

SCIENCES PHYSIQUES

ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND

Thème 11 : Ondes

Cours

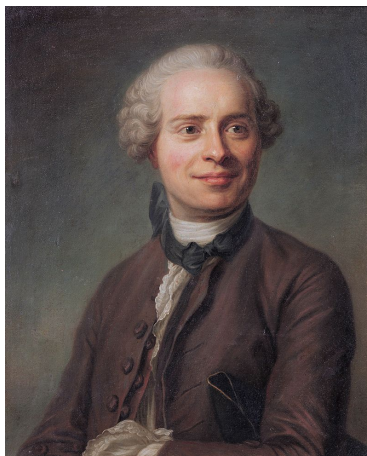


FIGURE 1 – Mathématicien, physicien et philosophe français, Jean le Rond d'Alembert (1717–1783) contribue à la formalisation mathématique de nombreux problèmes de mécanique. Il introduit notamment le principe de d'Alembert, qui reformule les équations de la dynamique. En étudiant les vibrations d'une corde, il établit l'équation des ondes, décrivant la propagation d'une perturbation dans un milieu. Ce résultat constitue l'un des premiers modèles mathématiques généraux pour les phénomènes ondulatoires.

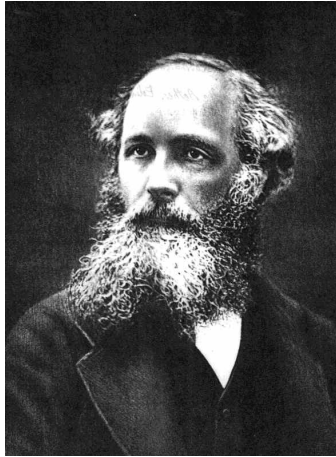


FIGURE 2 – Physicien écossais, James Clerk Maxwell (1831–1879) est l’un des fondateurs de l’électromagnétisme moderne. Il rassemble les lois connues de l’électricité et du magnétisme dans un ensemble cohérent d’équations décrivant le champ électromagnétique. Ces équations prédisent l’existence d’ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse de la lumière, montrant ainsi que la lumière elle-même est une onde électromagnétique. Ses travaux ont profondément marqué la physique et ouvert la voie aux technologies de télécommunication.



FIGURE 3 – Physicien français, Edmond Becquerel (1820–1891) réalise de nombreux travaux sur l’interaction entre la lumière et la matière. En 1839, il découvre le phénomène photovoltaïque, montrant qu’un matériau éclairé peut produire une tension électrique. Ce phénomène, lié à l’action d’une onde lumineuse sur un matériau, constitue le principe de fonctionnement des cellules solaires. Ses recherches ont joué un rôle important dans le développement de l’étude des effets photoélectriques et de l’énergie solaire.

Table des matières

1 Ondes progressives, ondes stationnaires	4
1.1 Établissement de l'équation d'ondes dans un câble coaxial	4
1.2 Solutions de l'équation de d'Alembert	6
1.3 Ondes progressives sinusoïdales	9
1.4 Ondes stationnaires	12
2 Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	15
2.1 Ondes sphériques, ondes planes	15
2.2 Équations de l'électromagnétisme	17
2.2.1 Rotationnel d'un champ vectoriel	17
2.2.2 Équations de Maxwell	19
2.2.3 Retour sur la conservation de la charge	20
2.3 Équation de propagation du champ électrique dans le vide	20
2.4 Polarisation d'une onde électromagnétique	23
2.4.1 Spectre	23
2.4.2 Structure d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement	25
3 Énergie des ondes électromagnétiques	28
3.1 Motivation et rappels sur l'énergie électromagnétique	28
3.2 Établissement de l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique	29
3.3 Étude énergétique d'une OPPM polarisée rectilignement	31
3.4 Conversion d'énergie électromagnétique en énergie électrique	33
3.4.1 Le photon et l'atome	33
3.4.2 L'effet photovoltaïque	35

Chapitre 1 : Ondes progressives, ondes stationnaires

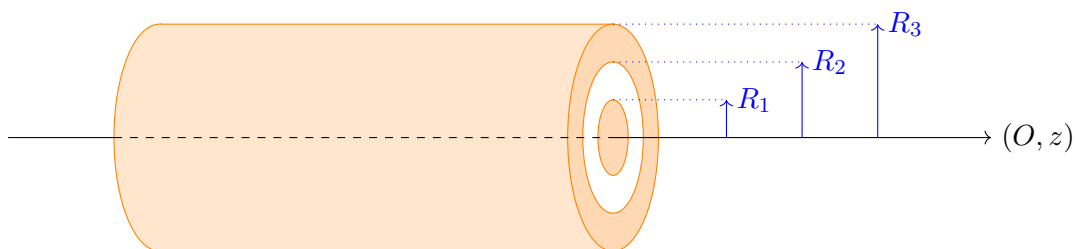
Objectifs :

- Établir les équations de propagation vérifiées par l'intensité du courant et la tension dans un câble coaxial sans pertes modélisé comme un milieu continu caractérisé par une inductance linéique et une capacité linéique.
- Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle du signal à position fixée, et son évolution spatiale à un instant donné.
- Exprimer la célérité en fonction des caractéristiques d'un câble coaxial.
- Exprimer la célérité en fonction des paramètres de la corde à partir de l'équation de propagation fournie.
- Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines mécaniques et citer des applications associées.
- Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.
- Déterminer les positions des noeuds et des ventres d'une onde stationnaire en fonction de sa longueur d'onde.

1.1 Établissement de l'équation d'ondes dans un câble coaxial

On considère un câble coaxial, constitué de deux cylindres conducteurs imbriqués l'un dans l'autre, mais n'étant pas en contact. Les deux axes de révolution sont identiques.

Le premier cylindre conducteur, plein, a un rayon R_1 . Entre R_1 et R_2 se situe un isolant, puis l'ensemble est entouré par le deuxième conducteur contenu entre les rayons R_2 et R_3 (voir figure ci-dessous).

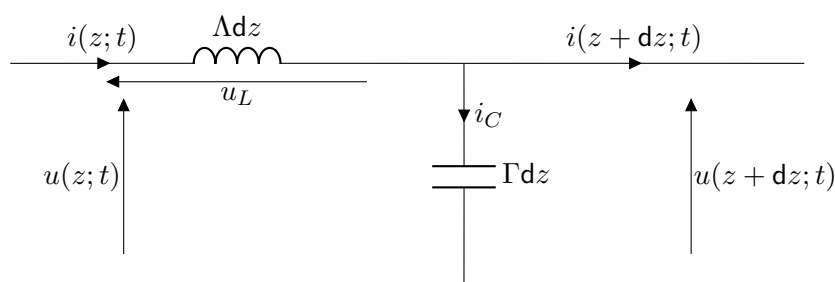


Le conducteur central (« l'âme ») est parcouru par un courant total $i(z, t)$ orienté dans le même sens que l'axe (O, z) . Le conducteur externe (« la gaine ») est parcouru par un courant total $-i(z, t)$ orienté dans le sens opposé à l'axe (O, z) .

On a démontré dans les thèmes précédents que :

- l'on peut associer au phénomène d'induction mutuelle entre la gaine et l'âme une inductance proportionnelle à la longueur du câble. On note Λ l'inductance linéique (en henry par mètre) dans le câble coaxial ;
- de par l'influence qu'une armature exerce sur l'autre, il peut y apparaître des défauts ou des excès de charge, qui conduisent à une capacité linéique (en farad par mètre) Γ .

On peut alors modéliser une tranche dz du câble par le circuit ci-dessous :



Question 1 : À l'aide de la loi des mailles, exprimer $u(z, t)$ en fonction de $u(z + dz, t)$ et u_L . En déduire alors que l'on a $\frac{\partial u}{\partial z} = -\Lambda \frac{\partial i}{\partial t}$.

Question 2 : À l'aide de la loi des nœuds, exprimer $i(z, t)$ en fonction de $i(z + dz, t)$ et i_C . En déduire alors que l'on a $\frac{\partial i}{\partial z} = -\Gamma \frac{\partial u}{\partial t}$.

Question 3 : Dériver la première équation par rapport au temps, et la deuxième par rapport à l'espace. En déduire que l'on a $\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} - \frac{1}{\Lambda \Gamma} \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} = 0$.

Équation de d'Alembert

On dit que $\mathcal{A}(x, t)$ vérifie l'**équation de d'Alembert** si elle vérifie l'identité :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial x^2} = 0$$

Une équation de d'Alembert est typique de la propagation sans pertes énergétiques d'une perturbation dans un milieu (c'est-à-dire d'une onde).

☛ *Remarque* : On démontrera en TD que la tension $u(z, t)$ vérifie la même équation de d'Alembert.

Question 4 : Quelle est la dimension de c ? Comment pourrait-on *a priori* l'interpréter?

Question 5 : Déterminer l'expression de c dans le cas du câble coaxial. Calculer cette valeur, sachant que $\Gamma = 110 \text{ pF} \cdot \text{m}^{-1}$ et $\Lambda = 225 \text{ nH} \cdot \text{m}^{-1}$. Commenter.

1.2 Solutions de l'équation de d'Alembert

Considérons une onde $i(z, t)$ se propageant dans le sens des z croissants. On suppose qu'il n'y a pas de pertes énergétiques le long du déplacement, et on note c la vitesse de propagation de l'onde.

Question 6 : Quelle distance l'onde va-t-elle parcourir pendant une durée Δt ?

Puisqu'il n'y a pas de pertes énergétiques, l'intensité de l'onde en z et à l'instant $t = 0$ sera la même qu'à un instant t quelconque mais à la position $z + ct$ (voir figure 1.1). En d'autres termes :

$$i(z, t = 0) = i(z + ct, t)$$

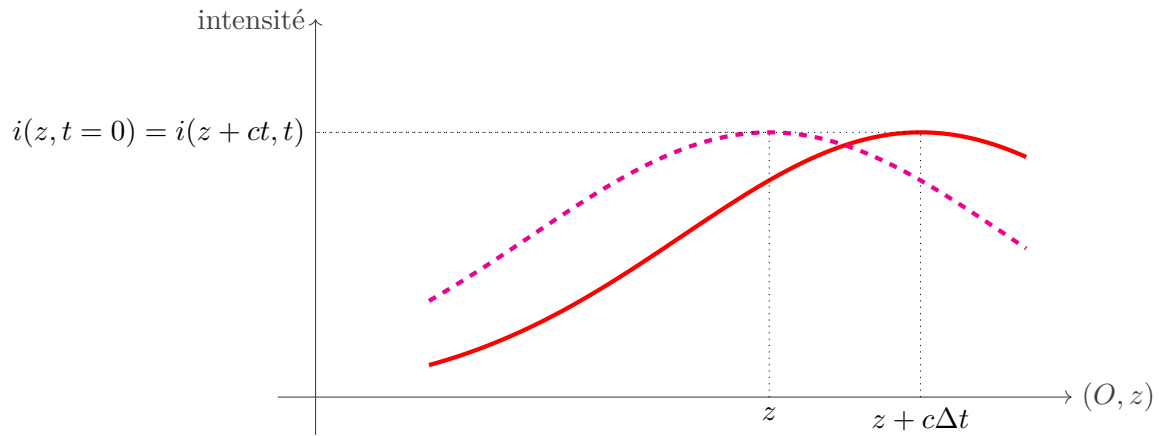


FIGURE 1.1 – Visualisation d’une onde à $t = 0$ (traitillés) et à un instant t quelconque (traits pleins).

Si l’on fait le changement de variable¹ $z \leftarrow z + c\Delta t$, la relation précédente devient alors :

$$i(z - ct, 0) = i(z, t)$$

On comprend alors que $i(z, t)$ ne dépend en réalité que de la grandeur $z - ct$. En d’autres termes, $i(z, t)$ est une fonction de la quantité $z - ct$: $i(z, t) = f(z - ct)$, avec f une fonction quelconque (par exemple : une exponentielle, un cosinus...).

Question 7 : Montrer que $I(z, t) = I_0 \exp \alpha(z - ct)$, avec I_0 et α des constantes, est bien solution de l’équation de d’Alembert.

1. Cela signifie simplement que l’on change l’origine des cotes z , cela ne change rien à la physique du problème.

Question 8 : Montrer que $I_f(z, t) = f(z - ct)$ est bien solution de l'équation de d'Alembert pour toute fonction f .

On admet par ailleurs, par le même raisonnement, que toute fonction du type $I_g(x, t) = g(x + ct)$ est solution de l'équation de d'Alembert.

Solutions de l'équation de d'Alembert

Les solutions de l'équation de d'Alembert $\frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial x^2} = 0$ peuvent s'écrire $\mathcal{A}(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$ où f et g sont des fonctions a priori quelconques.

- c est la **vitesse de propagation** (ou **célérité**) de l'onde ;
- $f(x - ct)$ représente l'onde se propageant dans le sens des x croissants : on parle d'**onde directe** ;
- $g(x + ct)$ représente l'onde se propageant dans le sens des x décroissants : on parle d'**onde rétrograde**.

L'onde associée à une fonction du type $\mathcal{A}(x, t) = f(x - ct)$ ou $\mathcal{A}(x, t) = g(x + ct)$ est appelée **onde progressive**.

1.3 Ondes progressives sinusoïdales

On considère une corde vibrante de masse linéique (masse par unité de longueur) μ . Au long de cette corde se propage un ébranlement. On repère par $y(x, t)$ la hauteur de la corde à l'abscisse x et à l'instant t (voir figure 1.2).

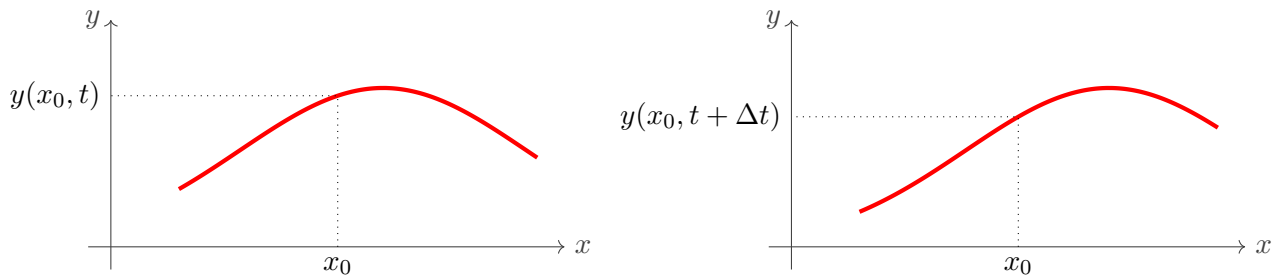


FIGURE 1.2 – Propagation d'un ébranlement le long d'une corde à deux instants t et $t + \Delta t$.

On admet² que, dans l'approximation d'une corde d'inclinaison suffisamment faible, $y(x, t)$ vérifie également l'équation de d'Alembert avec $c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ où T_0 est la tension horizontale de la corde.

Question 9 : Supposons que la source (en $x = 0$) vibre de façon sinusoïdale. Que peut-on attendre de $y(x, t)$?

Onde progressive sinusoïdale

On appelle **onde progressive sinusoïdale** une fonction du type $\mathcal{A}(x, t) = A_0 \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$:

- La solution $-$ correspond à une propagation selon les x croissants ;
- La solution $+$ correspond à une propagation selon les x décroissants.

ω est la **pulsation de l'onde** (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) et k est le **nombre d'onde** (en $\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}$).

Équation de dispersion

On appelle **équation de dispersion** la relation entre la pulsation ω et le nombre d'onde k d'une onde progressive sinusoïdale.

On détermine toujours l'équation de dispersion en injectant l'expression de l'onde progressive sinusoïdale dans l'équation d'onde.

☛ **Remarque** : Injecter l'expression de l'onde directe ou rétrograde donnera toujours la même équation de dispersion.

2. Ce sera un exercice du TD.

Question 10 : Déterminer l'équation de dispersion pour la propagation d'une onde directe dans le cas de la corde vibrante.

☛ *Remarque :* Pour une équation de d'Alembert, on aura toujours $\omega = kc$. Cette relation de dispersion n'est plus valable dès que l'équation d'onde n'est plus une équation de d'Alembert.

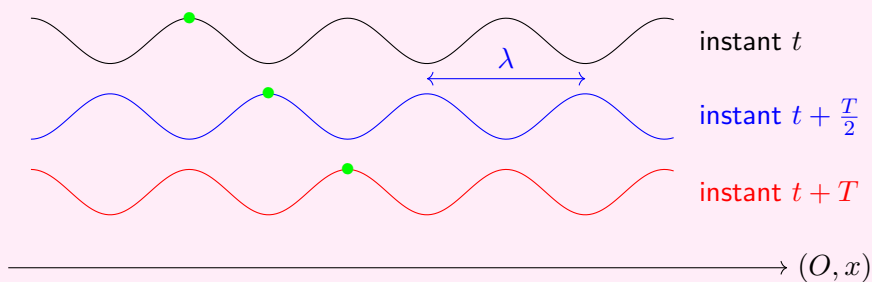
Question 11 : Que vaut $y\left(x, t + \frac{2\pi}{\omega}\right)$?

Question 12 : Que vaut $y\left(x + \frac{2\pi}{k}, t\right)$?

Double périodicité spatiale et temporelle

Une onde progressive sinusoïdale possède une double périodicité :

- Sa **période temporelle** $T = \frac{2\pi}{\omega}$ est la durée minimale séparant deux valeurs identiques de l'onde en un point donné : $y(x, t + T) = y(x, t)$;
- Sa **période spatiale** (ou **longueur d'onde**) $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ est la distance minimale séparant deux points où la valeur de l'onde est la même à un instant donné : $y(x + \lambda, t) = y(x, t)$.



Question 13 : Si l'on note $f = \frac{1}{T}$ la fréquence temporelle de l'onde, montrer qu'il existe un lien entre f , c et λ .

Relation fréquence-longueur d'onde

Si une onde vérifie l'équation de d'Alembert, sa relation de dispersion $\omega = kc$ peut se réécrire $c = \lambda \times f$.

En d'autres termes, la fréquence et la longueur d'onde sont dans ce cas inversement proportionnelles.

☛ **Remarque :** Pour les ondes sonores, on se situe entre 20 Hz (sons graves) et 20 kHz (sons aigus) ; les échographies utilisent des fréquences entre 1 MHz et 15 MHz.

1.4 Ondes stationnaires



Prenons l'exemple d'une corde, dont l'extrémité gauche (en $x = 0$) est tenue par Alice et dont l'extrémité droite (en $x = L$) est fixe ; par exemple, accrochée à un mur. Alice lance un coup sec sur la corde (voir figure 1.3 et la vidéo du QR code ci-contre).

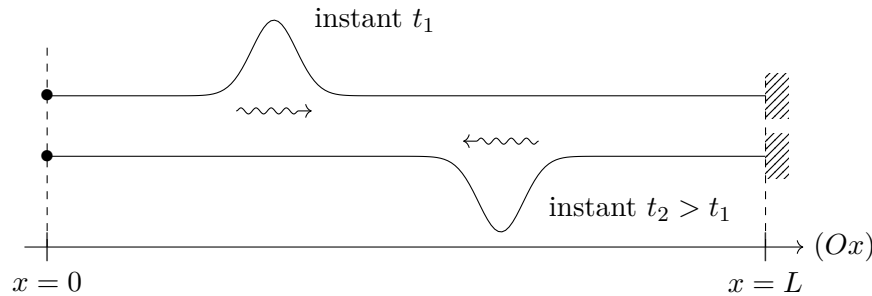


FIGURE 1.3 – Réflexion d'une perturbation le long d'une corde à deux instants t_1 (haut) et t_2 (bas).

On voit que, après la réflexion de l'onde sur le mur, la perturbation se retrouve renversée par rapport à son état d'origine.

Supposons à présent que l'extrémité gauche soit également fixe. On tire un point de la corde vers l'extérieur, puis on le lâche. On cherche les solutions comme somme de deux ondes progressives sinusoïdales, l'une directe et l'autre rétrograde.

Question 14 : Donner l'expression générale de $y(x, t)$ en fonction notamment du déphasage φ entre l'onde incidente et l'onde réfléchi. On suppose que les réflexions en $x = 0$ et $x = L$ sont élastiques (pas de perte d'énergie), ce qui entraîne des amplitudes Y_0 identiques pour les deux ondes.

Question 15 : À l'aide de la formule $\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$, déterminer une expression de $y(x, t)$ où le temps et l'espace sont décorrélés.

Définition et écriture mathématique d'une onde stationnaire

Une **onde stationnaire** est une onde où le temps et l'espace sont décorrélés ; une telle onde peut se mettre sous la forme $\mathcal{A}(x, t) = F(t) \times G(x)$.

Onde sinusoïdale stationnaire

Une **onde sinusoïdale stationnaire** s'écrit :

$$\mathcal{A}(x, t) = \mathcal{A}_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos(kx + \psi)$$

Question 16 : En utilisant la condition en $x = 0$, déterminer une condition sur φ . Donner la nouvelle expression de $y(x, t)$.

Question 17 : Quelle condition le mur impose-t-il sur $y(x = L, t)$? Cette condition étant vraie pour tout t , en déduire que, nécessairement, kL doit être un multiple entier de π : $kL = m\pi$ avec $m \in \mathbb{N}$.

Question 18 : Déduire de la question précédente les longueurs d'onde $\{\lambda_m\}_{m \in \mathbb{N}}$ possibles pour l'onde stationnaire, puis les pulsations $\{\omega_m\}_{m \in \mathbb{N}}$ possibles pour cette même onde.

Modes propres de la corde vibrante

Les **conditions aux limites** de la corde (fixée à ses deux extrémités $x = 0$ et $x = L$) imposent que les fréquences des ondes stationnaires la parcourant sont **quantifiées** : elles ne peuvent prendre que les valeurs $f_m = \frac{mc}{2L}$ où m est un entier positif.

Chacune de ces fréquences f_m définit un **mode propre** m de la corde.

Ainsi, l'équation de la corde vibrante fixée à ses deux extrémités s'écrit :

$$y(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} Y_m \sin\left(m\frac{\pi c}{L}t + \phi_m\right) \sin\left(m\frac{\pi}{L}x\right)$$

où les Y_m et ϕ_m sont déterminés par les conditions initiales (forme et vitesse) de la corde.

L'onde stationnaire $y(x, t)$ a été tracée sur la figure 1.4 à différents instants pour observer son évolution, pour le mode propre $m = 5$.

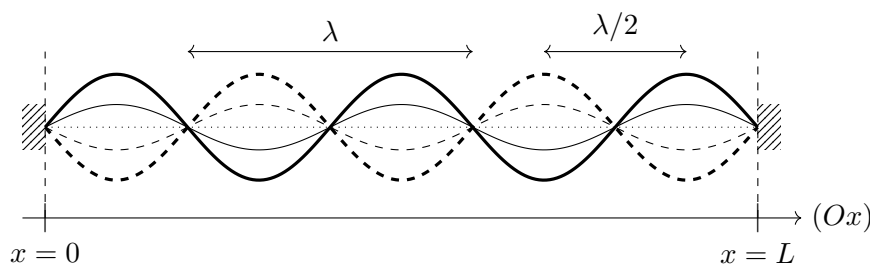


FIGURE 1.4 – Onde stationnaire le long d'une corde à t (gras, plein), $t + T/6$ (plein), $t + T/4$ (pointillés) $t + 2T/6$ (traitillés) et $t + T/2$ (gras, traitillés).

Nœuds et ventres d'une onde stationnaire

Un **nœud de vibration** est une position où la perturbation a une amplitude nulle.

Un **ventre de vibration** est une position où la perturbation a une amplitude maximale.

On retient que deux nœuds ou deux ventres de vibration successifs sont séparés d'une distance $\lambda/2$.

Pour la corde vibrante à extrémités liées, un mode propre m contient m ventres et $m + 1$ nœuds.

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Établir l'équation de d'Alembert pour le câble coaxial.
- Supposons que $y(x, t)$ vérifie l'équation de d'Alembert. On note c la célérité de l'onde. Quelle est la forme de $y(x, t)$ si l'onde se propage dans le sens des x croissants ? Quelle est la forme de $y(x, t)$ si l'onde se propage dans le sens des x décroissants ?
- Démontrer l'équation de dispersion vérifiée pour une équation de d'Alembert $\frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial x^2} = 0$. En déduire la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité.
- Soit une corde de longueur L fixée à ses deux extrémités. Tracer l'allure de la corde pour les modes propres $n = 1$ à différents instants. Idem pour les modes propres $n = 2$ et $n = 3$.

Chapitre 2 : Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide

Objectifs :

- Simplifier les équations de Maxwell, fournies et admises, dans une zone de l'espace sans charges ni courants.
- Identifier les équations qui font apparaître un couplage entre les champs électrique et magnétique. Identifier et interpréter qualitativement les équations qui font apparaître un couplage entre les champs électrique ou magnétique et les distributions de charges ou de courant.
- Montrer que l'équation de propagation des champs électrique et magnétique, fournie, se ramène à une équation de d'Alembert unidimensionnelle dans le cas d'une onde plane. Exprimer la célérité des ondes électromagnétiques en fonction des constantes fondamentales.
- Démontrer la relation de dispersion de l'onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement.
- Exploiter l'expression du champ électrique d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement pour identifier la direction de propagation et la direction de polarisation.
- Identifier en ordre de grandeur les intervalles en fréquence ou en longueur d'onde des domaines : ondes radio, infra-rouge, visible, ultra-violets, rayons X, rayons gamma. Citer des applications associées.
- Démontrer le caractère transverse des champs électrique et magnétique dans le cas d'une onde plane. Établir la relation de structure dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement. Exploiter la relation de structure pour déterminer le champ électrique connaissant le champ magnétique, ou réciproquement, pour une onde plane progressive monochromatique.

2.1 Ondes sphériques, ondes planes

Vecteur d'onde et front d'onde

Soit une onde se propageant selon la direction et le sens du vecteur unitaire \vec{u} . Le **vecteur d'onde** \vec{k} est défini par :

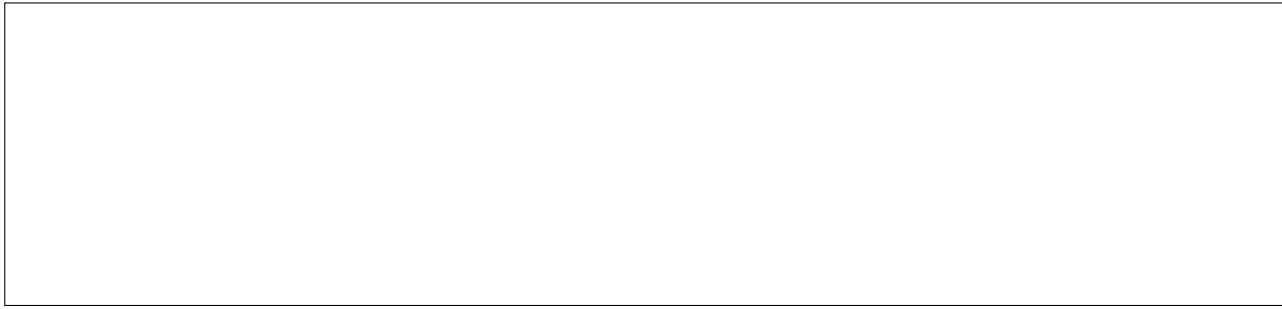
$$\vec{k} = k \cdot \vec{u}$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, avec λ la longueur d'onde.

Les **fronts d'onde** correspondent alors à des surface auxquelles le vecteur d'onde \vec{k} est orthogonal en tout point.

Question 1 : Considérons une onde lumineuse provenant du Soleil. On se place en coordonnées et en base sphériques. Donner l'expression de \vec{k}_{lum} en fonction de λ , longueur d'onde du rayonnement associé. En déduire la géométrie du front d'onde.

Question 2 : Que peut-on dire du front d'onde parvenant à la Terre ? On donne la distance Terre-Soleil $d_{TS} = 150 \times 10^6$ km et le rayon de la Terre $R_T = 6,4 \times 10^3$ km.



Onde plane

Une **onde plane** est une onde dont les fronts d'onde sont des plans infinis. Nécessairement, le vecteur d'onde \vec{k} d'une onde plane est uniforme : $\vec{k} = \vec{k}_0$.

Mathématiquement, l'expression d'une onde plane $\mathcal{A}(M, t)$ se propageant selon $\vec{k} = k \cdot \vec{u}_z$ est alors :

$$\mathcal{A}(M, t) = \mathcal{A}(z, t)$$

Une onde plane n'a pas de réalité physique, car elle transporterait une énergie infinie sur tout son front d'onde (infini). Il ne s'agit que d'une « simplification locale » de l'onde sphérique.

☛ *Remarque :* \mathcal{A} peut aussi bien être un champ vectoriel qu'un champ scalaire.

☛ *Remarque :* Si l'on a par exemple $\vec{k} = k_0 \cdot \vec{u}_z$, il vient que $\mathcal{A}(M, t)$ est une onde plane si et seulement si cette onde ne dépend spatialement que de z : $\mathcal{A}(M, t) = \mathcal{A}(z, t)$.

☛ *Remarque :* Les ondes de tension et d'intensité dans le câble coaxial sont des ondes planes ; de même pour les ondes dans la corde vibrante.

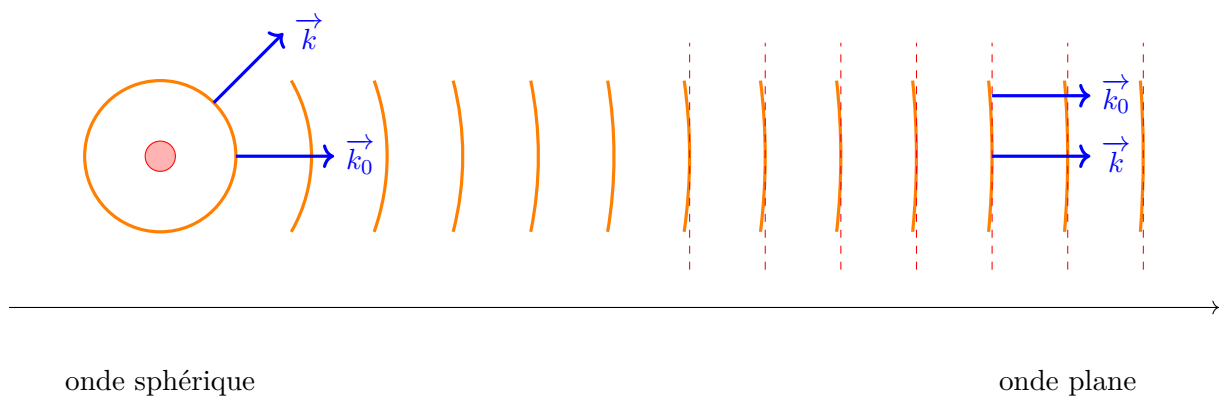


FIGURE 2.1 – De l'onde sphérique à l'onde plane.

2.2 Équations de l'électromagnétisme

2.2.1 Rotationnel d'un champ vectoriel

Prenons l'exemple d'une densité volumique de courant $\vec{j} = j \cdot \vec{u}_z$. On prend comme contour d'Ampère C_A un rectangle mésoscopique de dimensions dx et dy (voir figure 2.2) qui prend une partie de la distribution de courant.

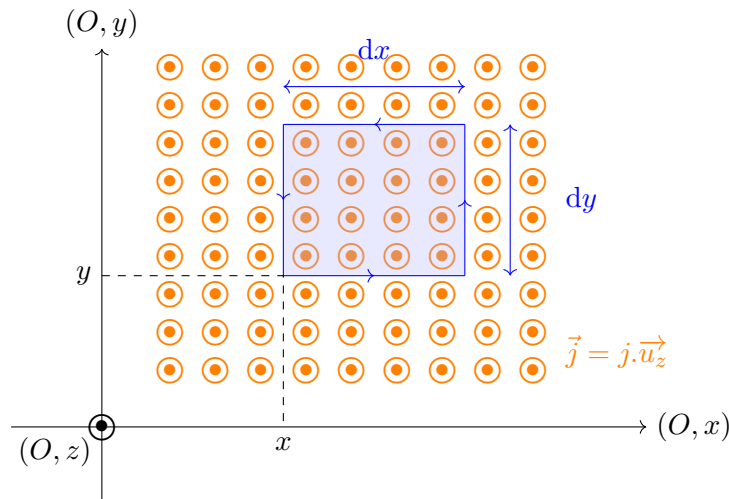


FIGURE 2.2 – Contour d'Ampère orienté englobant une distribution de courant volumique.

Le champ magnétique est $\vec{B} = \begin{pmatrix} B_x(x, y, z) \\ B_y(x, y, z) \\ B_z(x, y, z) \end{pmatrix}$. On souhaite appliquer le théorème d'Ampère sur le contour mésoscopique.

Question 3 : Montrer que la circulation infinitésimale dC_B du champ magnétique le long du contour d'Ampère peut s'écrire $dC_B = dx dy \times \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right)$.

Rotationnel d'un champ vectoriel

Le rotationnel $\vec{\text{rot}} \vec{A}$ d'un champ vectoriel $\vec{A} = A_x \cdot \vec{e}_x + A_y \cdot \vec{e}_y + A_z \cdot \vec{e}_z$ vaut :

$$\vec{\text{rot}} \vec{A} \triangleq \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

En « écriture nabla », on a donc :

$$\vec{\text{rot}} \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

☛ *Remarque* : Le rotationnel est un opérateur linéaire et qui commute notamment avec la dérivation temporelle.

☛ *Remarque* : Tout comme le gradient et la divergence, vous n'avez pas à savoir par cœur l'expression du rotationnel selon le programme d'ATS : elle doit vous être fournie par l'énoncé.

Le rotationnel d'un champ vectoriel est un vecteur dépendant du point M de l'espace où on le calcule. Sa direction indique l'axe autour duquel le champ tourne localement (donc en M), alors que son sens indique si cette rotation est dans le sens horaire ou anti-horaire à l'aide de la règle du tire-bouchon (à faire avec la main droite !). Si le rotationnel est localement nul, alors le champ ne tourne localement pas (il va « tout droit »).

Question 4 : On a donc $dC_B = \vec{\text{rot}} \vec{B} \cdot dx dy \cdot \vec{u}_z$. Par application du théorème d'Ampère, et en généralisant l'expression obtenue, que vaudrait alors $\vec{\text{rot}} \vec{B}$? Cela est-il cohérent avec l'interprétation physique du rotationnel ?

2.2.2 Équations de Maxwell

Équations de Maxwell

Les phénomènes électromagnétiques sont régis les quatre **équations de Maxwell**.

Deux équations concernent le champ électrique \vec{E} :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (\text{Maxwell-Gauss})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Faraday})$$

Deux équations concernent le champ magnétique \vec{B} :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{Maxwell-Thomson})$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Ampère})$$

☛ *Remarque* : L'équation de Maxwell-Thomson est parfois appelée *équation de Maxwell relative au flux* ou *équation de Maxwell-flux*.

☛ *Remarque* : Malgré leur importance fondamentale en physique, ces équations ne sont pas à savoir d'après le programme d'ATS : elles doivent toujours être fournies.

Question 5 : Déterminer ce que reflètent macroscopiquement chacune de ces équations.

Question 6 : Quelles équations montrent un couplage entre le champ électrique et le champ magnétique ? Que peut-on en dire, en régime statique ?

2.2.3 Retour sur la conservation de la charge

On admet¹ que pour tout champ vectoriel \vec{A} , on a $\text{div}(\text{rot } \vec{A}) = 0$.

Question 7 : Appliquer l'opérateur divergence à l'équation de Maxwell-Ampère. Qu'observe-t-on ?

☛ *Remarque :* Seul l'ajout du courant de déplacement $\vec{j}_D \triangleq \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ à l'équation de Maxwell-Ampère permet d'être en cohérence avec l'équation de conservation de la charge !

☛ *Remarque :* Si le théorème de Gauss reste valable en régime statique, le théorème d'Ampère ne l'est pas nécessairement !

2.3 Équation de propagation du champ électrique dans le vide

Définition du vide en électromagnétisme

En électromagnétisme, le **vide** (ou « **vide de courants et de charges** ») correspond à une absence de matière : on a donc $\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$.

Des ondes électromagnétiques peuvent cependant s'y propager : \vec{E} et \vec{B} sont *a priori* non-nuls.

Question 8 : Donner les quatre équations de Maxwell dans le vide.

1. On peut le démontrer facilement en calculant explicitement les dérivées, ou bien on peut s'en convaincre avec l'écriture nabla : $\text{div}(\text{rot } \vec{A}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = 0$ puisque $\vec{\nabla} \perp \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$.

Soit une onde électrique se propageant dans le vide selon la direction (O, z) :

$$\vec{E} = E_x(z, t) \cdot \vec{u}_x + E_y(z, t) \cdot \vec{u}_y + E_z(z, t) \cdot \vec{u}_z$$

Question 9 : À l'aide de l'équation de Maxwell-Gauss, justifier que l'on a $E_z = 0$.

Question 10 : À l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday, exprimer $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, puis en déduire l'expression de $\text{rot} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)$ en fonction de \vec{E} .

Question 11 : En dérivant temporellement l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer une expression de $\frac{\partial}{\partial t} (\text{rot} \vec{B})$.

Question 12 : On admet que² $\text{rot} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \vec{B})$. En déduire que le champ électrique suit une équation de d'Alembert, dont on donnera l'expression de la célérité c .

Question 13 : Faire l'application numérique de c . On rappelle que $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ et $\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$. Commenter.

Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide

Le champ électrique et le champ magnétique se propagent dans le vide en suivant l'équation de d'Alembert.

La vitesse de propagation de ces ondes électrique et magnétique est $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: c'est la vitesse de la lumière dans le vide.

On admet alors que la lumière est en réalité une onde électromagnétique, c'est-à-dire une onde associée à un champ électromagnétique $\{\vec{E}, \vec{B}\}$.

Question 14 : Montrer que l'équation de d'Alembert vectorielle peut, dans le cas d'une onde plane, se ramener à des équations de d'Alembert unidimensionnelles.

². C'est le théorème de Schwarz, que l'on a déjà utilisé pour les ondes dans un câble coaxial dans le premier chapitre : $\frac{\partial^2 i}{\partial z \partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial z}$.

2.4 Polarisation d'une onde électromagnétique

2.4.1 Spectre

Polarisation d'une onde électromagnétique

La **polarisation** d'une onde électromagnétique correspond à la direction du champ électrique \vec{E} . Elle peut *a priori* dépendre du temps.

☛ *Remarque* : Connaître la polarisation d'une onde électromagnétique suffit à la décrire, car on peut déterminer le champ \vec{B} à partir de l'équation de Maxwell-Ampère ou de celle de Maxwell-Faraday.

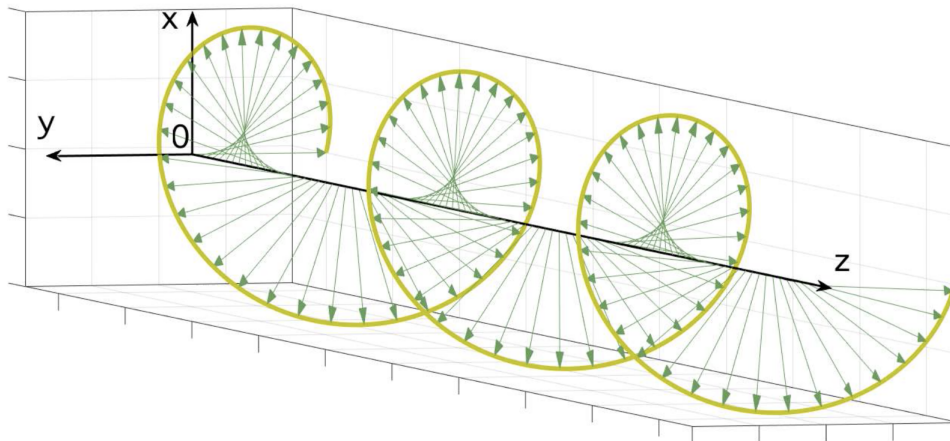


FIGURE 2.3 – Propagation d'une onde électromagnétique selon l'axe (O, z) dont la polarisation dépend du temps (ici, on parle de polarisation circulaire car le champ électrique décrit un cercle si l'on observe l'onde dans un plan $z = \text{cste}$).

Question 15 : Déterminer la direction de propagation et la polarisation de l'onde électrique $\vec{E} = \alpha_0 \times (x - ct)^3 \cdot \vec{u}_y$.

Onde plane progressive harmonique

Soit une onde $\mathcal{A}(M, t) = \mathcal{A}(x, y, z, t)$ se propageant selon un axe (O, z) . On dit que \mathcal{A} est une **onde plane progressive harmonique** (OPPH) si et seulement si on peut l'écrire sous la forme :

$$\mathcal{A}(M, t) = A_0 \cos(kz \pm \omega t + \varphi)$$

Comme habituellement, le signe $-$ correspond à l'onde directe et le signe $+$ à l'onde rétrograde.

Prenons l'exemple d'une OPPH électromagnétique se propageant dans le sens des z croissants ; on note

$$a \text{ priori } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0,x} \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_{0,y} \cos(kz - \omega t + \varphi_y) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

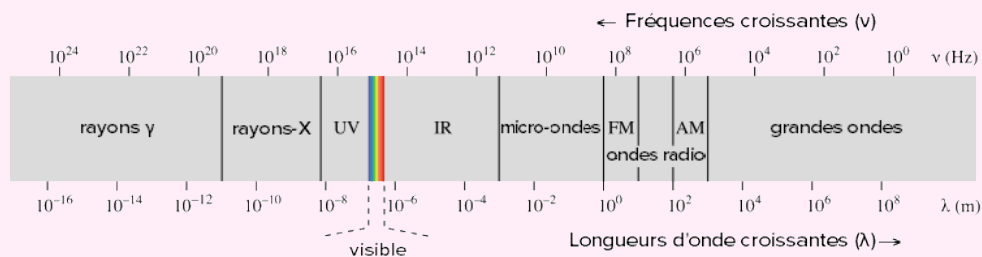
Question 16 : En utilisant l'équation de d'Alembert pour la projection $E_x \triangleq \vec{E} \cdot \vec{u}_x$, déterminer la relation de dispersion.



Spectre des ondes électromagnétiques

Une onde électromagnétique se propageant dans le vide est partiellement décrite par la donnée de sa longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$.

Le **spectre des ondes électromagnétique** est composé de différentes régions. Le visible est contenu entre les longueurs d'onde $\lambda_V = 400 \text{ nm}$ et $\lambda_R = 800 \text{ nm}$, ce qui correspond respectivement aux fréquences $f_V = 4 \times 10^{14} \text{ Hz}$ et $f_R = 8 \times 10^{14} \text{ Hz}$.



☛ **Remarque :** Parce que l'on fait la correspondance entre les fréquences et les couleurs, on dénomme souvent les OPPH comme OPPM (**ondes planes progressives monochromatiques**³). Ainsi : « sinusoïdal », « harmonique » et « monochromatique » sont synonymes en physique ondulatoire.

☛ **Remarque :** On peut citer des applications techniques et scientifiques pour chacune des régions : imagerie médicale et médecine nucléaire pour les rayons γ et X , luminothérapie et désinfection pour les UV, spectroscopie et thermographie pour les IR, radars et fours pour les micro-ondes, communication pour les ondes radio.

3. Monochromatique = d'une seule couleur.

2.4.2 Structure d'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement

Question 17 : Montrer que l'on peut simplifier l'expression de \vec{E} dans le cas où $\varphi_x = \varphi_y \triangleq \varphi$.

Question 18 : Tracer alors l'allure du champ électrique au cours du temps.

Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement (OPPMR)

Soit une onde électromagnétique se propageant selon le vecteur d'onde \vec{k} . On dit que cette **OPPM est polarisée rectilignement** si on peut l'écrire sous la forme :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{OM} - \omega t + \varphi)$$

où le vecteur \vec{E}_0 ne dépend ni de l'espace, ni du temps, et $\vec{OM} = x.\vec{u}_x + y.\vec{u}_y + z.\vec{u}_z$.
L'écriture complexe de cette onde est alors :

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{OM} - \omega t + \varphi)}$$

☛ *Remarque :* La plupart des ondes électromagnétiques ne sont pas à polarisation rectiligne. On peut toutefois superposer des ondes polarisées rectilignement retrouver l'onde totale, dans la même idée que la superposition de Fourier.

Question 19 : Exprimer simplement $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, $\text{div } \vec{E}$ et $\text{rot } \vec{E}$ à l'aide notamment de ω et \vec{k} .

Question 20 : Que nous apprend l'équation de Maxwell-Gauss ? Pourrait-on dire la même chose du champ magnétique ?

Transversalité des ondes électromagnétiques

Une onde électromagnétique plane progressive monochromatique et polarisée rectilignement est **transverse** : si la direction de propagation est selon la direction \vec{k} , alors \vec{E} et \vec{B} seront orthogonaux à cette direction.

Question 21 : Déterminer une expression de \vec{B} en fonction de \vec{k} , ω et \vec{E} à l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday.

Orthogonalité des champs électrique et magnétique, relation de structure

Le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{B} associés à une onde électromagnétique se propageant selon \vec{k} sont orthogonaux : $\vec{B} \perp \vec{E}$.

En particulier, la **relation de structure** en notation complexe pour une OPPM polarisée rectilignement est :

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

Question 22 : Montrer que l'on a forcément $B = E/c$.

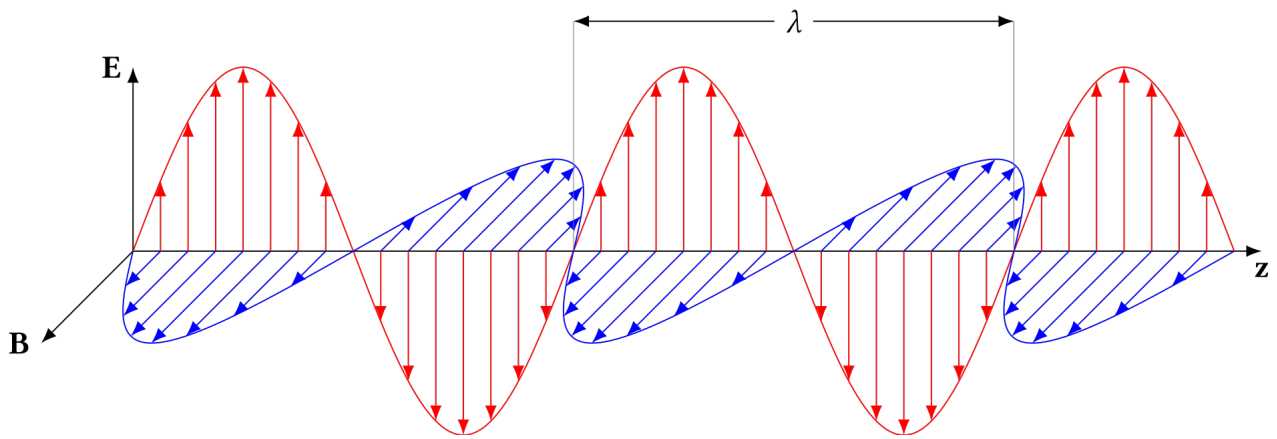


FIGURE 2.4 – Propagation d'une onde électromagnétique selon la direction z . By Francois frwiki - Own work, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=108645646>

Question 23 : En exploitant une autre équation de Maxwell, exprimer \vec{E} en fonction de \vec{B} , \vec{k} , ω et c .

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Soit une onde électromagnétique dont le champ électrique est $\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \cdot \vec{u}_y$. Selon quelle direction se propage l'onde ? Quelle est sa polarisation ? Déterminer la relation de dispersion à l'aide de l'équation de d'Alembert $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = 0$ vérifiée par \vec{E} .
- Classer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
- Qu'est-ce qu'une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement ? Que peut-on dire du vecteur d'onde \vec{k} , du champ électrique \vec{E} et du champ magnétique \vec{B} pour une telle onde dans le vide ? Montrer que l'on a nécessairement $B = E/c$.

Chapitre 3 : Énergie des ondes électromagnétiques

Objectifs :

- Exprimer la puissance rayonnée à travers une surface à l'aide du vecteur de Poynting. Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde.
- Citer quelques ordres de grandeurs de puissance surfacique moyennes transportées par une onde électromagnétique (laser hélium-néon, flux solaire).
- Établir l'équation locale de Poynting unidimensionnelle pour une onde plane polarisée rectilignement dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Admettre son expression la plus générale dans une zone de l'espace sans charges ni courants. Par analogie avec d'autres équations locales de conservation, faire le lien avec la conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide.
- Décrire l'effet photovoltaïque.
- À partir de la caractéristique courant-tension d'une cellule photovoltaïque, déterminer les valeurs de la tension et du courant qui maximisent la puissance électrique fournie. Déterminer la valeur du rendement maximum, les données nécessaires étant fournies.

3.1 Motivation et rappels sur l'énergie électromagnétique

Nous avons précédemment établi des équations de conservation :

- L'équation de conservation de la charge $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}) = 0$ avec ρ la densité volumique de charges et \vec{j} le courant de charges ;
- L'équation de conservation de la masse $\frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div}(\vec{J}) = 0$ avec μ la densité volumique de masse (ou masse volumique) et \vec{J} le courant de masse.

☛ *Remarque* : On peut même démontrer qu'en régime variable, la propagation de la chaleur dans un milieu peut s'écrire $\frac{\partial u}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_Q) = 0$ avec u la densité volumique d'énergie interne et \vec{j}_Q « le courant de chaleur ».

Chacune de ces équations retranscrit la « non-disparition » de certaines quantités ; respectivement : la charge électrique, la masse et l'énergie thermique. En effet, ces équations peuvent se mettre sous la forme $\frac{\partial x}{\partial t} = -\text{div}(\vec{j}_X)$: la variation temporelle positive (respectivement : négative) de x correspond à une sortie (respectivement : une entrée) de X dans le système étudié.

Il est à noter que $x = X/\text{volume}$ est alors toujours la densité volumique de la quantité à conserver.

Densité volumique d'énergie électromagnétique

On appelle **densité volumique d'énergie électromagnétique** la quantité :

$$u_{em} = u_e + u_m = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2$$

☛ *Remarque* : $\vec{A}^2 = \vec{A} \cdot \vec{A} = \|\vec{A}\|^2 \triangleq A^2$.

☛ *Remarque* : Les expressions de u_e et u_m ont été déterminées dans les chapitres sur le condensateur et la bobine. On ne fait ici que les généraliser.

La question est donc de savoir si l'on peut déterminer une équation du type $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \text{div}(\vec{j}_{em}) = 0$, afin de témoigner de la conservation de l'énergie électromagnétique dans le vide.

3.2 Établissement de l'équation de conservation de l'énergie électromagnétique

On étudie une onde électromagnétique quelconque décrite par un champ $\{\vec{E}, \vec{B}\}$ se propageant dans le vide.

Question 1 : En utilisant les équations (dans le vide) de Maxwell-Faraday $\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et Maxwell-Ampère

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \text{ montrer que } \frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \cdot \vec{\text{rot}} \vec{B} - \vec{B} \cdot \vec{\text{rot}} \vec{E}).$$

Question 2 : En admettant la formule d'analyse vectorielle $\text{div} (\vec{a} \wedge \vec{b}) = \vec{b} \cdot \vec{\text{rot}} \vec{a} - \vec{a} \cdot \vec{\text{rot}} \vec{b}$, montrer que l'on a $\frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t} = -\text{div} (\vec{\Pi})$. Donner l'expression de $\vec{\Pi}$.

Vecteur de Poynting

On définit le **vecteur de Poynting** par :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Il est également parfois noté \vec{R} ou \vec{S} .

Équation locale de Poynting

L'équation locale de Poynting décrit à l'échelle mésoscopique la conservation de l'énergie électromagnétique :

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t} + \text{div } \vec{\Pi} = 0$$

☛ *Remarque* : L'établissement de l'équation locale de Poynting peut se faire sans passer par les équations de Maxwell, comme nous le verrons en TD. Cette démonstration, exigible selon le programme, est cependant peu intéressante car elle nécessite d'admettre les expressions de u_{em} et $\vec{\Pi}$...

On rappelle que l'équation locale de conservation de la masse $\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\text{div } (\vec{J})$ peut s'écrire, à l'échelle d'un système macroscopique :

$$\frac{d\mathcal{M}}{dt} = \mathcal{D}_{m,e} - \mathcal{D}_{m,s}$$

avec \mathcal{M} la masse du système, $\mathcal{D}_{m,e}$ le débit massique entrant dans le système et $\mathcal{D}_{m,s}$ le débit massique sortant du système.

Question 3 : Quelle grandeur électromagnétique est l'analogue de μ ? Et laquelle est donc l'analogue de \mathcal{M} ?

Question 4 : Rappeler le lien entre \vec{J} et \mathcal{D}_m . Par analogie, montrer que le flux du vecteur de Poynting représente une puissance électromagnétique.

Interprétation du vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ représente localement la densité surfacique de puissance électromagnétique rayonnée.

Ainsi, la puissance rayonnée sur une surface quelconque S est égale au flux du vecteur de Poynting à travers cette même surface :

$$\mathcal{P}_{ray} = \iint_S \vec{\Pi} \cdot d\vec{S}$$

On en déduit que le vecteur de Poynting s'exprime en W/m^2 .

3.3 Étude énergétique d'une OPPM polarisée rectilignement

On prend l'exemple d'une OPPM polarisée rectilignement : $\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \cdot \vec{u}_y$.

Question 5 : Donner les directions de polarisation et propagation de l'onde.

Question 6 : Quelle est l'expression de \vec{k} ?

Question 7 : Donner l'écriture de \vec{E} ; en déduire celle de \vec{B} , puis celle de \vec{B} . On rappelle que, dans le cas du vide, on a $\omega = kc$.

Question 8 : Déterminer alors l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$. Quelle est sa direction ? Commenter.

Direction et sens du vecteur de Poynting

Si la norme du vecteur de Poynting représente la densité surfacique de puissance, sa direction et son sens représentent quant à eux la direction et le sens de propagation de l'énergie de l'onde électromagnétique.

Question 9 : Exprimer u_e et u_m , densités volumiques d'énergie respectivement électrique et magnétique. Les comparer. En déduire la densité volumique d'énergie électromagnétique u_{em} . On rappelle que $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$.

Question 10 : Pour une onde visible de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$, quelle est la fréquence f associée ? Que peut-on en déduire pour $\vec{\Pi}$?

Moyenne temporelle du flux du vecteur de Poynting

Un capteur photométrique, qu'il s'agisse d'un œil ou d'une photodiode, possède un temps de réponse qui ne dépasse généralement pas la nanoseconde.

Il vient que le vecteur de Poynting effectif est en réalité égal à la moyenne temporelle du vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi}^{\text{eff}} = \langle \vec{\Pi}(t) \rangle$$

Nécessairement, la puissance rayonnée effective est égale à :

$$\mathcal{P}_{\text{ray}}^{\text{eff}} = \iint_S \vec{\Pi}^{\text{eff}} \cdot d\vec{S}$$

☛ *Remarque :* $\langle \cos(kx - \omega t) \rangle = 0$ mais $\langle \cos^2(kx - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}$.

☛ *Remarque :* La norme de $\vec{\Pi}^{\text{eff}}$ est appelée éclairement énergétique ou irradiance \mathcal{E}_e . On peut citer sa valeur pour le rayonnement solaire au sommet de l'atmosphère : $\mathcal{E}_e = 1361 \text{ W/m}^2$; pour le rayonnement solaire au niveau du sol : $\mathcal{E}_e \approx 1000 \text{ W/m}^2$; pour un pointeur laser hélium-néon $\mathcal{E}_e \approx 100 \text{ W/m}^2$.

Question 11 : Exprimer la puissance rayonnée effective $\mathcal{P}_{\text{ray}}^{\text{eff}}$ à travers une surface S située à l'abscisse x et orthogonale à la direction de propagation \vec{k} .

3.4 Conversion d'énergie électromagnétique en énergie électrique

3.4.1 Le photon et l'atome

La lumière (et les rayonnements électromagnétiques en général) peut être modélisée de deux façons. La première, qui est celle par laquelle nous avons commencé, est le **modèle ondulatoire** : la lumière est analysée comme une onde pouvant se propager dans le vide et dans les milieux transparents, tout comme une vague peut se propager dans l'océan ou dans une mare.

Cependant, ce modèle est insuffisant pour décrire les transferts d'énergie entre la lumière et la matière. En 1905, Albert Einstein postule que ces échanges d'énergie sont quantifiés, c'est-à-dire uniquement possibles par « paquets d'énergie » dont la valeur est fixe¹ : c'est la naissance du photon et du **modèle particulaire** de la lumière.

Photon

Un **photon** est une particule représentant un quantum d'énergie électromagnétique, c'est-à-dire la plus petite énergie transférable.

L'énergie \mathcal{E} d'un photon est donnée par la **relation de Planck-Einstein** :

$$\mathcal{E} = h\nu$$

où $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ est la constante de Planck et ν la fréquence de l'onde (en hertz Hz).

Puisque $c = \lambda\nu$, on peut aussi écrire $\mathcal{E} = \frac{hc}{\lambda}$ avec c la vitesse de la lumière et λ sa longueur d'onde dans le milieu considéré.

☛ *Remarque* : Ces formules ne sont pas exigibles, et donc pas à apprendre.

Question 12 : Déterminer l'énergie d'un photon de longueur d'onde $\lambda = 600 \text{ nm}$ dans le vide ($c_{\text{vide}} = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). La convertir en électron-volt eV, où $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

1. En réalité, dépendante de la fréquence de l'onde, mais pas d'autres choses comme la nature de la surface de contact ou bien le type de milieu dans lequel baigne la lumière...

En 1913, Niels Bohr a cherché à interpréter le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène (voir figure 3.1).

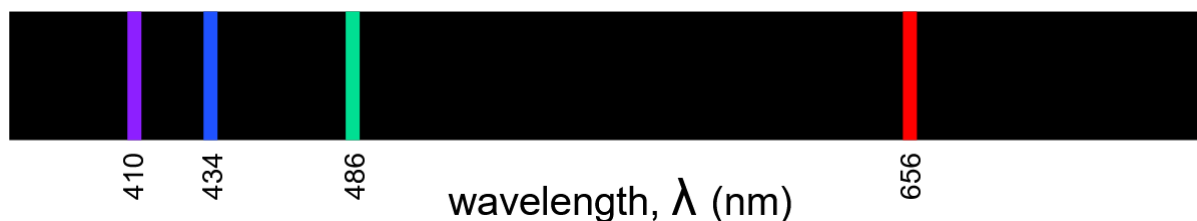


FIGURE 3.1 – Spectre d'émission de l'atome d'hydrogène. Lorsqu'on lui apporte de l'énergie, cet élément émet de la lumière à des longueurs d'ondes bien précises et qui lui sont caractéristiques. Source : Chemistry 301, Texas University <https://ch301.cm.utexas.edu>

Ses hypothèses, qui ont été vérifiées par la suite et lui ont valu le prix Nobel de physique en 1922, sont les suivantes :

- L'énergie d'un atome est quantifiée, c'est-à-dire qu'elle ne peut prendre que certaines valeurs bien distinctes. À chaque valeur correspond un état énergétique de l'atome. L'état de plus faible énergie est appelé l'état fondamental, c'est-à-dire l'état stable de l'atome ;
- Un atome peut changer de niveau d'énergie en émettant ou en absorbant de la lumière. Ce changement est appelé transition quantique. Au cours d'une transition quantique, un atome libère ou absorbe un unique photon. La transition n'est possible que si l'énergie du photon émis ou absorbé est égale à l'écart d'énergie entre le niveau initial et le niveau final.

Ainsi, on peut expliquer les longueurs d'onde émises par l'atome d'hydrogène par un échange de quanta² d'énergie. Les émissions de la figure 3.1 peuvent être représentées sur un diagramme énergétique (voir figure 3.2).

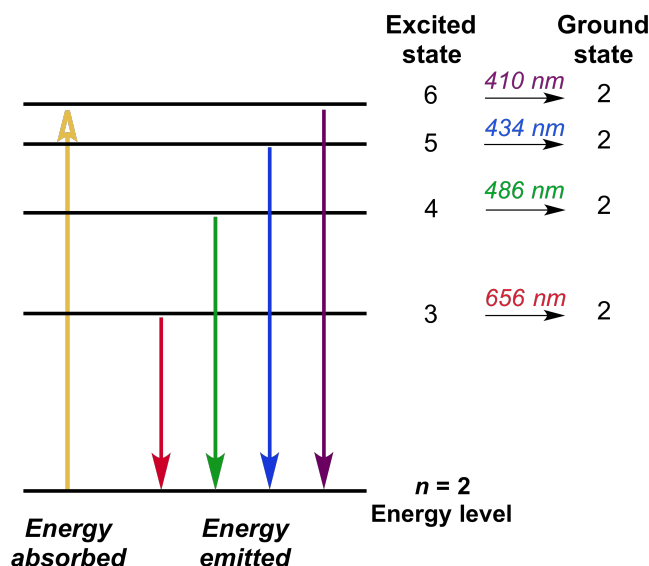


FIGURE 3.2 – Niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène. Les excitations et désexcitations dans le domaine du visible se font, pour l'atome d'hydrogène, à partir et vers le niveau $n = 2$: c'est ce que l'on appelle la série de Balmer. Source : Bohr's model of hydrogen, Khan Academy [khanacademy.org](https://www.khanacademy.org)

2. Quanta est le pluriel de quantum.

Question 13 : On admet que, pour un atome d'hydrogène passant d'un état n à un état $n' > n$, la longueur d'onde à laquelle celui-ci absorbe ou émet un photon vérifie : $\frac{1}{\lambda} = R_H \times \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$, où $R_H = 1,10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ est la constante de Rydberg de l'atome d'hydrogène. Vérifier que le passage de l'état 2 à l'état 5 met en jeu un photon de longueur d'onde $\lambda \approx 434 \text{ nm}$.

3.4.2 L'effet photovoltaïque

Les transitions quantiques de l'atome ont lieu lorsque l'énergie du photon est relativement peu élevée. Si celle-ci est suffisamment importante, les électrons les plus superficiels peuvent l'utiliser pour échapper à l'attraction du noyau : c'est l'**effet photoélectrique**.

Question 14 : Le travail d'extraction W nécessaire à arracher un électron d'un échantillon de césium est $W = 3,0 \times 10^{-19} \text{ J}$. Quelle est la fréquence minimale ν_{\min} nécessaire pour que l'effet photoélectrique ait lieu ?

Question 15 : Par un bilan d'énergie, quel lien peut-on établir entre la fréquence ν d'un rayonnement, le travail d'extraction W et l'énergie cinétique \mathcal{E}_c de l'électron arraché sortant ?

L'effet photovoltaïque

L'**effet photovoltaïque** est un des effets photoélectriques : lorsque celui-ci a lieu dans un semi-conducteur^a, le flux lumineux incident crée un courant électrique. Un tel semi-conducteur est alors appelé **cellule photovoltaïque**.

a. Un semi-conducteur est un matériau qui a les caractéristiques électriques d'un isolant, mais pour lequel la probabilité qu'un électron puisse contribuer à un courant électrique, quoique faible, est suffisamment importante.

On donne en figure 3.3 les caractéristiques courant-tension d'un panneau photovoltaïque sous différents éclairage lumineux. Le panneau est constitué de 72 cellules identiques ; chacune de ces cellules a pour dimension $50 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$.

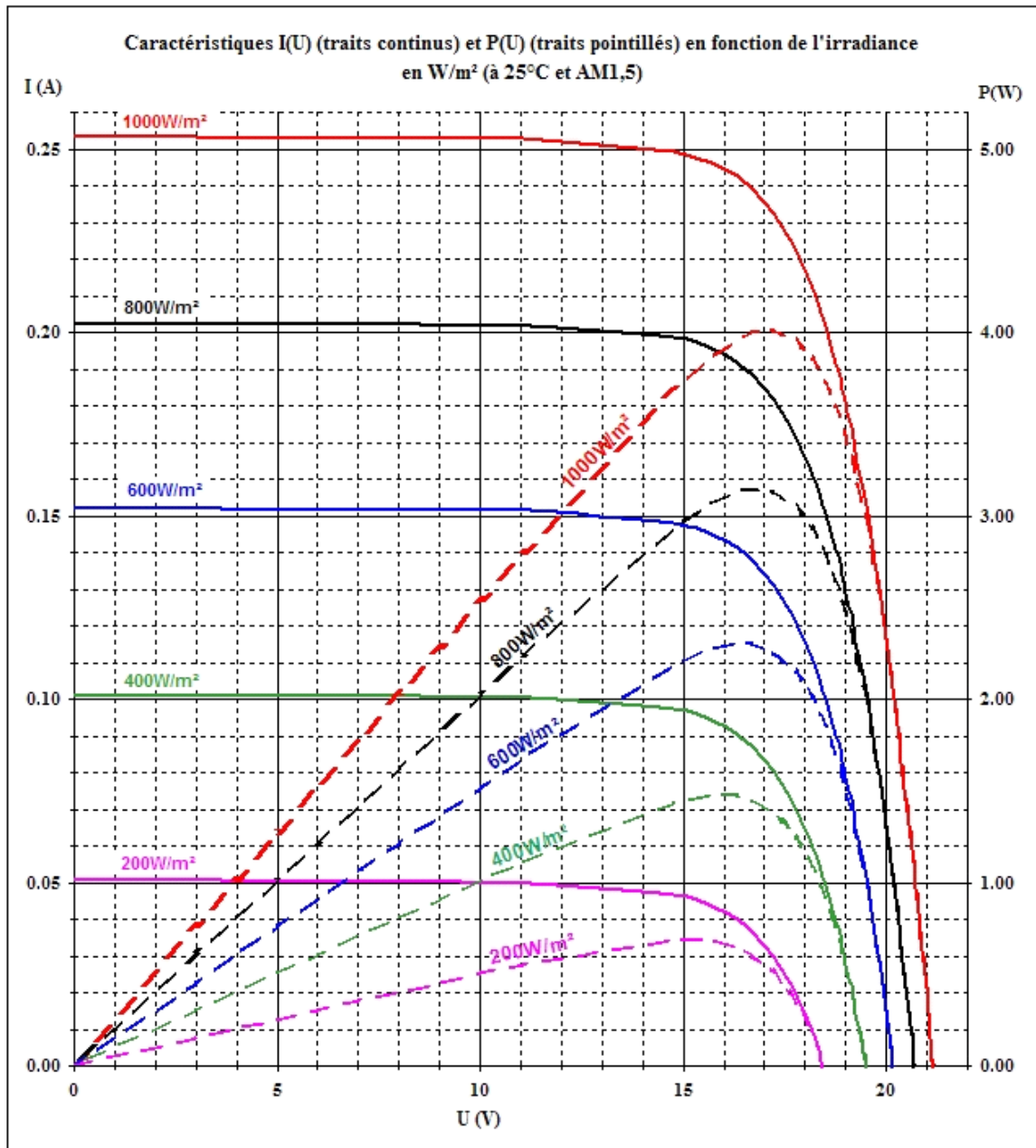


FIGURE 3.3 – Caractéristique courant-tension et puissance d'un panneau photovoltaïque. Source : Autonomie énergétique du portail SET mytopschool.net

Question 16 : Sous un éclairage lumineux de $800 \text{ W}/\text{m}^2$, déterminer les valeurs de la tension et du courant qui maximisent la puissance électrique fournie.

Question 17 : Définir puis calculer le rendement maximal η_{\max} de ce dispositif.

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Donner les expressions de la densité volumique d'énergie électromagnétique et du vecteur de Poynting. Que représente physiquement ce vecteur? Énoncer l'équation locale de Poynting; quelle est sa signification physique?
- Soit une OPPM polarisée rectilignement : $\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t) \cdot \vec{u}_y$. Déterminer \vec{B} , puis $\vec{\Pi}$. Commenter sa direction. Calculer la puissance rayonnée à travers une surface S orthogonale à l'axe (O, x) .
- Décrire l'effet photovoltaïque.