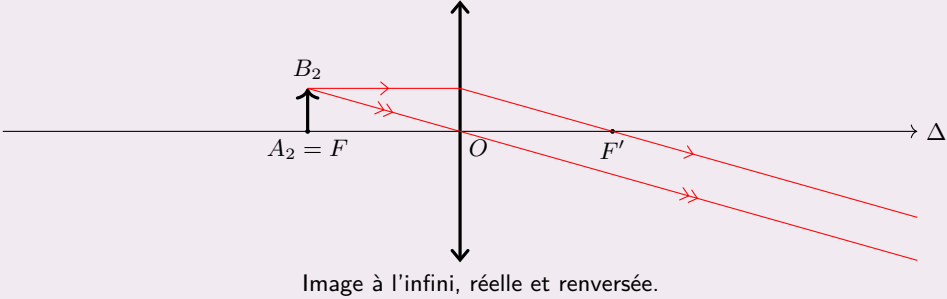
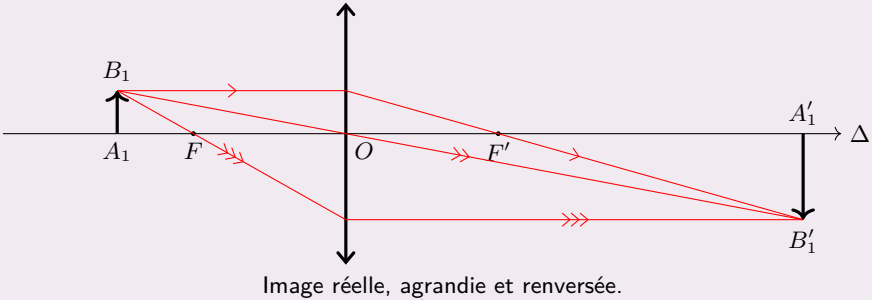
## Énoncé

Pour chacune des situations ci-après :

1. construire l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à l'aide de rayons particuliers ;
2. préciser la position et la nature de l'image, puis indiquer si elle est droite ou renversée, agrandie ou réduite.



Résolution





## Exercice résolu

■ À revoir

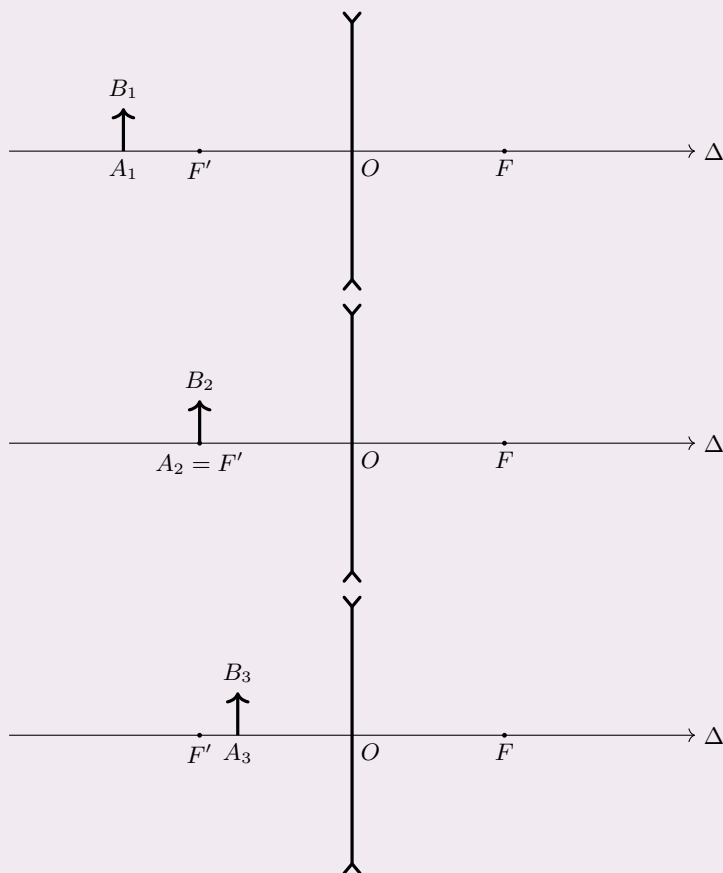
■ Maîtrisé

## Tracés particuliers pour une lentille divergente

## Énoncé

Pour chacune des situations ci-après :

1. construire l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à l'aide de rayons particuliers ;
2. préciser la position et la nature de l'image, puis indiquer si elle est droite ou renversée, agrandie ou réduite.



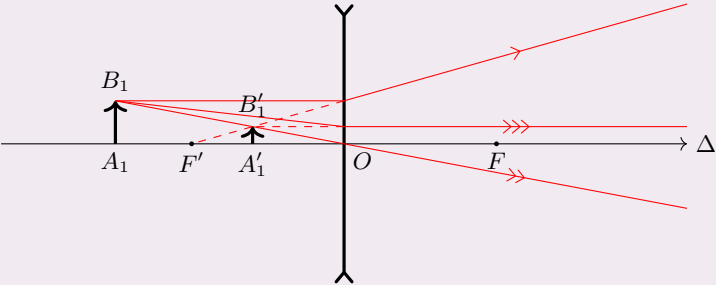


Image virtuelle, rétrécie et droite.

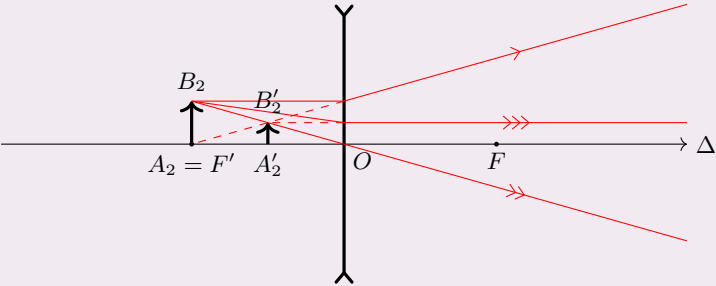


Image virtuelle, rétrécie et droite.

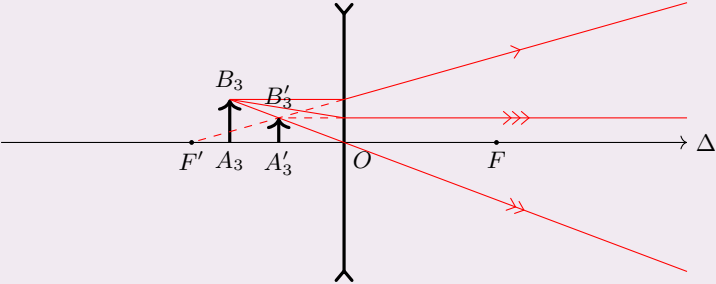


Image virtuelle, rétrécie et droite.



## Distance minimale entre un objet et l'écran pour une lentille convergente

## Énoncé

Soit un objet  $A$  situé sur l'axe optique d'une lentille convergente de distance focale  $f'$ . On note  $D$  la distance fixe entre l'objet  $A$  et l'écran.

Montrer que l'on doit avoir  $D \leq 4f'$  pour observer une image réelle sur l'écran.

## Résolution

Soit  $A'$  l'image de  $A$  par la lentille ;  $A'$  est au niveau de l'écran. Notons  $x = OA$  et  $x' = OA'$  (ce sont des distances positives). La distance objet-écran est donc  $D = x + x'$ .

La formule de conjugaison de Descartes donne :  $\frac{1}{x'} - \frac{1}{-x} = \frac{1}{f'}$ , c'est-à-dire  $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ .

On en déduit que  $x' = \frac{xf'}{x - f'}$ .

En réinjectant cette expression dans celle de  $D$ , on a alors  $D = x + \frac{xf'}{x - f'}$ , c'est-à-dire  $D \times (x - f') = x \times (x - f') + xf'$ . En développant les termes, il vient que  $Dx - Df' = x^2 - \cancel{xf'} + \cancel{xf'}$ .

On déplace les termes du même côté de l'équation, ce qui donne l'équation du second degré en  $x$  :  $x^2 - Dx + Df' = 0$ . Cette équation a forcément au moins une solution réelle, donc le discriminant  $\Delta$  doit être positif ou nul.

Or  $\Delta = D^2 - 4 \times Df' = D \times (D - 4f')$ . On en déduit que  $D - 4f' \geq 0$ , c'est-à-dire que

$$\boxed{D \geq 4f'}.$$



## Exercice résolu

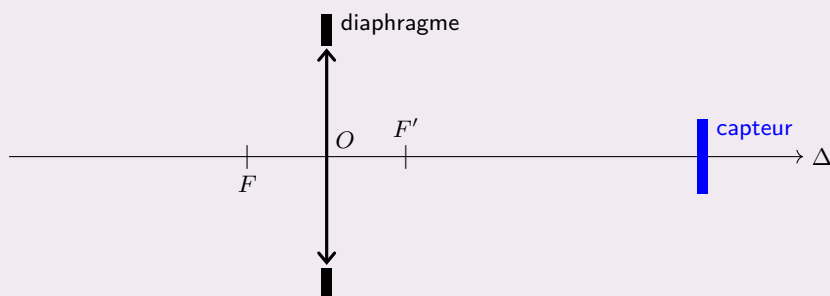
■ À revoir

■ Maîtrisé

## Profondeur de champ d'un appareil photographique

## Énoncé

On modélise un appareil photographique par une lentille convergente de distance focale  $f' = 30 \text{ mm}$ , un diaphragme et un capteur plan. Le rectangle bleu représenté sur le schéma correspond à un pixel du capteur : une tache lumineuse entièrement contenue dans ce pixel sera considérée comme ponctuelle.



1. L'appareil photographie un objet très éloigné. Où doit être placé le capteur pour observer une image nette ?
2. L'objet se rapproche. Déterminer dans quel sens doit se déplacer le capteur si la lentille reste fixe.
3. Expliquer pourquoi un point objet peut néanmoins être perçu net lorsque son image géométrique n'est pas exactement située sur le capteur.
4. Définir le premier plan net et le dernier plan net, et déterminer géométriquement leurs positions. En déduire l'étendue numérique de la profondeur de champ de l'appareil photographique.

## Résolution

1. Un objet très éloigné peut être considéré comme situé à l'infini. Les rayons issus d'un même point de l'objet arrivent alors parallèles sur la lentille et convergent dans le plan focal image.

Pour observer une image nette, le capteur doit donc être placé dans le plan focal image.

2. Lorsque l'objet se rapproche de la lentille, son image s'éloigne de celle-ci. Le capteur doit donc également s'éloigner de la lentille pour que l'image reste nette.

Ceci est notamment vérifiable par la relation de conjugaison de Descartes : si  $|\overline{OA}|$  diminue, alors  $|\overline{OA'}|$  doit augmenter.

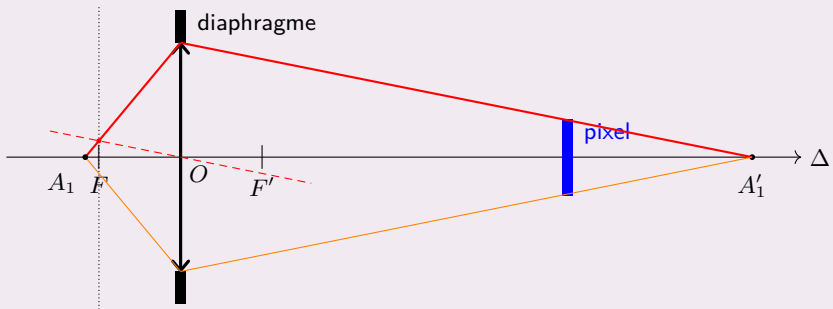
3. Le diaphragme limite l'ouverture du faisceau lumineux issu d'un point objet. Si l'image géométrique de ce point n'est pas exactement située sur le capteur, les rayons ne convergent donc pas exactement en un point sur celui-ci, mais forment une petite tache. Le rectangle bleu représente ici un pixel du capteur. Tant que la tache obtenue reste entièrement contenue dans un pixel, elle est assimilée à un point : l'image est alors considérée comme nette.
4. Le premier plan net est le plan objet le plus proche de l'appareil dont l'image est encore considérée comme nette. Le dernier plan net est le plan objet le plus éloigné dont l'image est encore considérée comme nette.

À la limite de netteté, la tache lumineuse occupe exactement la hauteur d'un pixel. On construit séparément les deux situations limites.

#### Premier plan net.

Les rayons issus de  $A_1$  et passant par les deux bords du diaphragme atteignent les deux bords correspondants du pixel. Leur intersection après le capteur donne l'image géométrique  $A'_1$ .

Pour déterminer la direction des rayons incidents, on trace par  $O$  deux rayons auxiliaires parallèles aux rayons émergents. Ils coupent le plan focal objet en deux foyers secondaires. Les rayons incidents passent par ces foyers secondaires et par les bords du diaphragme : leur intersection avec l'axe optique donne  $A_1$ .

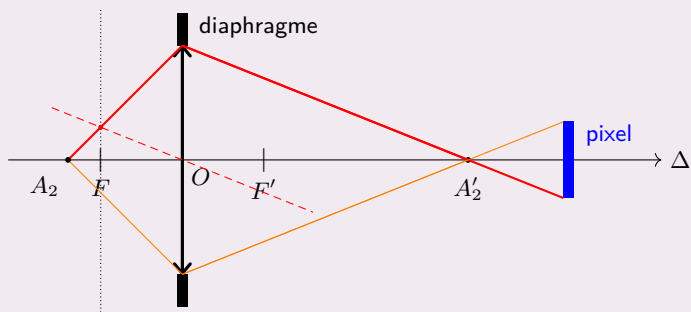


On lit graphiquement :  $OA_1 \simeq 35 \text{ mm}$ .

#### Dernier plan net.

Pour le dernier plan net, les rayons issus de  $A_2$  et passant par les deux bords du diaphragme atteignent cette fois les bords opposés du pixel. Les deux rayons se sont donc déjà croisés avant d'atteindre le capteur : leur intersection donne l'image géométrique  $A'_2$ .

Comme précédemment, des rayons auxiliaires passant par  $O$  et parallèles aux rayons émergents permettent de construire les foyers secondaires dans le plan focal objet, puis les rayons incidents et finalement le point  $A_2$ .



On lit cette fois :  $OA_2 \simeq 42 \text{ mm}$  .

L'étendue de la profondeur de champ est donc :  $OA_2 - OA_1 = 7 \text{ mm}$  .

### 3 Associations de lentilles

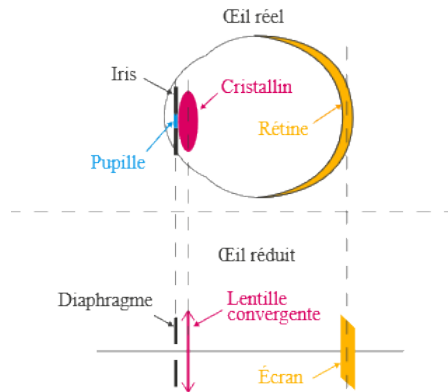
■ À revoir

■ Maîtrisé

#### 1 Description et modélisation de l'œil

L'optique est la science première de la vision ; la modélisation de l'œil est donc primordiale :

- Le but de la cornée, des humeurs et du cristallin est de faire converger les rayons jusqu'à la rétine. On modélisera donc l'ensemble {cornée + humeur aqueuse + humeur vitrée + cristallin} par une **lentille mince convergente** de distance focale variable ;
- La rétine est l'endroit où les images se forment : on la modélisera donc par un **écran** ;
- L'ensemble {iris + pupille} permet de faire entrer seulement une partie des rayons jusqu'à la rétine : on le modélisera donc par un **diaphragme**.



Ce modèle de l'œil est appelé **œil réduit**, car l'organe est réduit à ses principales fonctions optiques.

Contrairement à un appareil photographique, l'œil ne déplace pas son capteur. La mise au point est réalisée par courbure du cristallin sous l'action des muscles ciliaires : c'est l'**accommodation** de l'œil.

De nombreux dispositifs optiques fonctionnent de telle manière à ce que l'œil n'accommode pas : ainsi, celui-ci est au repos et permet d'éviter notamment un travail intense de l'organe et des maux de tête.

Le **punctum remotum** (PR) est le point objet le plus éloigné vu net lorsque l'œil est au repos.

Le **punctum proximum** (PP) est le point objet le plus proche pouvant être vu net après accommodation maximale.

♥ Pour un œil emmétrope :  $PR = +\infty$  et  $PP \approx 25 \text{ cm}$ .

La **résolution angulaire** est le plus petit angle séparant deux objets pouvant être distingués.

♥ Pour un œil emmétrope, son ordre de grandeur est d'environ une minute d'arc<sup>3</sup>, soit environ  $3 \times 10^{-4} \text{ rad}$  ou  $0,017^\circ$ .

## 2 Propriétés des associations de lentilles

On peut associer deux lentilles minces : l'image donnée par la première lentille constitue l'objet de la seconde.

Le grandissement total  $\gamma$  est égal au produit des grandissements  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  de chaque lentille :

$$\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2.$$

On définit la **vergence**  $V$  d'une lentille comme étant l'inverse de sa distance focale image :

$$V = \frac{1}{f'}$$

L'unité de la vergence est la **dioptrie**  $\delta$ .

Deux lentilles accolées, de vergences  $V_1$  et  $V_2$ , sont équivalentes à une lentille de vergence

$$V = V_1 + V_2.$$

♥ On n'a donc pas  $f' = f'_1 + f'_2$ .

---

3. Une minute d'arc correspond à un soixantième de degré ; une seconde d'arc correspond à un soixantième de minute d'arc.



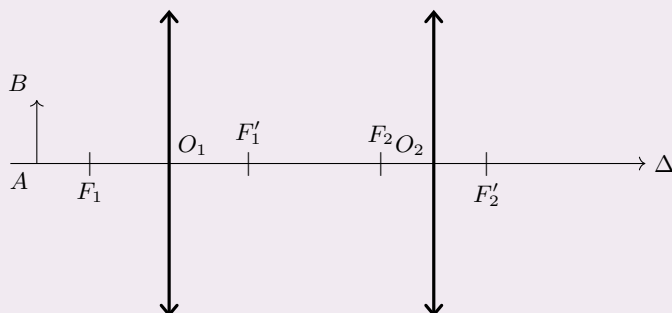
## Exercice résolu

■ À revoir

■ Maîtrisé

## Image d'un doublet de lentilles convergentes

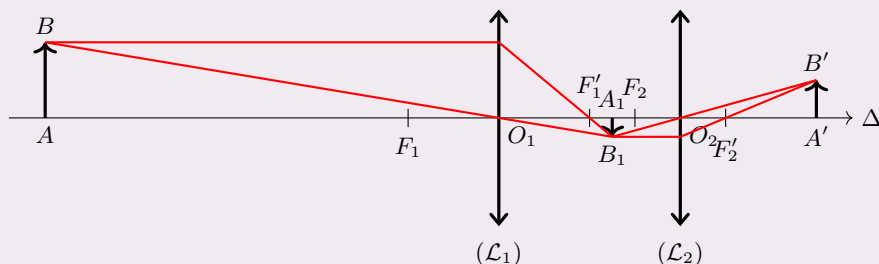
Deux lentilles convergentes ( $\mathcal{L}_1$ ) et ( $\mathcal{L}_2$ ) ont pour distances focales  $f'_1 = 1 \text{ m}$  et  $f'_2 = 50 \text{ cm}$ . Leurs centres sont séparés de  $O_1O_2 = 2 \text{ m}$ . Un objet  $AB$  de hauteur  $50 \text{ cm}$  est placé à  $5 \text{ m}$  en amont de ( $\mathcal{L}_1$ ).



1. Construire un schéma à l'échelle, puis déterminer graphiquement l'image  $A'B'$  de  $AB$  par l'ensemble des deux lentilles. On construira l'image intermédiaire  $A_1B_1$  de  $AB$  par ( $\mathcal{L}_1$ ).
2. À l'aide d'un relevé graphique, déterminer le grandissement de chaque lentille ainsi que le grandissement total.
3. À l'aide de la relation de Descartes, déterminer la position de l'image intermédiaire  $A_1B_1$  donnée par ( $\mathcal{L}_1$ ) et le grandissement  $\gamma_1$ . Ces valeurs sont-elles en accord avec les mesures ?
4. En considérant  $A_1B_1$  comme objet pour ( $\mathcal{L}_2$ ), déterminer la position de l'image finale  $A'B'$  et le grandissement  $\gamma_2$ . Ces valeurs sont-elles en accord avec les mesures ?

## Résolution

1. On construit d'abord l'image intermédiaire  $A_1B_1$  de  $AB$  par la lentille ( $\mathcal{L}_1$ ), puis on considère  $A_1B_1$  comme objet pour la lentille ( $\mathcal{L}_2$ ).



La première lentille donne une image  $A_1B_1$  réelle, renversée et réduite, située entre  $F'_1$  et  $O_2$ .

Cette image intermédiaire constitue un objet réel pour la seconde lentille. Comme  $A_1$  est en amont de  $F_2$ , la lentille ( $\mathcal{L}_2$ ) en donne une image réelle, renversée par rapport à  $A_1B_1$  et agrandie.

L'image finale  $A'B'$  est donc réelle, droite et réduite par rapport à l'objet initial  $AB$ .

2. Sur le schéma, on mesure approximativement

$$AB = 1,0 \text{ cm}, \quad A_1B_1 \simeq -0,25 \text{ cm}, \quad A'B' \simeq 0,50 \text{ cm}.$$

On en déduit, pour la première lentille : 
$$\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \simeq \frac{-0,25}{1,0} = -0,25.$$

Pour la seconde lentille : 
$$\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \simeq \frac{0,50}{-0,25} = -2,0.$$

Le grandissement total est quant à lui 
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 0,50.$$

3. Pour la première lentille, la relation de conjugaison de Descartes donne  $\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1}$ .

$f'_1 = 1 \text{ m}$  et  $\overline{O_1A} = -5 \text{ m}$  sont connus ; on isole  $\overline{O_1A_1}$  : 
$$\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 \times \overline{O_1A}}{\overline{O_1A} + f'_1} = 1,25 \text{ m}.$$

Le grandissement de la première lentille vaut  $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$  (formule de grandissement de Descartes). En utilisant l'expression précédente de  $\overline{O_1A_1}$ , on a alors 
$$\gamma_1 = \frac{f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} = -0,25.$$

Ces valeurs sont bien en accord avec les mesures réalisées sur la construction graphique.

4. L'image  $A_1B_1$  obtenue par la première lentille constitue l'objet de la seconde lentille. Sa position par rapport à  $O_2$  vaut  $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1}$ . Comme  $\overline{O_2O_1} = -O_1O_2$ , on obtient 
$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_1A_1} - O_1O_2 = -0,75 \text{ m}.$$

La relation de conjugaison de Descartes appliquée à ( $\mathcal{L}_2$ ) donne  $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2}$ .

On en déduit 
$$\overline{O_2A'} = \frac{f'_2 \overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A_1} + f'_2} = 1,50 \text{ m}.$$

Le grandissement de la seconde lentille vaut 
$$\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{f'_2}{\overline{O_2A_1} + f'_2} = -2.$$

Ces valeurs sont bien en accord avec celles obtenues graphiquement.