

## Questions de cours - Thème 7

### 1 Statique des fluides

- ☐ Donner l'expression du gradient  $\vec{\text{grad}} F$  d'un champ scalaire  $F(x, y, z)$ . Quelle est l'interprétation géométrique de  $\vec{\text{grad}} F$  ?
- ☐ Démontrer l'expression de la résultante des forces de pression s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide dans le cas d'une variation unidirectionnelle de la pression. Généraliser sans démonstration pour une situation quelconque en utilisant l'opérateur gradient.
- ☐ Établir la relation de la statique des fluides. En déduire les expressions de  $\frac{dp}{dz}$  selon le sens de l'axe vertical.
- ☐ Pour un fluide incompressible, que peut-on dire de la masse volumique  $\mu$  ? En déduire une expression simple de  $p_A - p_B$  en fonction de  $\mu, g, z_A$  et  $z_B$ , où  $A$  et  $B$  sont deux points quelconques du fluide.
- ☐ À l'aide de la relation fondamentale de la statique des fluides, établir l'expression de  $p(z)$  dans une atmosphère isotherme assimilée à un gaz parfait. Déterminer la longueur caractéristique  $L$  de variation de la pression.
- ☐ Donner l'expression de la poussée d'Archimède, et expliquer son origine.
- ☐ Rappeler les expressions du périmètre d'un cercle, de l'aire d'un disque, de l'aire de la paroi latérale d'un cylindre, de l'aire d'une sphère, du volume d'un cylindre et du volume d'une boule.

### 2 Description d'un fluide en écoulement

- ☐ Définir le débit massique et le débit volumique. Donner leurs unités SI respectives.
- ☐ Montrer que dans un écoulement stationnaire (respectivement : incompressible), le débit massique (respectivement : le débit volumique) se conserve le long d'un tube de courant.
- ☐ Énoncer puis démontrer l'équation locale de conservation de la masse dans un écoulement de fluide unidirectionnel. Généraliser au cas tridimensionnel.
- ☐ Montrer que la divergence du champ des vitesses d'un fluide incompressible est nulle en tout point.

### 3 Énergétique d'un fluide en écoulement

- ☐ Établir la relation de Bernoulli à partir du premier principe de la thermodynamique appliqué à un système ouvert pour un écoulement parfait, incompressible et stationnaire entre deux points situés sur une même ligne de courant.
- ☐ Énoncer la relation de Bernoulli ainsi que toutes ses hypothèses.
- ☐ (Exercice de l'effet Venturi) Soit un écoulement stationnaire et incompressible d'un fluide parfait dans une canalisation horizontale. Montrer qu'un rétrécissement de section induit une modification de la pression.
- ☐ (Exercice de la vidange de Torricelli) Soit une cuve se vidant par le bas. Le fluide contenu dans la cuve est parfait et incompressible, et le niveau d'eau en haut de la cuve est constant. On note  $H$  la dénivellation entre le haut de la cuve et sa sortie. Déterminer la vitesse  $v$  de l'écoulement en sortie.
- ☐ Soit un fluide incompressible en écoulement stationnaire ;  $I$  et  $F$  sont deux points d'une même ligne de courant, avec  $I$  en amont et  $F$  en aval. Au cours de l'écoulement, il y a une perte de charge totale  $\Delta p$  et une pompe de puissance  $\mathcal{P}$ . Énoncer la relation de Bernoulli généralisée dans ce cas de figure.