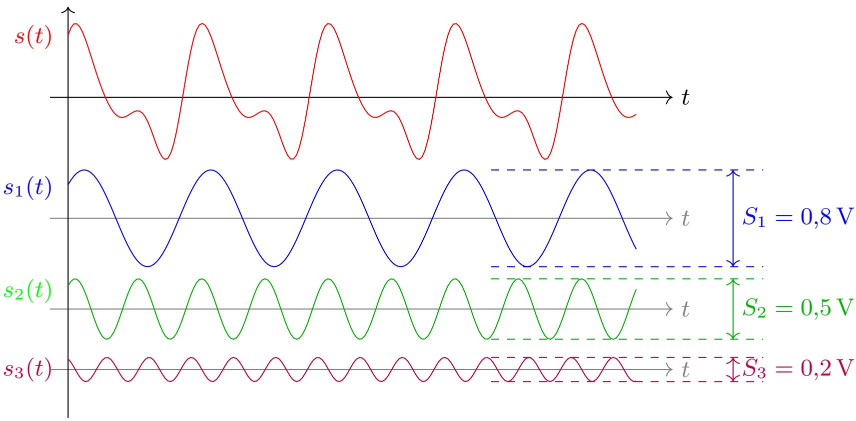
1 Dipôles en régime sinusoïdal forcé

■ À revoir ■ Maîtrisé

1 Décomposition d'un signal périodique

Un signal périodique $s(t)$ de pulsation ω peut toujours se décomposer comme somme de sinusoïdes de pulsations ω, 2ω, 3ω, ... :

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n \cos(n\omega t + \varphi_n)$$

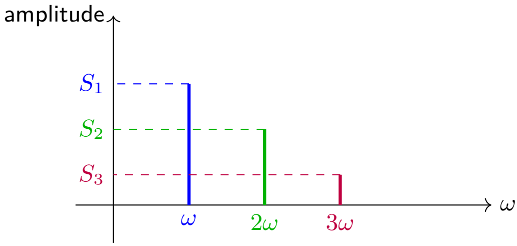


Les amplitudes S_n et déphasages φ_n dépendent de la forme du signal $s(t)$.

Le **spectre** d'un signal périodique est la représentation graphique des différentes fréquences le constituant. Un trait vertical correspond à la présence d'une fréquence donnée par l'abscisse ; la longueur de ce trait correspond à l'amplitude de cette fréquence.

La raie présente à la pulsation ω du signal correspond au **fondamental** ; les autres raies sont appelées **harmoniques** (la n-ième raie est l'harmonique de rang n).

Ainsi, le spectre du signal $s(t)$ représenté ci-dessus est :



2 Notation complexe

Supposons qu'une grandeur électrique $f(t)$ soit soumis à une excitation sinusoïdale $e(t) = E\cos(\omega t)$.

Si l'on attend « suffisamment de temps », c'est-à-dire en régime permanent, cette grandeur oscillera à la même pulsation ω que l'excitation : $f(t) = F\cos(\omega t + \varphi)$. Son amplitude F et son déphasage φ sont cependant *a priori* inconnus.

On associe à un signal réel $f(t) = F\cos(\omega t + \varphi)$ une grandeur complexe $\underline{f}(t)$, définie par :

$$\boxed{\underline{f}(t) = F\ e^{j(\omega t+\varphi)} = \underline{F}e^{j\omega t}}$$

avec $\underline{F} = Fe^{j\varphi}$ l'**amplitude complexe** du signal $\underline{f}(t)$.

On a donc $\boxed{F = |\underline{F}|}$ et $\boxed{\varphi = \arg \underline{F}}$.

On en déduit que :

- Dériver n fois un signal $f(t)$ correspond à le multiplier par $(j\omega)^n$ dans sa représentation complexe. En particulier :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}(t) \leftrightarrow j\omega\underline{f}(t)} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}t^2}(t) \leftrightarrow (j\omega)^2\underline{f}(t) = -\omega^2\underline{f}(t)}$$

- Intégrer n fois un signal $f(t)$ correspond à le diviser par $(j\omega)^n$ dans sa représentation complexe. En particulier :

$$\boxed{\int f(t)\mathrm{d}t \leftrightarrow \frac{\underline{f}(t)}{j\omega}}$$

Cette représentation permet de déterminer la solution particulière (c'est-à-dire la solution en régime permanent, une fois que le régime transitoire est dépassé) d'une équation différentielle linéaire d'ordre quelconque.

♥ L'expression de la solution homogène, c'est-à-dire celle de la solution en régime transitoire, est déjà connue : c'est ce qui a été étudié dans le thème 1 !

3 Impédance complexe

On appelle **impédance** (complexe) $\underline{Z}$ d'un dipôle la constante de proportionnalité entre la tension complexe $\underline{u}$ aux bornes de ce dipôle et l'intensité complexe $\underline{i}$ traversant ce dipôle, en convention récepteur :

$$\boxed{\underline{u} = \underline{Z} \times \underline{i}}$$

Cette relation est la **loi d'Ohm complexe**.

— Pour une résistance R, l'impédance complexe est réelle et vaut $\boxed{\underline{Z}_R = R}$. Il n'y a pas de déphasage entre u et i ;

— Pour une inductance L, l'impédance complexe est imaginaire pure et vaut $\boxed{\underline{Z}_L = jL\omega}$. Il y a un déphasage de $\pi/2$ entre u et i : la tension a une avance sur le courant d'un quart de période ;

— Pour une capacité C, l'impédance complexe est imaginaire pure et vaut $\boxed{\underline{Z}_C = \dfrac{1}{jC\omega}}$. Il y a un déphasage de $-\pi/2$ entre u et i : la tension a un retard sur le courant d'un quart de période.

♥ À basses fréquences ($\omega \to 0$), une bobine se comporte comme un fil et un condensateur comme un interrupteur ouvert.

♥ À hautes fréquences ($\omega \to +\infty$), une bobine se comporte comme un interrupteur ouvert et un condensateur comme un fil.

La relation $\underline{u} = \underline{Z} \times \underline{i}$ étant analogue à la loi d'Ohm, on en déduit que les lois d'associations d'impédances sont équivalentes à celles valables pour les résistors.

☛ L'impédance complexe d'un circuit RLC série est donc $\underline{Z}_{\text{RLC}} = R + jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega} = \dfrac{jRC\omega - LC\omega^2 + 1}{jC\omega}$.

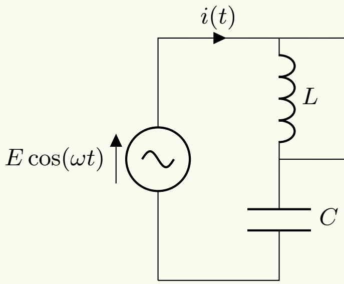
Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

Étude du courant dans un circuit

Énoncé

Soit le circuit ci-dessous, que l'on étudie en régime sinusoïdal établi. On cherche $i(t)$ sous la forme $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi)$.



1. Donner l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}$ du courant en fonction de I et φ.
2. Montrer que le circuit peut se simplifier à l'étude d'une impédance équivalente $\underline{Z}$, dont on donnera l'expression, alimentée par la source idéale de tension $E\cos(\omega t)$.
3. En déduire une expression de $\underline{I}$ en fonction des données de l'énoncé.
4. Comment peut-on déterminer I et φ ?

Résolution

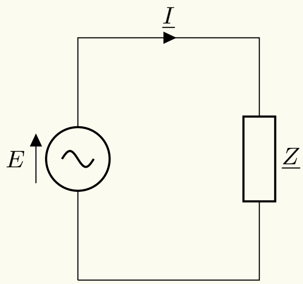
1. On a $\underline{i}(t) = \underline{I}e^{j\omega t}$ avec $\underline{I} = Ie^{j\varphi}$.
2. L'association parallèle entre R et L a une impédance équivalente $\underline{Z}_1$ telle que $\dfrac{1}{\underline{Z}_1} = \dfrac{1}{jL\omega} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{jL\omega + R}{jLR\omega}$. Nécessairement, $\underline{Z}_1 = \dfrac{jLR\omega}{R + jL\omega}$.
On associe cette impédance au condensateur qui est en série, et alors : $\underline{Z} = \dfrac{1}{jC\omega} + \underline{Z}_1 = \dfrac{1}{jC\omega} + \dfrac{jLR\omega}{R + jL\omega}$.
En mettant ce résultat sous forme de fraction, il vient alors que :

$$\boxed{\underline{Z} = \frac{R + jL\omega - RLC\omega^2}{jRC\omega - LC\omega^2}}$$

Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

3. On a le circuit équivalent ci-dessous :



La loi des mailles associée à la loi d'Ohm complexe donne que $E = \underline{Z} \times \underline{I}$, et donc que :

$$\underline{I} = \frac{jRC\omega - LC\omega^2}{R + jL\omega - RLC\omega^2} \times E$$

4. On a $I = |\underline{I}|$ et $\varphi = \text{arg}(\underline{I})$.

2 Puissance et énergie en régime sinusoïdal forcé

■ À revoir ■ Maîtrisé

1 Valeur moyenne et valeur efficace

Soit un signal périodique $s(t)$ de période T.
La **valeur moyenne** $\langle s \rangle$ de ce signal se calcule à partir de son intégrale :

$$\langle s \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)\mathrm{d}t$$

La **valeur efficace** S_{eff} de ce signal se calcule à partir de son intégrale :

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\mathrm{d}t} = \sqrt{\langle s^2 \rangle}$$

Un signal sinusoïdal $s(t) = S\cos(\omega t)$ a une moyenne nulle : $\boxed{\langle s \rangle = 0}$, mais une valeur efficace S_{eff} non-nulle : $\boxed{S_{\text{eff}} = \frac{S}{\sqrt{2}}}$.

♥ La valeur efficace d'un signal périodique dépend de la forme dudit signal. Par exemple, un signal créneaux symétrique d'amplitude S a une valeur efficace $S_{\text{eff}} = S$; un signal triangulaire d'amplitude S a une valeur efficace $S_{\text{eff}} = S/\sqrt{3}$...

♥ La valeur efficace d'un courant ou d'une tension variables au cours du temps correspond à la valeur d'un courant continu ou d'une tension continue qui produirait un échauffement identique dans un résistor : $\langle \mathcal{P}_J \rangle = R \times I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R}$.

♥ La tension efficace est celle affichée par un voltmètre en mode alternatif AC ; de même avec le courant efficace.

2 Facteur de puissance

Soit un dipôle alimenté en régime sinusoïdal forcé par une efficace U_{eff} et une intensité efficace I_{eff}. Si l'on note φ le déphasage entre la tension et l'intensité du courant, la puissance moyenne reçue par ce dipôle est :

$$\boxed{\langle \mathcal{P} \rangle = U_{\text{eff}} \times I_{\text{eff}} \times \cos(\varphi)}$$

On appelle la grandeur $\cos(\varphi)$ le **facteur de puissance** : il est sans unité, et compris entre 0 et 1.

Si l'on note $\underline{Z}$ l'impédance complexe de ce dipôle, on a :

$$\boxed{\varphi = \arg\left(\underline{Z}\right)}$$

3 Transport d'énergie électrique

Si l'on considère les pertes par effet Joule le long d'une ligne de tension, on aura :

$$\mathcal{P}_J = R \times I_{\text{eff}}^2 = R \times \frac{\langle \mathcal{P} \rangle^2}{U_{\text{eff}}^2 \cos^2(\varphi)}$$

avec $\langle \mathcal{P} \rangle$ la puissance active à transmettre jusqu'au bout de la ligne.

Ainsi, augmenter la tension de transport diminue fortement le courant et donc les pertes Joule, proportionnelles à I_{eff}^2. C'est la raison pour laquelle le transport d'énergie électrique est réalisé en haute ou très haute tension.

De même, un facteur de puissance faible implique un courant plus important, donc des pertes plus grandes dans les lignes. Les installations industrielles compensent donc leur déphasage (moteurs inductifs) à l'aide de batteries de condensateurs pour réduire ces pertes.

Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

Amélioration du facteur de puissance

Énoncé

Une installation inductive d'impédance $\underline{Z} = R + jL\omega$ alimentée par un courant de fréquence $f = 50\,\mathrm{Hz}$ consomme la puissance $\mathcal{P} = 60\,\mathrm{kW}$ sous une tension efficace $U_{\text{eff}} = 5{,}0\,\mathrm{kV}$ avec une intensité efficace $I_{\text{eff}} = 20\,\mathrm{A}$.

1. Calculer le facteur de puissance. En déduire la valeur de φ.
2. Déterminer la relation entre φ, R, L et ω.
3. Déterminer la relation entre U_{eff}, I_{eff}, R, L et ω.
4. Déduire des questions précédentes les valeurs de R et L.
5. On place un condensateur en dérivation aux bornes de l'installation pour que le courant fourni soit en phase avec la tension. Quelle doit être la capacité C du condensateur ?
6. Quelle est alors l'intensité efficace du courant d'alimentation ?

Résolution

1. On a $\mathcal{P} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos(\varphi)$ donc le facteur de puissance vaut $\cos(\varphi) = \dfrac{\mathcal{P}}{U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}} = 0{,}60$. On en déduit que $\varphi = \arccos(0{,}60) = 53{,}1° = 0{,}927\,\mathrm{rad}$.
2. On a : $\varphi = \arg(\underline{Z}) = \arctan\left(\dfrac{L\omega}{R}\right)$.
3. $\underline{u}(t) = \underline{Z}\underline{i}(t)$ donc $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$. En passant au module et en observant que $|\underline{U}| = \sqrt{2}U_{\text{eff}}$ et $|\underline{I}| = \sqrt{2}I_{\text{eff}}$, on a donc $U_{\text{eff}} = |\underline{Z}|I_{\text{eff}}$, c'est-à-dire : $U_{\text{eff}} = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}\,I_{\text{eff}}$.
4. Les deux égalités suivantes sont vérifiées : $\begin{cases} U_{\text{eff}}^2 = (R^2 + L^2\omega^2)I_{\text{eff}}^2 \\ L\omega = R\tan(\varphi) \end{cases}$. En injectant la deuxième équation dans la première, on en déduit que $U_{\text{eff}}^2 = R^2(1 + \tan^2(\varphi))I_{\text{eff}}^2$.
   Or $1 + \tan^2(\varphi) = \dfrac{1}{\cos^2(\varphi)}$, donc $U_{\text{eff}}^2 = \dfrac{R^2 I_{\text{eff}}^2}{\cos^2(\varphi)}$, et alors $R = \dfrac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \times \cos(\varphi) = 150\,\Omega$.
   On en déduit que $L = \dfrac{R}{\omega}\tan(\varphi) = 0{,}63\,\mathrm{H}$.

Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

5. En plaçant un condensateur en dérivation de l'installation, on a une impédance équivalente telle que $\dfrac{1}{\underline{Z}_{\text{éq}}} = \dfrac{1}{\underline{Z}} + \dfrac{1}{1/jC\omega} = \dfrac{1}{R+jL\omega} + jC\omega = \dfrac{1+jRC\omega - LC\omega^2}{R+jL\omega}$, donc $\underline{Z}_{\text{éq}} = \dfrac{R+jL\omega}{1+jRC\omega - LC\omega^2}$.
On veut un déphasage nul entre le courant et la tension, donc $\arg(\underline{Z}_{\text{éq}}) = 0$. On en déduit que $\underbrace{\arg(\overbrace{R+jL\omega}^{\underline{Z}})}_{\varphi} = \arg(1+jRC\omega - LC\omega^2)$.
Nécessairement, $\varphi = \arg(1 - LC\omega^2 + jRC\omega) = \arctan\left(\dfrac{RC\omega}{1-LC\omega^2}\right)$, et alors $\tan(\varphi) = \dfrac{RC\omega}{1-LC\omega^2}$.
En isolant C dans cette équation, on a finalement $C = \dfrac{\tan(\varphi)}{R\omega + L\omega^2\tan(\varphi)} = 10\,\mu\text{F}$.
6. On a toujours la même puissance de $60\,\text{kW}$ à délivrer sous la même tension de $5\,\text{kV}$ mais avec un facteur de puissance cette fois égal à 1. Il vient donc que $I'_{\text{eff}} = \dfrac{\mathcal{P}}{U_{\text{eff}}} = 12\,\text{A}$: il y a une nette diminution du courant.

Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

Facteur de puissance d'un atelier

Énoncé

Un atelier branché sur un réseau délivrant $227\,\mathrm{V}$ efficaces à $f = 50\,\mathrm{Hz}$ comporte :

— un moteur de $3{,}68\,\mathrm{kW}$, $\cos(\varphi_1) = 0{,}740$;

— un moteur de $7{,}36\,\mathrm{kW}$, $\cos(\varphi_2) = 0{,}760$;

— vingt lampes résistives de $50\,\mathrm{W}$.

1. Que valent les facteurs de puissance des lampes ?
2. Les différents composants sont-ils en série ou en dérivation de la source de tension ? Que peut-on alors dire de la tension efficace de chacun d'entre eux ?
3. Exprimer les intensités efficaces complexes de chacun des composants, puis l'intensité efficace complexe du courant entrant dans l'installation.
4. Calculer l'intensité efficace réelle du courant entrant dans l'installation. En déduire le facteur de puissance $\cos(\varphi_{\text{at}})$ de l'atelier.

Résolution

1. Les lampes ont des comportements résistifs, donc $\cos(\varphi_{\text{lampe}}) = 1$ pour chaque lampe.
2. Les différents composants sont en dérivation : on peut s'en convaincre en imaginant que si une lampe casse, les autres lampes et les moteurs seront quand même alimentés. Ils sont donc soumis à la même tension efficace $U_{\text{eff}} = 227\,\mathrm{V}$.
3. — Pour le moteur 1 : $\mathcal{P}_1 = U_{\text{eff}} I_{\text{eff},1} \cos(\varphi_1)$ donc $I_{\text{eff},1} = 21{,}9\,\mathrm{A}$ et $\underline{I_{1,\text{eff}}} = I_{1,\text{eff}} e^{j\varphi_1}$.

   — Pour le moteur 2 : de même, $I_{\text{eff},2} = 42{,}7\,\mathrm{A}$ et $\underline{I_{2,\text{eff}}} = I_{2,\text{eff}} e^{j\varphi_2}$.

   — Pour chaque lampe : $\underline{I_{\text{lampe}}} = I_{\text{lampe}} = \dfrac{\mathcal{P}_{\text{lampe}}}{U_{\text{eff}}} = 0{,}220\,\mathrm{A}$.

   On a donc $\underline{I_{\text{eff,total}}} = \underline{I_{1,\text{eff}}} + \underline{I_{2,\text{eff}}} + 20\underline{I_{\text{lampe}}} = I_{1,\text{eff}} e^{j\varphi_1} + I_{2,\text{eff}} e^{j\varphi_2} + 20 I_{\text{lampe}}$.
4. On a $I_{\text{eff,total}} = \left|\underline{I_{\text{eff,total}}}\right|$.
   Calculons alors les parties réelle et imaginaire de $\underline{I_{\text{eff,total}}}$:

   - $\mathrm{Re}(\underline{I_{\text{eff,total}}}) = I_{1,\text{eff}} \cos(\varphi_1) + I_{2,\text{eff}} \cos(\varphi_2) + 20 I_{\text{lampe}} = 53{,}1\,\mathrm{A}$.
   - $\mathrm{Im}(\underline{I_{\text{eff,total}}}) = I_{1,\text{eff}} \sin(\varphi_1) + I_{2,\text{eff}} \sin(\varphi_2) = 42{,}4\,\mathrm{A}$ (on obtient les valeurs des sinus grâce aux valeurs des cosinus).

   On a alors $I_{\text{eff,total}} = \sqrt{\mathrm{Re}(\underline{I_{\text{eff,total}}}) + \mathrm{Im}(\underline{I_{\text{eff,total}}})} = 68{,}0\,\mathrm{A}$.

   Le facteur de puissance s'en déduit, car $\tan(\varphi_{\text{at}}) = \dfrac{\mathrm{Im}(\underline{I_{\text{eff,total}}})}{\mathrm{Re}(\underline{I_{\text{eff,total}}})} = 0{,}798$, donc $\varphi_{\text{at}} = 38{,}6°$ et $\cos(\varphi_{\text{at}}) = 0{,}782$.

3 Résonance d'un circuit électrique

■ À revoir ■ Maîtrisé

La **résonance** est une situation très générale dans laquelle l'excitation périodique d'un système à une fréquence ω_r provoque une réponse de très forte amplitude.

Le courant circulant dans un circuit RLC série entre en résonance lorsqu'il est excité à la pulsation propre ω_0 du circuit. En d'autres termes, l'amplitude du courant électrique est maximale à la pulsation propre ω_0 du circuit.

Cette intensité maximale est indépendante de la valeur du facteur de qualité ou de la pulsation propre du circuit.

Les **pulsations de coupure** ω_c correspondent aux pulsations pour lesquelles on a :

$$I(\omega_c) = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

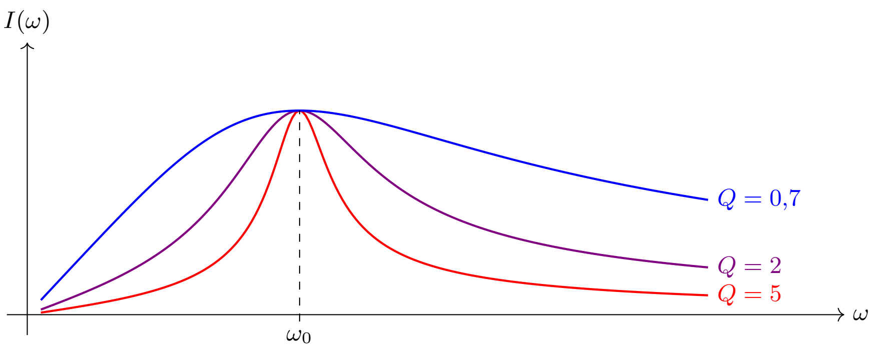
Si l'on note $\omega_c^{(1)}$ et $\omega_c^{(2)}$ les deux pulsations de coupure (avec $\omega_c^{(1)} < \omega_c^{(2)}$), la **largeur du pic de résonance** $\Delta\omega$ correspond à la largeur de l'intervalle $[\omega_c^{(1)}, \omega_c^{(2)}]$; en d'autres termes :

$$\Delta\omega = \omega_c^{(2)} - \omega_c^{(1)}$$

La largeur *relative* du pic de résonance en courant d'un circuit RLC dépend uniquement de son facteur de qualité Q :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

On en déduit qu'un circuit possédant un grand facteur de qualité aura un pic de résonance en courant très étroit, alors qu'un petit facteur de qualité impliquera un pic de résonance en courant assez large.



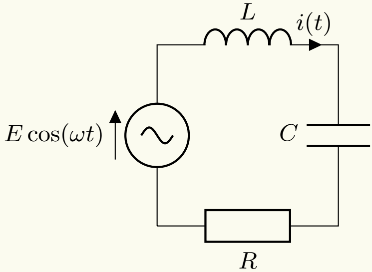
Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

Étude de la résonance d'un circuit RLC série

Énoncé

On étudie un circuit RLC série en régime sinusoïdal forcé, alimenté par une source idéale de tension $e(t) = E\cos(\omega t)$.



1. Exprimer l'impédance complexe de l'association série R, L, C.
2. En déduire l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I}(\omega)$ du courant en fonction de E, R, L et C.
3. Montrer que l'on peut écrire $\underline{I}(\omega) = \dfrac{I_{\text{max}}}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$. On donnera les expressions de I_{max}, Q et ω_0.
4. Définir la résonance en courant, et déterminer la pulsation ω_r pour laquelle ce phénomène a lieu.
5. Tracer l'allure de l'amplitude réelle $I(\omega)$ du courant en fonction de la pulsation ω en la justifiant.
6. Quelle est l'influence du facteur de qualité Q sur le graphe $I(\omega)$?

Résolution

1. On $\underline{Z}_{RLC} = R + jL\omega + \dfrac{1}{jC\omega} = \dfrac{1 + jRC\omega - LC\omega^2}{jC\omega}$.
2. Par une loi des mailles et une loi d'Ohm complexe, on a :

$$\underline{I}(\omega) = \frac{E}{\underline{Z}_{RLC}} = \frac{jC\omega}{1 + jRC\omega - LC\omega^2} \times E$$

Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

3. On commence par observer que, pour ressembler à la forme proposée, il faut se débarrasser de j et de ω au numérateur. On divise ainsi le numérateur et le dénominateur par $jC\omega$, ce qui donne :

$$\underline{I}(\omega) = \frac{1}{\dfrac{1}{jC\omega} + R - \dfrac{L\omega}{j}} \times E$$

Ensuite, on utilise le fait que $\dfrac{1}{j} = -j$, ce qui donne une nouvelle expression de $\underline{I}(\omega)$:

$$\underline{I}(\omega) = \frac{1}{R + j\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)} \times E = \frac{E}{R + j\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}$$

On divise alors le numérateur et le dénominateur par R afin d'obtenir un dénominateur qui ressemble à $1 + j\ldots$:

$$\underline{I}(\omega) = \frac{E/R}{1 + j\left(\dfrac{L}{R}\omega - \dfrac{1/RC}{\omega}\right)}$$

On souhaite identifier cette forme à celle proposée par l'énoncé :

$$\underline{I}(\omega) = \frac{I_{\text{max}}}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{I_{\text{max}}}{1 + j\left(\dfrac{Q}{\omega_0}\omega - \dfrac{Q\omega_0}{\omega}\right)}$$

Par identification, on obtient donc $\begin{cases} \boxed{I_{\text{max}} = E/R} \\ Q/\omega_0 = L/R \\ Q\omega_0 = 1/RC \end{cases}$

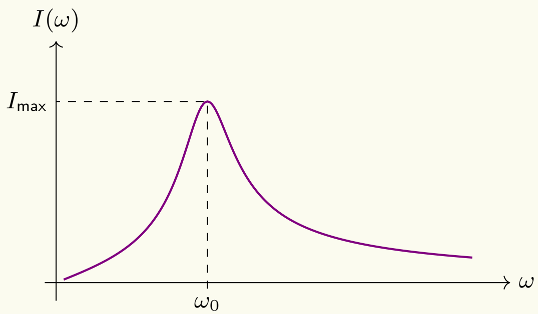
En multipliant la deuxième et la troisième équation, on a $Q^2 = \dfrac{L}{R^2C}$ et donc $\boxed{Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$.

En divisant la troisième équation par la deuxième, on a $\omega_0^2 = \dfrac{1/RC}{L/R} = \dfrac{1}{LC}$, et donc $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$.

Exercice résolu

■ À revoir ■ Maîtrisé

4. La résonance en courant correspond à un maximum d'intensité électrique dans le circuit. Or, l'amplitude du courant est $I = |\underline{I}| = \dfrac{I_{\text{max}}}{\sqrt{1 + Q^2\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$; on remarque que le courant est maximal si l'expression sous la racine est minimale, et donc si $\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = 0$.
   Ceci arrive à la pulsation de résonance $\boxed{\omega_r = \omega_0}$, et le courant vaut $\boxed{I(\omega_r) = I_{\text{max}}}$.
5. On sait que I présente un maximum en $\omega = \omega_0$. Par ailleurs, en étudiant les limites à haute et basse fréquences, on a $I(\omega \to 0) = 0$ et $I(\omega \to +\infty) = 0$.
   On en déduit l'allure du graphe $I(\omega)$:



6. Plus le facteur de qualité sera grand, plus le pic de résonance sera étroit. La résonance en courant aura cependant toujours lieu à la pulsation propre ω_0 du circuit.