


SCIENCES PHYSIQUES


ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND


Thème 10 : Phénomènes magnétiques

Travaux dirigés

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques _____ \sqrt{x}

Exercice facile et/ou proche du cours _____ 

Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques _____ 

Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux _____ 

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

Chapitre 1 : Introduction au champ magnétique

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Identifier les propriétés de symétrie d'une distribution de courant	tous
Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie	1.2, 1.3, 1.4

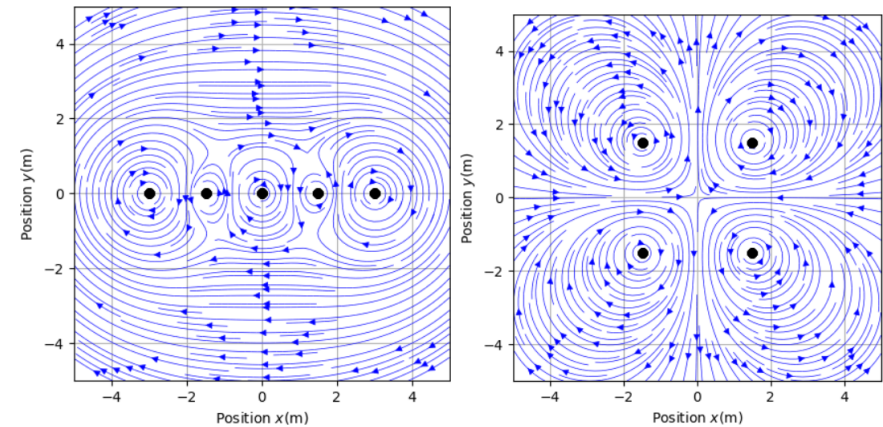
Questions de cours

- On rappelle l'expression de la force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$. Justifier qu'un champ électrique peut modifier l'énergie cinétique d'une particule alors qu'un champ magnétique peut courber la trajectoire sans fournir d'énergie à la particule.
- Donner des ordres de grandeur pour le champ magnétique créé par un aimant permanent ; dans un électro-aimant à bobinage ; dans un appareil à IRM ; sur Terre.
- Tracer les lignes de champ magnétique pour un aimant droit ; pour un fil rectiligne ; pour une spire circulaire ; pour une bobine longue (ou solénoïde)..
- Définir ce que sont un plan de symétrie des courants et un plan d'antisymétrie des courants. Que peut-on dire du champ magnétique en un point de chacun de ces plans ?
- Énoncer le théorème d'Ampère en explicitant chacun des termes ainsi que leurs unités respectives.
- Déterminer en tout point de l'espace l'expression du champ magnétostatique créé par un fil infini parcouru par un courant I .
- Déterminer l'expression du champ magnétostatique créé par un solénoïde infini comportant n spires par unité de longueur parcourues par un même courant I , en admettant que le champ magnétostatique extérieur est nul.

Exercices

1.1 Lignes de champ

On donne les lignes de champ magnétostatique générées par une distribution de courants filiformes et perpendiculaires aux plans représentés. On prend la convention de compter positivement les courants orientés vers le lecteur.



Pour chacun des deux cas :

1. Donner le signe de chacun des courants.
2. Existe-t-il des plans de symétrie dans cette distribution de courants ?
3. Existe-t-il des plans d'antisymétrie dans cette distribution de courants ?

1.2 Champs à savoir calculer expressément !

Exprimer le champ magnétostatique en tout point M pour :

1. Un fil infini (courant I);
2. Un cylindre de rayon R de densité volumique de courant uniforme $\vec{j} = j_0 \cdot \vec{u}_z$;
3. Un solénoïde de rayon R et de longueur $\ell \gg R$, constitué de N spires parcourues par un courant I .

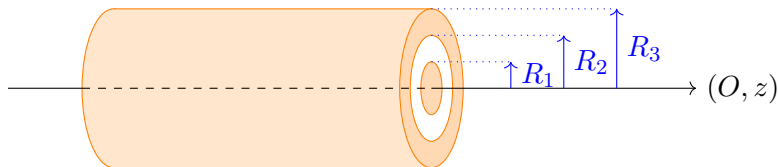
1.3 Champ créé par un câble coaxial

On considère un câble coaxial, constitué de deux cylindres conducteurs imbriqués l'un dans l'autre, mais n'étant pas en contact. Les deux axes de révolution sont identiques.

Le premier cylindre conducteur, plein, a un rayon R_1 . Entre R_1 et R_2 se situe un isolant, puis l'ensemble est entouré par le deuxième conducteur contenu entre les rayons R_2 et R_3 .

Le conducteur central (« l'âme ») est parcouru par un courant total I orienté dans le même sens que l'axe (O, z) . Le conducteur externe est parcouru par un courant total I orienté dans le sens opposé à l'axe (O, z) .

On fixe un point M quelconque dans l'espace isolant ou en dehors du câble coaxial.

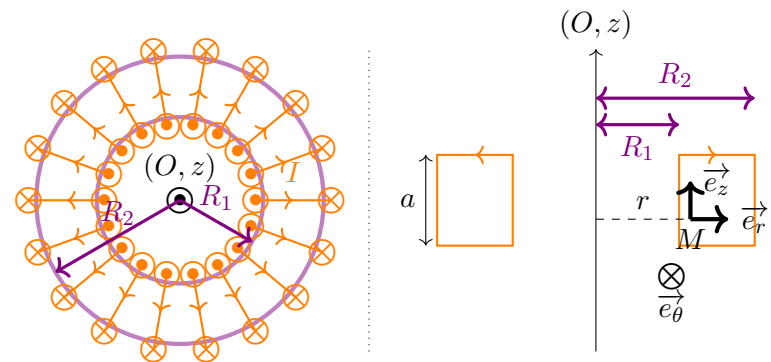


1. Re-schématiser la figure précédente selon une section du câble coaxial, ainsi qu'un point M et la base cylindrique associée. Quels plans passant par M sont de symétrie par rapport aux courants ? En déduire la direction du champ magnétostatique en M .
2. Quelles invariances observe-t-on ? En déduire les variables de la composante du champ magnétostatique B .

3. Quel contour d'Ampère va-t-on choisir ici ? Exprimer sa circonférence et simplifier l'expression de la circulation magnétostatique.
4. Si $R_1 < r < R_2$, que vaut $I_{\text{enlacés}}$? En déduire l'expression de B puis de \vec{B} .
5. Mêmes questions si $r > R_3$.

1.4 Champ créé par un tore

On considère un tore de rayon intérieur R_1 et de rayon extérieur R_2 . Un fil conducteur est bobiné autour de ce tore, de telle façon que l'on a N tours de fil (assimilés à des spires jointives) le long du tore. On note I le courant parcourant le conducteur.



NB : Toutes les spires ne sont pas représentées, par souci de lisibilité.

1. Quels plans passant par M sont de symétrie par rapport aux courants ? En déduire la direction du champ magnétostatique en M .
2. Quelles invariances observe-t-on ? En déduire les variables de la composante du champ magnétostatique B .
3. Quel contour d'Ampère va-t-on choisir ici ? Exprimer sa circonférence et simplifier l'expression de la circulation magnétostatique.
4. Si $r < R_1$, que vaut $I_{\text{enlacés}}$? En déduire l'expression de B puis de \vec{B} .
5. Mêmes questions si $R_1 < r < R_2$.
6. Mêmes questions si $r > R_2$.

Chapitre 2 : Induction propre, induction mutuelle

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique, le fonctionnement d'un alternateur	2.1, problème
Définir les flux mutuels	2.2, 2.3

Questions de cours

- Énoncer la loi de Faraday (en donnant la définition du flux magnétique). Comment est déterminé le sens du champ magnétique \vec{B} ? Celui du vecteur $d\vec{S}$? Celui de la force électromotrice induite e_{ind} ? Celui du courant induit i_{ind} ?
- Énoncer la loi de modération de Lenz. Expliquer en quoi on la retrouve dans la loi de Faraday.
- Rappeler la définition de l'inductance propre d'un circuit parcouru par un courant i . On explicitera chacun des termes ainsi que leurs unités respectives. En admettant que le champ magnétique créé par un solénoïde en son sein est $B = \mu_0 n i$, avec n le nombre de spires par unité de longueur, déterminer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de longueur $\ell = 30$ cm, de rayon $R = 2$ cm et possédant $n = 10$ spires/cm. On rappelle que $\mu_0 \approx 1,26 \times 10^{-6}$ SI.
- Quelle est la relation intensité-tension pour une bobine, en convention récepteur? Donner des ordres de grandeur pour les inductances propres des bobines utilisées en travaux pratiques.
- Quelle est l'expression de l'énergie emmagasinée par une bobine? En prenant l'exemple du solénoïde infini de longueur ℓ (champ magnétique uniforme $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} i$ en son sein), retrouver l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique.

- Soient deux circuits C_1 et C_2 parcourus respectivement par des courants i_1 et i_2 , qui créent des champs magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 .
Donner les expressions des flux mutuels en fonction du coefficient d'inductance mutuelle M et des courants. Quelle inégalité peut-on établir entre M , L_1 (inductance propre de C_1) et L_2 (inductance propre de C_2)? Quand arrive le cas d'égalité?
- Définir ce que sont les courants de Foucault, puis expliquer le principe du chauffage inductif. Citer une autre application des courants de Foucault.
- Expliquer le principe d'une détection ampèremétrique.

Exercices

2.1 Chauffage inductif



Soit une casserole métallique assimilée à une spire fermée de section S et de résistance R ; on néglige son inductance propre. On note \vec{n} le vecteur unitaire normal à la spire; la casserole étant statique, \vec{n} est fixe.

La plaque à induction génère un champ magnétique \vec{B} uniforme et tournant à la vitesse angulaire ω_0 constante. On note $\theta(t) = (\vec{n}, \vec{B})$ l'angle orienté allant de \vec{n} vers \vec{B} .

Initialement, on a $\theta = 0$.

1. Faire un schéma représentant la spire vue de côté, le vecteur \vec{n} , le vecteur \vec{B} et $\theta(t)$.
2. Exprimer $\theta(t)$ en fonction de ω_0 . En déduire l'expression du flux magnétique Φ_B à travers la spire (sans se soucier du signe).
3. En déduire l'expression de la tension induite e dans la casserole, puis celle du courant induit i (toujours sans se soucier du signe).
4. Déterminer alors la puissance \mathcal{P} dissipée dans la casserole par effet Joule. D'où provient cette puissance?
5. Donner l'expression de $\langle \mathcal{P} \rangle$, puissance moyenne dissipée par effet Joule.

2.2 Inductance et mutuelle

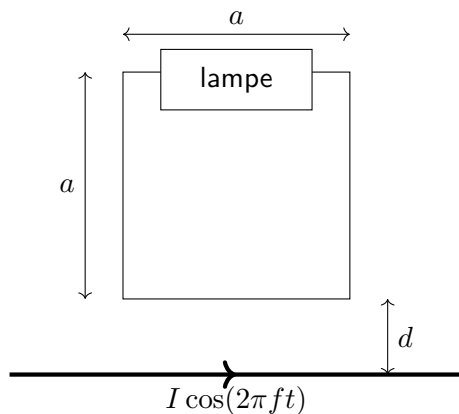
Soient deux solénoïdes imbriqués et coaxiaux, l'un de rayon R_1 inférieur à l'autre de rayon R_2 .

Le petit solénoïde a n_1 spires par unité de longueur, et est parcouru par un courant I_1 (notations similaires n_2 et I_2 pour le grand solénoïde). On note ℓ la longueur des solénoïdes.

1. À l'aide du cours sur la bobine, redémontrer l'expression de l'auto-inductance du solénoïde seul.
2. Déterminer le flux créé par 2 à travers 1 ; en déduire $M_{2 \rightarrow 1}$.
3. Vérifier que l'on arrive au même résultat en exprimant le flux créé par 1 à travers 2.

2.3 Piratage d'une ligne EDF

Une ligne à haute tension transporte un courant sinusoïdal de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$ et d'intensité $I = 1400 \text{ A}$. On approche une bobine d'épaisseur négligeable constituée de N spires carrées de côté $a = 30 \text{ cm}$ à une distance $d = 2 \text{ cm}$ comme indiqué sur le schéma. Cette bobine de résistance négligeable est fermée sur une ampoule qui s'éclaire si la tension à ses bornes est supérieure à $U = 21 \text{ V}$.



Déterminer le nombre de spires nécessaires à ce piratage.

2.4 Spire en régime sinusoïdal forcé

Soit une spire circulaire de rayon a , de résistance R , d'inductance propre L et d'axe (O, z) , plongée dans un champ magnétique externe et uniforme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_z$.

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ puis exprimer l'amplitude et la phase de $i(t)$ en régime permanent.

2.5 Résolution d'un système d'équations couplées

On a établi dans le cours que deux circuits en influence vérifient le système d'équations suivant : $L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = -M \frac{di_1}{dt}$ et $L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 = -M \frac{di_2}{dt}$. On va chercher à résoudre ce système, en se plaçant dans le cas simplifié où $R_1 = R_2 = R$ et $L_1 = L_2 = L$.

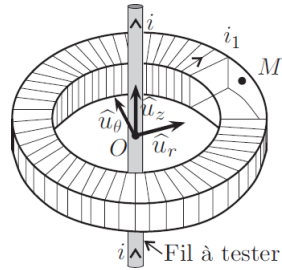
Posons $\underline{I} = i_1 + j \times i_2$ avec $j^2 = -1$. En multipliant la première équation par j puis en sommant la nouvelle équation à la deuxième équation, montrer que l'on a $\underline{A} \frac{d\underline{I}}{dt} + R\underline{I} = 0$. Résoudre alors l'équation différentielle portant sur \underline{I} ; en déduire $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

Problème

Une pince ampèremétrique est un appareil dont l'extrémité possède la forme d'un tore. En disposant ce tore autour d'un conducteur parcouru par un certain courant, le dispositif équipant la pince permet d'en mesurer l'intensité.

Son principal intérêt est l'absence de contact physique avec le conducteur et le fait qu'il ne soit pas nécessaire d'ouvrir le circuit pour mesurer le courant qui le traverse contrairement à l'implantation d'un ampèremètre classique.

Le dispositif de mesure de la pince ampèremétrique est formé d'un bobinage torique comportant N spires enroulées sur un tore de section rectangulaire de rayon intérieur a , de rayon extérieur b , d'épaisseur c et d'axe (O, z) . Le fil conducteur utilisé par la bobine a une résistance linéique λ .



Un point M intérieur au tore est repéré par ses coordonnées cylindriques : $\vec{OM} = r \cdot \vec{u}_r + z \cdot \vec{u}_z$ avec $r \in [a, b]$ et $z \in [0, c]$.

Un fil rectiligne infini de même axe (O, z) est parcouru par un courant d'intensité $i(t)$. On note $i_1(t)$ l'intensité du courant circulant dans la bobine torique. On suppose que les résultats de la magnétostatique sont valables même en régime variable.

On donne la conductivité du cuivre $\gamma_{\text{Cu}} = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

1. Énoncer le théorème d'Ampère de la magnétostatique.
2. Montrer qu'au point M intérieur au tore, le champ magnétique peut se mettre sous la forme $\vec{B} = B(r, t) \cdot \vec{u}_\theta$.
3. En choisissant comme contour d'Ampère \mathcal{C} un cercle centré en O passant par M et orienté selon \vec{u}_θ , exprimer $B(r, t)$ en fonction de μ_0 , $i(t)$, $i_1(t)$, N et r .
4. Calculer le flux Φ de \vec{B} à travers le bobinage et en déduire les expressions des coefficients d'auto-inductance L du bobinage et de mutuelle inductance \mathcal{M} entre le fil et le bobinage.
5. Exprimer la résistance totale R_p du bobinage en fonction de N , λ , a , b et c .

On se place en régime sinusoïdal forcé avec $i(t) = I_0 \sqrt{2} \cos(\omega t)$ associée à l'intensité complexe $\underline{i}(t) = I_0 \sqrt{2} e^{j\omega t}$ et $i_1(t) = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1)$ associée à l'intensité complexe $\underline{i}_1(t) = I_1 \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{j\varphi_1}$.

6. Le bobinage formant un circuit fermé, déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{i}_1}{\underline{i}}$ en fonction de \mathcal{M} , ω , R_p et L .
7. Dans quel régime de pulsation ce dispositif peut-il former une pince ampèremétrique? Commenter.

Chapitre 3 : Électromécanique

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Exprimer la force subie par un conducteur filiforme rectiligne parcouru par un courant en présence d'un champ magnétique extérieur uniforme.	tous
Établir des équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.	tous
Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique.	3.3, 3.6

Questions de cours

- Rappeler l'expression de la force de Laplace exercée par un champ magnétique \vec{B} sur un conducteur parcouru par un courant I .
- Comment déterminer une équation énergétique à partir de l'équation du mouvement? Comment déterminer une équation énergétique à partir de la loi des mailles? Comment en déduire alors l'équation énergétique totale pour un problème d'électromécanique?
- Par quelle équation retranscrit-on la conversion électromécanique de puissance? Expliciter tous les termes. Pourquoi peut-on estimer qu'elle est « parfaite »?
- Établir l'équation du mouvement pour la baguette dans le problème du rail de Laplace.

Exercices

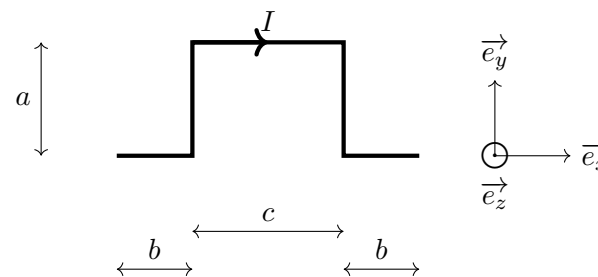
3.1 Léviton des lignes EDF

Les lignes à haute tension sont parcourues par des courants moyens de l'ordre de 500 A. Soit une de ces lignes de longueur $\ell = 100$ m, orientée dans une direction orthogonale aux lignes du champ magnétique terrestre (c'est-à-dire dans la direction est-ouest).

Évaluer la force de Laplace qui s'exerce sur le câble du fait du champ magnétique terrestre et juger de la possibilité de faire léviter une ligne à haute tension.

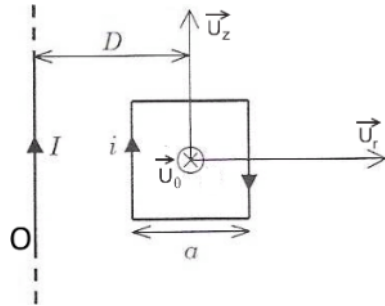
3.2 Calcul de forces de Laplace

1. Exprimer la force de Laplace exercée sur le fil en fonction des données. Le champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_y$ est uniforme dans tout l'espace.



2. Exprimer la force de Laplace ressentie par une spire de rayon a , d'axe (O, z) , parcourue par i et plongée dans un champ magnétique radial $B_0 \cdot \vec{e}_r$.

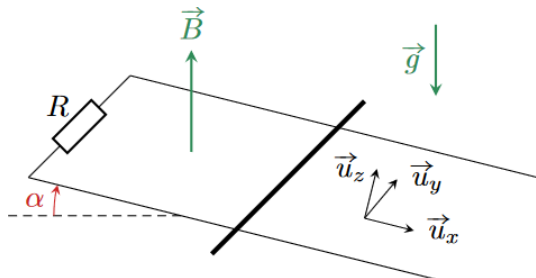
3. Une spire carrée filiforme de côté a parcourue par un courant d'intensité $i > 0$ est placée à proximité d'un fil infini parcouru par un courant d'intensité $I > 0$. On fournit le champ magnétique créé à une distance radiale r d'un fil parcouru par I : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$ avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.



Représenter qualitativement la force de Laplace s'appliquant sur chaque segment élémentaire de la spire carrée puis déterminer l'expression de sa résultante (on pourra s'aider astucieusement de symétries).

3.3 Rail de Laplace incliné

Un barreau métallique de masse m glisse sans frottement mécanique sur deux rails conducteurs, séparés d'une distance a et inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale. Les rails sont fermés sur une résistance R , et un champ magnétique uniforme \vec{B} , dirigé selon la verticale ascendante, règne entre eux. On repère par $x(t)$ la position du barreau le long des rails.



1. En appliquant la loi de Lenz, donner le sens du courant i qui circule dans le circuit. La force de Laplace accélère-t-elle ou freine-t-elle la chute du barreau ? Le barreau peut-il s'immobiliser ?
2. Exprimer la force de Laplace \vec{F}_L qui s'exerce sur le barreau mobile en fonction de i , a , B et α .
3. En exploitant la conservation de la puissance et à l'aide d'un schéma électrique, obtenir une relation entre i , R , a , B , α et la vitesse v du barreau.
4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v et la résoudre, sachant que le barreau est lâché en $x = 0$ sans vitesse initiale. Justifier que le mouvement présente un régime transitoire de durée caractéristique τ à déterminer.
5. En déduire $x(t)$.
6. Les rails ont une longueur totale L . Déterminer l'énergie électrique totale transmise à la résistance R lors du mouvement du barreau sur les rails, en supposant la durée de chute très grande devant τ . Interpréter.

3.4 Léviton d'une spire

Soit un aimant cylindrique de longueur infinie, d'axe (O, z) et de rayon a . Cet aimant produit un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{u}_r$ (on se place en coordonnées cylindriques).

On enfile une spire circulaire de rayon $R > a$ et de masse m autour de lui et on y fait circuler un courant I dans le sens indirect par rapport à (O, z) .

En négligeant le champ magnétique créé par la spire, exprimer le courant nécessaire pour maintenir la spire en état d'équilibre.

3.5 Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ



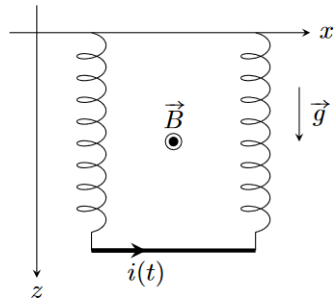
Soit une spire carrée de côté a tournant, grâce à l'action d'un couple moteur, à la vitesse angulaire ω constante autour de son axe vertical (O, z) . On repère la position angulaire de la spire par l'angle θ entre l'axe (O, x) et le vecteur \vec{n} orthogonal à la spire. La spire en rotation est plongée dans un champ magnétique constant $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{u}_x$.

1. Faire un schéma du problème en vue de dessus. Y indiquer les directions (O, x) , (O, y) et (O, z) ainsi que \vec{n} .
2. Déterminer le flux du champ magnétique Φ_B à travers la spire en fonction de a , B_0 et ω .
3. On note R la résistance de la spire. Déterminer le courant I la traversant.

3.6 Oscillateur amorti par induction _____



Considérons une barre de masse m et de longueur a , suspendue à deux ressorts conducteurs identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_y$. La barre, les ressorts et le support forment un circuit fermé.



1. Établir l'équation du mouvement sur la position $z(t)$ de la barre.
2. Réaliser et interpréter le bilan de puissance.
3. À l'instant $t = 0$ on écarte la barre de sa position initiale d'une distance b . Déterminer $z(t)$ et $i(t)$.