

SCIENCES PHYSIQUES

ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND

Thème 9 : Transferts thermiques

Travaux dirigés

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques _____ 
Exercice facile et/ou proche du cours _____ 
Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques _____ 
Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux _____ 

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

Chapitre 1 : Conduction thermique

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Exploiter l'analogie électrique entre la conduction thermique et la conduction électrique pour déterminer les températures et flux thermiques au sein d'un système mettant en jeu plusieurs résistances thermiques.	tous

Questions de cours

- ☐ Énoncer la loi de Fourier. Donner sa signification physique. Donner des ordres de grandeur pour la conductivité thermique (métal, eau, air).
- ☐ Par un bilan d'énergie interne, montrer que le profil de température est affine lors de la conduction unidirectionnelle et stationnaire de la chaleur dans un milieu homogène.
- ☐ Rappeler la définition de la résistance thermique. En déduire son expression dans le cadre de la conduction thermique.
- ☐ Par analogie avec l'électrocinétique, donner les lois d'association des résistances thermiques (série et parallèle).
- ☐ Définir l'approximation des régimes thermiques quasi-stationnaires. Dans cette approximation, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la température $T(t)$ d'un corps de capacité thermique C , mis en contact avec un thermostat de température T_0 par l'intermédiaire d'une résistance thermique R_{th} .

Exercices

1.1 Sensation de froid et de chaud



Deux cylindres, isolés thermiquement sur leurs surfaces latérales, ont une même section S et un même axe (O, x) . On note λ_1 et λ_2 leurs conductivités thermiques respectives, ainsi que L_1 et L_2 leurs longueurs respectives. Le contact se fait en $x = 0$; on maintient l'extrémité en $x = -L_1$ à la température T_1 et celle en $x = +L_2$ à la température T_2 . On se place en régime stationnaire.

1. En considérant une portion de longueur dx , montrer que le flux thermique $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ est uniforme en régime permanent.
2. Par une analogie électrique, déterminer l'expression de la température T_i à l'interface entre les deux cylindres en fonction des données du problème.
3. Effectuer l'application numérique en considérant que le cylindre de gauche représente une main de température $T_1 = 37^\circ\text{C}$ et de conductivité $\lambda_1 = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et que le cylindre de droite représente soit du bois ($\lambda_{\text{bois}} = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), soit de l'acier ($\lambda_{\text{acier}} = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) en prenant $T_2 = 20^\circ\text{C}$ dans les deux cas. On prendra $L_1 = L_2$.
4. Expliquer pourquoi en hiver, dans un jardin public, il vaut mieux s'asseoir sur un banc en bois qu'une chaise en acier.

1.2 Mur isolé

Une paroi d'habitation est constituée d'un mur en brique, d'un isolant en laine de bois et d'une plaque de plâtre. Les épaisseurs et conductivités thermiques des trois matériaux sont données dans le tableau ci-dessous :

	épaisseur	conductivité thermique
mur en brique	20 cm	$0,25 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
laine de bois		$0,036 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
plaque de plâtre	13 mm	$0,33 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

1. Calculer la résistance thermique d'un mur de brique de surface égale à 1 m^2 .
2. Calculer la résistance thermique d'une plaque de plâtre de surface égale à 1 m^2 .
3. On souhaite isoler le mur pour que la résistance thermique totale de la paroi soit supérieure à $4 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$. Déterminer la résistance thermique minimale de l'isolant en laine de bois. En déduire l'épaisseur minimale de laine de bois à poser sur le mur de 1 m^2 .

1.3 Comparaison d'un simple vitrage et d'un double vitrage

On se propose de comparer un simple vitrage, d'épaisseur $e = 8 \text{ mm}$, et un double vitrage constitué de deux vitres d'épaisseurs égales à $e/2$ et séparées par une lame d'air d'épaisseur $a = 1 \text{ cm}$.

La surface vitrée est de $S = 1 \text{ m}^2$ pour les deux vitrages.

Données :

- Résistance thermique d'une lame d'air d'épaisseur a : $R_{\text{th}} = 0,14 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$;
- Conductivité thermique du verre : $\lambda = 1,15 \text{ SI}$;
- Température intérieure : $T_{\text{int}} = 19^\circ \text{C}$.

1. Calculer la résistance thermique du simple vitrage.

2. Calculer la résistance thermique du double vitrage.
3. En déduire les puissances thermiques dissipées par un simple puis un double vitrage pour une température extérieure $T_{\text{ext}} = 8^\circ \text{C}$.
4. Commenter l'intérêt d'un double vitrage.

1.4 Bilan thermique dans un appartement

Un appartement a une surface au sol $S = 70 \text{ m}^2$ avec une hauteur sous plafond $h = 2,5 \text{ m}$. La température intérieure est $T_i = 19^\circ \text{C}$; la température extérieure est $T_e = 2^\circ \text{C}$.

Données :

- Capacité thermique massique à pression constante de l'air : $c_p = 1000 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;
 - Masse volumique de l'air : $\mu = 1,29 \text{ kg/m}^3$.
1. Le volume d'air est renouvelé une fois toutes les deux heures par ventilation mécanique contrôlée. Calculer l'énergie nécessaire pour réchauffer cet air renouvelé et la puissance nécessaire correspondante.
 2. Les parois donnant sur l'extérieur ont les caractéristiques suivantes :

	murs	ouvertures
surface (m^2)	34,6	12,2
résistance thermique ($\text{K} \cdot \text{W}^{-1}$)	0,036	0,023

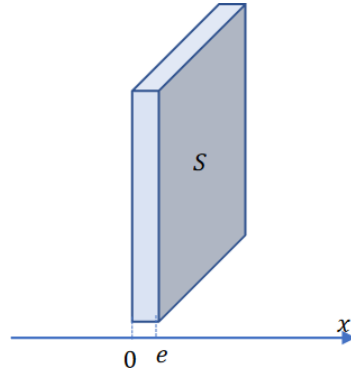
Calculer la puissance thermique transmise par les différentes parois de l'appartement.

3. En déduire la puissance du chauffage nécessaire pour maintenir la température constante dans l'appartement.
4. Le chauffage étant électrique, calculer l'énergie (exprimée en $\text{kW} \cdot \text{h}$) dans cet appartement en une journée. En déduire le coût pour cette journée de chauffage, si le kilowatt-heure revient à 17 centimes d'euro.

Problème

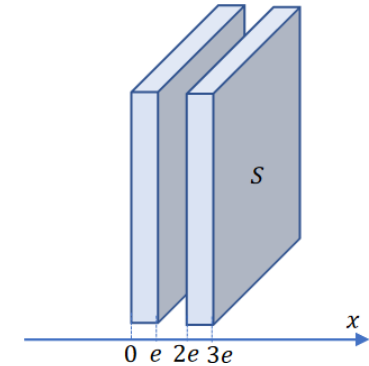
Loi de Fourier

On considère une lame de verre d'épaisseur e , de surface S et de conductivité thermique λ_v uniforme. On suppose que le champ des températures T dans cette lame ne dépend spatialement que de la variable x . On impose une température $T(0)$ en $x = 0$ et une température $T(e) < T(0)$ en $x = e$. On suppose dans toute la suite que le régime stationnaire est atteint et on néglige le transfert conducto-convectif. On note $\vec{j}$ le vecteur densité de flux thermique.



1. Énoncer la loi de Fourier et justifier que $\vec{j} = j(x) \cdot \vec{u}_x$. On donnera l'expression de $j(x)$.
2. Exprimer la puissance thermique $\mathcal{P}_{th}(x)$ mesurée à la cote x ($0 \leq x \leq e$) et traversant la surface S de la lame de verre en fonction de S , λ_v et $\frac{dT(x)}{dx}$.
3. Justifier que la puissance $\mathcal{P}_{th}$ soit indépendante de x .
4. En déduire alors que $T(0) - T(e) = R_{th} \mathcal{P}_{th}$. On donnera l'expression de R_{th} en fonction de e , λ_v et S .

Un double vitrage est constitué de deux lames de verre identiques de conductivité thermique λ_v , d'épaisseur e et de surface S séparées par une épaisseur e de gaz de conductivité λ_{gaz} de même surface S .



5. Donner l'expression de la résistance thermique équivalente R_{eq} .
5. On a $\lambda_{gaz} \ll \lambda_v$. Donner une expression approchée de la résistance thermique équivalente. Interpréter le résultat obtenu.

Isolation thermique d'une maison

Le tableau ci-dessous donne les conductances surfaciques avant puis après rénovation d'une maison :

	Avant rénovation	Après rénovation	Surface
Murs	1 W/K/m ²	0,5 W/K/m ²	100 m ²
Toiture	0,5 W/K/m ²	0,1 W/K/m ²	100 m ²
Fenêtres	5 W/K/m ²	1 W/K/m ²	20 m ²
Portes	2 W/K/m ²	1 W/K/m ²	10 m ²

Soit $\mathcal{P}_{th, \text{avant}}$ la puissance thermique échangée par l'ensemble de la maison avec l'extérieur avant rénovation et $\mathcal{P}_{th, \text{après}}$ la puissance thermique échangée par l'ensemble de la maison avec l'extérieur après rénovation.

6. Donner la valeur numérique du rapport $\frac{\mathcal{P}_{th, \text{avant}}}{\mathcal{P}_{th, \text{après}}}$ et interpréter la valeur obtenue.

Chapitre 2 : Conducto-convection thermique et rayonnement thermique

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Exploiter la loi de Newton fournie.	2.1, problème
Exploiter les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan.	2.2, 2.3
Réaliser un bilan d'énergie pour un corps noirs en tenant compte des transferts thermiques reçus et émis par rayonnement. Analyser quantitativement l'effet de serre en s'appuyant sur un bilan énergétique dans le cadre d'un modèle à une couche.	2.2, 2.3

Questions de cours

- ☐ Expliquer le phénomène de conducto-convection thermique.
- ☐ Qu'est-ce qu'un corps noir ? Sans calcul, expliquer le lien entre le corps noir et la loi de Wien.
- ☐ Définir l'albédo et l'effet de serre, et expliquer leurs rôles dans le climat terrestre.

Exercices

2.1 Chauffage au sol

Une dalle en béton de surface S et d'épaisseur $H = 12 \text{ cm}$ est chauffée par sa partie inférieure grâce à une circulation d'eau chaude. En régime permanent, le flux surfacique fourni par la circulation d'eau chaude est constant, noté $\varphi_0 = 20 \text{ W/m}^2$.

À la hauteur H , à l'interface entre la dalle et l'air, le flux thermique surfacique de convection est donné par la relation de Newton : $\Phi_{\text{dalle} \rightarrow \text{air}} = h(T(H) - T_a)$.

On donne $\lambda = 0,7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ pour le béton, $h = 6,7 \text{ W/m}^2/\text{K}$ et $T_a = 20^\circ\text{C}$ pour l'air.

- À l'aide d'un bilan énergétique global sur la totalité de la dalle, déterminer la température du haut de la dalle $T(H)$.
- Déterminer la température de la dalle $T(x)$ pour $0 < x < H$.
- En déduire la température de la dalle $T(0)$ en contact avec la circulation d'eau chaude.
- Quelle doit être au minimum la valeur de la température de l'eau qui circule dans les tuyaux ?

2.2 Effet de serre par des vitres

On étudie l'effet de serre par des vitres placées au-dessus d'une plaque noircie qui reçoit le rayonnement solaire. La plaque noircie est assimilée à un corps noir. Le verre est supposé transparent au rayonnement solaire, mais totalement absorbant au rayonnement infrarouge émis par la plaque. Le flux surfacique solaire reçu au niveau du sol est $\varphi_S = 0,6 \text{ kW/m}^2$.

- Écrire les équations exprimant les équilibres radiatifs dans le système.
- En utilisant la loi de Stefan, en déduire la température T de la plaque et la température T_v de la vitre.
- Vérifier que le rayonnement émis par la plaque à cette température est bien dans l'infrarouge en utilisant la loi du déplacement de Wien.
- On met désormais deux vitres de verre au-dessus de la plaque. Déterminer la température T_2 de la plaque dans ce cas.
- Exprimer de même la température T_n dans le cas de n vitres.

2.3 Température de la Lune

On cherche à déterminer une estimation de la température à la surface éclairée de la Lune en régime d'équilibre radiatif. On s'appuie sur les données ci-dessous et les raisonnements vus en cours.

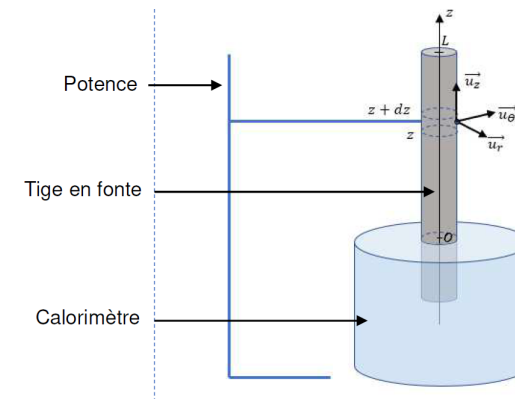
L'albédo de la Lune est $\alpha = 0,07$, le rayon de la Lune est $R_L = 1700 \text{ km}$, la distance Terre-Soleil est $d_{TS} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ et la distance Terre-Lune est $d_{TL} = 3,8 \times 10^5 \text{ km}$.

La température de surface du Soleil est $T_S = 5800 \text{ K}$ et son rayon est $R_S = 6,95 \times 10^5 \text{ km}$.

1. Déterminer la puissance totale émise par le Soleil.
2. En déduire la puissance surfacique reçue au niveau de la Lune, puis la puissance totale reçue sur la face éclairée de la Lune (on pourra considérer que le rayonnement solaire arrive sur l'aire d'un disque).
3. En déduire enfin la puissance surfacique moyenne que reçoit la Lune, en supposant que toutes les faces sont éclairées de même façon en moyenne.
4. En déduire la température en surface de la Lune en supposant l'équilibre radiatif.

Problème

On considère une tige en fonte, cylindrique, de rayon a dont une extrémité est plongée dans un bain d'eau glacée thermostatée dans un calorimètre à la température $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Le reste de la tige, de longueur L , est au contact de l'air extérieur supposé à une température $T_{\text{ext}} > T_0$ constante et uniforme. La pression atmosphérique sera également considérée comme constante et uniforme.



Pour cette partie théorique, on travaillera avec les hypothèses suivantes :

- On suppose le régime stationnaire atteint. On a $L = 1,0 \text{ m}$, $a = 0,50 \text{ cm}$ donc $L \gg a$. On pourra considérer que le champ des températures T dans la tige ne dépend que de z : on a donc $T(z)$. On a également $T(0) \approx T_0$.
 - On note c la capacité thermique massique de la tige assimilée à une phase condensée indilatable et incompressible, on note ρ sa masse volumique et λ sa conductivité thermique. On prendra $c = 400 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $\rho = 5000 \text{ kg/m}^3$.
1. Énoncer la loi de Fourier, préciser l'unité SI de la densité de flux thermique.
 2. En déduire l'expression du vecteur de flux thermique $\vec{j}_{\text{th}}$ décrivant la conduction thermique unidirectionnelle au sein de la tige étudiée.

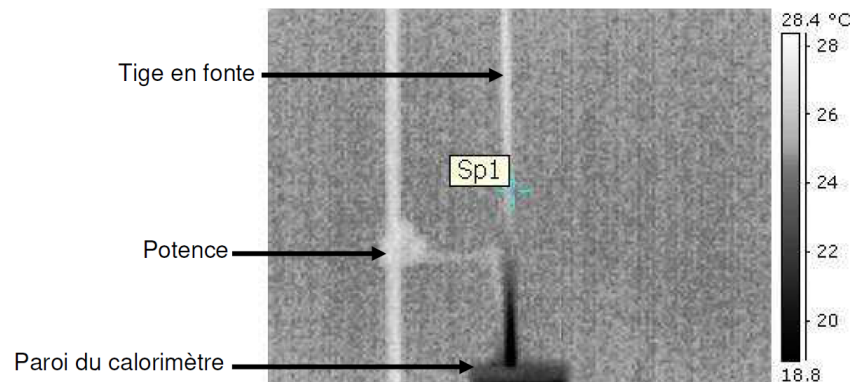
On considère un élément de volume mésoscopique de la tige compris entre z et $z + dz$ et de volume $dV = \pi a^2 dz$.

- Effectuer un bilan enthalpique de cet élément de volume dV en supposant que la tige n'est le siège que du seul mode de transfert d'énergie par conduction thermique et montrer que $\frac{d^2 T}{dz^2} = 0$.
- Exprimer la fonction $T(z)$ puis la représenter en fonction de z , en faisant apparaître les grandeurs $T(0)$ et $T(L) > T(0)$ sur votre schéma.

Expérimentalement, nous devons compléter la description des transferts thermiques reçus par la tige en prenant en compte également le transfert conducto-convectif. On note h le coefficient de transfert conducto-convectif et on rappelle la loi de Newton définissant le vecteur densité de flux thermique associé $\vec{j}_{cc} = h(T(z) - T_{\text{ext}}) \cdot \vec{u}_r$ où $\vec{u}_r$ est le vecteur radial associé au repère cylindrique dessiné ci-dessus.

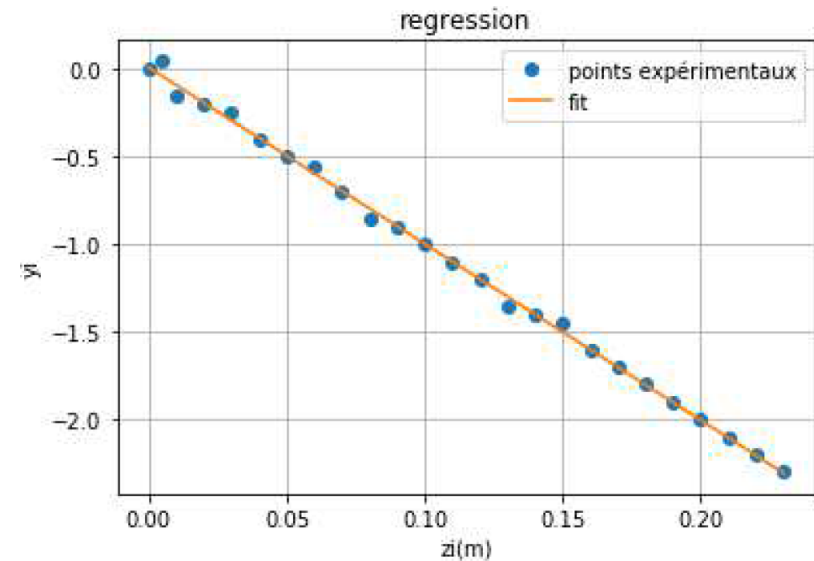
- Effectuer un nouveau bilan enthalpique et démontrer que $\frac{d^2 T}{dz^2} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_{\text{ext}}}{\delta^2}$ où $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$ représente une distance caractéristique de variation de la température T le long de la tige.

On obtient la photographie ci-dessous à l'aide d'une caméra thermique :



- Justifier que $T(L) = T_{\text{ext}}$ et que $\delta < L$.

Dans ces conditions, on montre alors que $T(z)$ a pour expression : $T(z) \approx T_{\text{ext}} + (T_0 - T_{\text{ext}})e^{-z/\delta}$. À l'aide d'un thermocouple mis en contact avec la tige métallique, il est possible d'obtenir différentes valeurs expérimentales T_i de la température en différents points de la tige de cotes verticales z_i . On peut alors construire un graphique dans lequel on place en ordonnée les quantités $y_i = \ln\left(\frac{T_i - T_{\text{ext}}}{T_0 - T_{\text{ext}}}\right)$ et en abscisse les valeurs de z_i associées (en mètre).



- Estimer, en utilisant le graphe précédent, la valeur expérimentale de δ .