

# SCIENCES PHYSIQUES

ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND

---

## Thème 6 : Thermodynamique industrielle

### Travaux dirigés

---

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques \_\_\_\_\_ 

Exercice facile et/ou proche du cours \_\_\_\_\_ 

Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques \_\_\_\_\_ 

Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux \_\_\_\_\_ 

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

# Chapitre 1 : Deuxième principe de la thermodynamique

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Utiliser les lois de Laplace pour évaluer des pressions ou des températures dans le cas de compressions ou de détentes de gaz parfait dans l'hypothèse adiabatique et mécaniquement réversible	1.1, 1.2

## Questions de cours

- Donner l'expression du second principe de la thermodynamique pour un système fermé en précisant à quoi correspond chaque terme. Justifier qu'il s'agit d'un principe d'évolution.
- À partir du second principe de la thermodynamique appliqué à un système fermé, montrer qu'une évolution adiabatique et réversible de ce système est isentropique.
- On donne l'entropie molaire d'un gaz parfait :  $S_m = C_{V,m} \ln(T) + R \ln(V) + \text{cste}$ . Démontrer la loi de Laplace.
- Citer la loi de Laplace ainsi que ses conditions d'application. On donnera la première forme en  $p$  et  $V$ , et on retrouvera les deux autres formes à l'aide de la loi des gaz parfaits.

## Exercices

### 1.1 Applications directes de la loi de Laplace

On étudie  $n = 0,040$  mol de gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma = 1,4$ . Initialement, le gaz a une pression  $p_0 = 1$  bar et un volume  $V_0 = 1$  L.

1. Le gaz subit une compression adiabatique et réversible ; la pression finale est  $p_1 = 2$  bar. Quel est le volume final  $V_1$  ?
2. Le gaz subit alors une nouvelle compression adiabatique et réversible ; la pression finale est  $p_2 = 5$  bar. Quelle est la température finale  $T_2$  ? En déduire le volume  $V_2$  du gaz par application de la loi des gaz parfaits.
3. Le gaz passe alors à la température  $T_3 = 1000$  K de manière adiabatique et réversible. Quel est le volume final  $V_3$  ?

### 1.2 Cycle de Diesel

Le cycle de Diesel est un cycle à quatre temps :

- Le premier temps  $AB$  est une compression adiabatique et réversible de l'air : le rapport volumétrique vaut  $a = \frac{V_A}{V_B}$  ;
- Le carburant est injecté dans le cylindre en  $B$ . Le mélange s'enflamme alors spontanément lors du temps  $BC$ , qui est modélisé par une transformation isobare ;
- On arrête l'injection en  $C$  et on laisse le mélange se détendre de manière adiabatique et réversible lors du temps  $CD$  : le rapport volumétrique vaut  $b = \frac{V_D}{V_C}$  ;
- En  $D$ , le piston est au point mort bas : on suppose un refroidissement isochore  $DA$ .

On suppose que le fluide parcourant le cycle de Diesel est un gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma$ .

1. Représenter le cycle de Diesel dans un diagramme de Clapeyron.
2. Montrer, par application du premier principe, que le travail d'une transformation adiabatique d'un gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma$  peut s'écrire  $W = \frac{1}{\gamma - 1} \times (p_f V_f - p_i V_i)$ .
3. En déduire que  $W_{AB} = \frac{p_A V_A}{\gamma - 1} \times (a^{\gamma-1} - 1)$ .

### 1.3 Irréversibilité d'un mélange d'eau chaude et d'eau froide

Soit une masse  $m$  d'eau chaude à la température  $T_C$  et une même masse  $m$  d'eau froide à la température  $T_F$ . On note  $c_e$  la capacité thermique massique de l'eau liquide.

On admet que l'entropie d'un liquide est égale à  $S = C \times \ln(T)$ , où  $C$  est la capacité thermique totale du liquide. Par ailleurs, on rappelle que  $\ln(x) > 0$  si et seulement si  $x > 1$ .

1. (Question préliminaire) En développant le carré  $(a - b)^2$ , montrer que l'on a toujours  $2ab \leq a^2 + b^2$ . Quand arrive le cas d'égalité ?
2. On mélange les deux masses d'eau dans un récipient calorifugé et indéformable. En déduire la température finale  $T_f$  du mélange en fonction de  $T_1$  et  $T_2$ .
3. Déterminer alors la variation d'entropie  $\Delta S$  lors du mélange des deux liquides. En utilisant la première question, montrer que l'on a toujours  $\Delta S > 0$ .

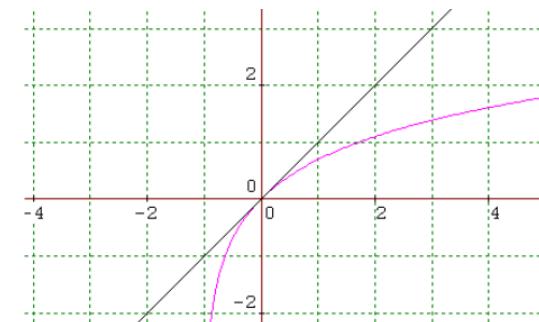
### 1.4 Compression réversible



Soit  $n$  moles de gaz parfait ( $C_{V,m} = \frac{3R}{2}$ ) contenue dans le cylindre d'un piston vertical de masse négligeable et de section  $S$ . Le contact entre le cylindre et le piston se fait sans frottements ; les parois de ce dernier sont diathermanes.

À  $t = 0$ , le système est à l'équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère ( $p_0, T_0$ ). On dépose alors sur le piston, grain par grain, une masse totale  $m$  de sable.

1. Déterminer l'état final (pression, température et volume du gaz).
2. Montrer que la chaleur  $Q$  reçue par le système au cours de la transformation est égale à  $Q = -nRT_0 \ln\left(1 + \frac{mg}{p_0 S}\right)$ .
3. On fournit l'expression de l'entropie d'un gaz parfait :  $S = C_V \times \ln(T) + nR \times \ln(V)$ . En déduire que la transformation est réversible. Pouvait-on le prévoir ?
4. On suppose que la masse  $m$  est en réalité posée « subitement » sur le piston : la transformation n'est alors pas isotherme mais monobare. Reprendre les questions précédentes ; déterminer par le calcul si la transformation est réversible. Pour cela, on posera  $x = \frac{mg}{p_0 S}$  et on exploitera les tracés suivants des fonctions  $\ln(1 + x)$  et  $x$ .



5. En comparant les travaux reçus dans chacune des deux situations, montrer que la transformation réversible est plus « efficace » que la transformation irréversible.

# Chapitre 2 : Machines cycliques dithermes en système fermé

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Écrire un bilan énergétique pour un cycle ditherme	2.1, 2.2, 2.3
Définir le rendement d'un moteur, le coefficient de performance (CoP) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC)	2.1, 2.2, 2.3
Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement	2.1, 2.2, 2.3

## Questions de cours

- Définir ce que sont un cycle moteur et un cycle récepteur. Comment peut-on les distinguer sur un diagramme de Watt ?
- Soit un fluide appartenant à une machine thermique au contact d'une source chaude et d'une source froide. Établir avec détail le lien entre  $Q_C$ , chaleur reçue de la part de la source chaude au cours d'un cycle,  $Q_F$ , chaleur reçue de la part de la source froide au cours d'un cycle, et  $W$ , travail reçu au cours d'un cycle.
- Rappeler l'inégalité de Clausius, en expliquant à quoi correspondent chacun des termes. Quand arrive le cas d'égalité ?
- Définir ce qu'est un moteur ditherme. Tracer une représentation schématique d'une telle machine, en faisant également figurer les échanges énergétiques réels (c'est-à-dire en valeur absolue). Déterminer alors l'expression du rendement d'un moteur ditherme.  
À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius, montrer que le rendement d'un moteur ditherme est majoré par  $1 - \frac{T_F}{T_C}$ , où  $T_F$  et  $T_C$  sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude.

Définir ce qu'est une machine frigorifique. Tracer une représentation schématique d'une telle machine, en faisant également figurer les échanges énergétiques réels (c'est-à-dire en valeur absolue). Déterminer alors l'expression du CoP d'une machine frigorifique.

À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius, montrer que le CoP d'une machine frigorifique est majoré par  $\frac{T_F}{T_C - T_F}$ , où  $T_F$  et  $T_C$  sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude.

Définir ce qu'est une pompe à chaleur. Tracer une représentation schématique d'une telle machine, en faisant également figurer les échanges énergétiques réels (c'est-à-dire en valeur absolue). Déterminer alors l'expression du CoP d'une pompe à chaleur.

À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius, montrer que le CoP d'une pompe à chaleur est majoré par  $\frac{T_C}{T_C - T_F}$ , où  $T_F$  et  $T_C$  sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude.

Un cycle de Carnot est constitué de deux transformations isothermes et de deux transformations adiabatiques et réversibles. Tracer ce cycle dans un diagramme de Watt et dans un diagramme entropique. Comment interpréter l'aire du cycle dans le diagramme entropique ?

---

**Exercices**

---

**2.1 Frigo**

La température idéale d'un frigo est  $T_1 = 4^\circ\text{C}$  afin d'éviter le développement des bactéries. On note  $T_2 = 20^\circ\text{C}$  la température ambiante.

1. Représenter schématiquement une machine frigorifique échangeant thermiquement avec deux sources  $T_1$  et  $T_2$  en précisant le sens réel des échanges.
2. En appliquant les deux principes de la thermodynamique à cette machine ditherme supposée subir des cycles de transformations réversibles, retrouver l'expression du CoP maximum en fonction des températures des sources.
3. Évaluer sa valeur numérique.
4. Si un frigo était parfaitement isolé, il ne consommerait rien, une fois sa température intérieure établie. Si sa consommation électrique moyenne est de  $\mathcal{P}_{\text{élec}} = 100\text{ W}$ , estimer la puissance des pertes avec l'extérieur.
5. Un frigo dont la porte reste ouverte contribue-t-il à refroidir la pièce dans laquelle il se trouve ? Justifier.

**2.2 Pompe à chaleur**

Les informations ci-dessous sont tirées d'une page publicitaire concernant la pompe à chaleur pour piscine *Poolex DREAMLINE HYBRID 125-6* :

« Une pompe à chaleur de piscine utilise les calories présentes dans l'air pour chauffer un circuit d'eau primaire à  $35^\circ\text{C}$ . Ce dernier vient ensuite réchauffer l'eau de la piscine via des échangeurs. Caractéristiques techniques :

- $\text{CoP} = 6,25$  (évalué par convention pour une température d'air de  $T_1 = 7^\circ\text{C}$  et d'eau de chauffage de  $T_2 = 35^\circ\text{C}$ );
- Plus de 80% de l'énergie utilisée pour chauffer la piscine est gratuite et contenue dans l'air ;
- Puissance de chauffe de 13 200 W, puissance consommée de 2112 W, alimentation 220 V/50 Hz monophasé, puissance sonore de 55 dB à 1 m, gaz frigorigène vert R-410A. »

On donne :  $c_{\text{eau}} = 4,2 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

1. Expliquer le fonctionnement schématique de cette pompe à chaleur, en précisant quels milieux jouent le rôle de source chaude et froide, et en indiquant le sens réel des échanges.
2. Retrouver l'expression du CoP maximal en fonction de  $T_1$  et  $T_2$ . Conclure quant à la performance annoncée de la machine.
3. Justifier que les deux valeurs de puissances annoncées sont cohérentes avec le CoP.
4. En combien d'heures cette pompe à chaleur chauffera-t-elle une piscine de dimensions  $3\text{ m} \times 6\text{ m} \times 2\text{ m}$  de  $T_i = 20^\circ\text{C}$  à  $T_f = 28^\circ\text{C}$ ? On précisera les hypothèses. Sachant que le prix du  $\text{kW} \cdot \text{h}$  est de 0,14 euro, montrer que le montant de la facture d'électricité sera de 7,5 euros.
5. En exploitant la valeur du CoP, justifier la phrase « plus de 80% de l'énergie utilisée pour chauffer la piscine est gratuite et contenue dans l'air ».

## 2.3 Moteur à air comprimé



L'ingénieur français Guy Nègre a inventé en 1995 un moteur à air comprimé. Le principe est simple : le carburant utilisé est l'air atmosphérique, et de l'air comprimé est injecté en fin de compression. Cet air comprimé provient d'un réservoir haute pression situé dans le véhicule.

(NB : jusqu'à maintenant, aucune démonstration convaincante de la viabilité d'un tel prototype n'a été produite...)

On peut modéliser le cycle thermodynamique que l'on fait subir à l'air, supposé parfait, par un cycle théorique constitué de quatre transformations lentes et réversibles successives, le mélange étant initialement à l'état  $(p_1, T_1, V_1)$  :

- 1–2 : une compression adiabatique qui l'amène dans l'état  $(p_2, T_2, V_2)$  ;
- 2–3 : une compression isochore qui l'amène dans l'état  $(p_3, T_3, V_2)$  ;
- 3–4 : une détente adiabatique qui l'amène dans l'état  $(p_1, T_4, V_4)$  ;
- 4–1 : un refroidissement isobare qui le ramène dans l'état initial.

On note  $C_p$  et  $C_V$  les capacités thermiques isobare et isochore du gaz ;  
 $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$  ;  $\alpha = \frac{V_1}{V_2}$  ;  $\beta = \frac{V_4}{V_1}$ .

1. Représenter l'allure du cycle théorique dans un diagramme de Clapeyron, en précisant le sens de parcours.
2. Exprimer le rendement  $\eta$  en fonction des transferts thermiques de deux étapes.
3. Déterminer le rendement thermodynamique  $\eta$  du cycle en fonction des températures en montrant que :  $\eta = 1 - \gamma \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$ .
4. Exprimer les températures en fonction de  $T_1$  et de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ .
5. On donne  $V_1 = 1000 \text{ cm}^3$  ;  $V_2 = 125 \text{ cm}^3$  et  $V_4 = 2200 \text{ cm}^3$ . Calculer le rendement.
6. Conclure sur la « propreté » de ce moteur.

# Chapitre 3 : Machines thermiques en système ouvert

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Appliquer le premier principe en système ouvert	3.1, 3.2, ??, 3.3, problème
Calculer ou exploiter un titre massique en vapeur	problème
Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement	3.1, 3.2, ??, 3.3
Exploiter les diagrammes $(T, s)$ , $(h, s)$ et $(p, h)$	3.1, 3.2, ??, 3.3

## Questions de cours

- Donner les expressions du premier principe industriel (ou premier principe appliqué à un système ouvert) en termes d'énergie et en termes de puissance. On donnera les significations physiques et unités de chacune des grandeurs, ainsi que toutes les hypothèses de travail.
- Expliquer le rôle d'un compresseur, d'une pompe, d'un condenseur, d'un évaporateur et d'un détendeur. Montrer que la transformation subie par un fluide dans un détendeur adiabatique est isenthalpique.
- Tracer l'allure du diagramme des frigoristes  $(p, h)$ , en faisant apparaître la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les domaines du gaz, du liquide et du mélange liquide-vapeur et une courbe isotherme.
- Tracer l'allure du diagramme entropique  $(T, s)$ , en faisant apparaître la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les domaines du gaz, du liquide et du mélange liquide-vapeur et une courbe isobare.

## Exercices

### 3.1 Calorimétrie par effet Joule

Un fluide de capacité thermique massique à volume constant  $c_P$  s'écoule de manière incompressible et en régime permanent avec un débit massique  $D$  dans un cylindre horizontal aux parois rigides et calorifugées. Ce fluide est en contact avec un conducteur ohmique de résistance  $R$  et alimenté par une tension  $U$  à ses bornes. La température en amont de la résistance est notée  $T_1$ ; celle en aval est notée  $T_2$ .

Exprimer  $c_P$  en fonction de  $D$ ,  $U$ ,  $R$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .

### 3.2 Détente dans une turbine

De l'air, assimilé à un gaz parfait diatomique ( $\gamma = 1,4$ ) de masse molaire  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ), traverse une turbine calorifugée. Le débit massique vaut  $D_m = 1,5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . Les conditions à l'entrée sont  $p_E = 12 \text{ bar}$  et  $T_E = 700^\circ\text{C}$ . En sortie, on a  $p_S = 1,0 \text{ bar}$  et  $T_S = 280^\circ\text{C}$ .

1. Montrer que la capacité thermique massique isobare vaut  $c_P = 1,0 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
2. Déterminer la puissance reçue par la turbine. Commenter son signe.

### 3.3 Élévation de la température d'un fleuve par une centrale nucléaire

Une centrale nucléaire fournissant une puissance de 1000 MW est installée au bord d'un fleuve dont la température vaut  $T_f = 300\text{ K}$  et le débit  $D = 400\text{ m}^3/\text{s}$ . La température de la source chaude (la centrale) est  $T_c = 700\text{ K}$ .

1. Calculer le rendement maximal que l'on peut théoriquement obtenir ; en déduire la puissance fournie par le réacteur nucléaire, sachant que la centrale n'est efficace qu'à 60% par rapport à ce maximum théorique.
2. Quelle est alors l'élévation  $\Delta T$  de la température du fleuve suite au fonctionnement de la centrale ? On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Commenter.

### 3.4 Échangeur thermique

Un échangeur thermique permet de récupérer la chaleur d'un fluide résiduel avant son élimination. Le dispositif comprend une enceinte calorifugée dans laquelle serpentent deux canalisations indépendantes pouvant échanger thermiquement l'une avec l'autre sans que les fluides qu'elles contiennent ne se mélangent. Un fluide « sale » et chaud peut ainsi échauffer un autre fluide.

On se place en régime permanent. On note  $\mathcal{D}_m$  et  $\mathcal{D}'_m$  les débits massiques et  $h_e$ ,  $h'_e$ ,  $h_s$ ,  $h'_s$  les enthalpies massiques des fluides en entrée et sortie des écoulements. Mêmes notations pour les températures. On considérera que la puissance thermique cédée par un des circuit est exactement égale à celle reçue par l'autre circuit (transfert de chaleur idéal).

1. Faire un schéma utilisant les notations de l'énoncé.
2. Appliquer successivement le premier principe en système ouvert à chacun des écoulements. En déduire une relation entre les enthalpies massiques et les débits.
3. Si les deux fluides sont de l'eau liquide, en déduire une relation entre les températures et les débits.
4. On souhaite échauffer de  $20^\circ\text{C}$  un écoulement  $\mathcal{D}_m = 10\text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$  initialement à  $T_e = 20^\circ\text{C}$ . L'eau chaude sale arrive à  $T'_e = 80^\circ\text{C}$ . En

supposant que l'échangeur est assez long pour être utilisé au maximum, déterminer le débit  $\mathcal{D}'_m$  à établir pour qu'il réalise l'objectif souhaité.

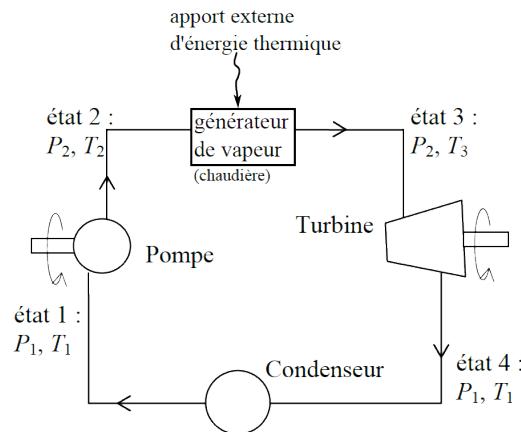
### 3.5 Cycle de Rankine

Une centrale thermique produit de la chaleur en brûlant un combustible fossile (charbon, gaz naturel...). Une centrale nucléaire produit également de la chaleur en exploitant des transformations nucléaires de fission. Dans ces deux cas, il faut trouver un moyen de convertir cette énergie thermique en travail mécanique (rotation d'un arbre) qui peut ensuite, via un alternateur, être convertie en électricité.

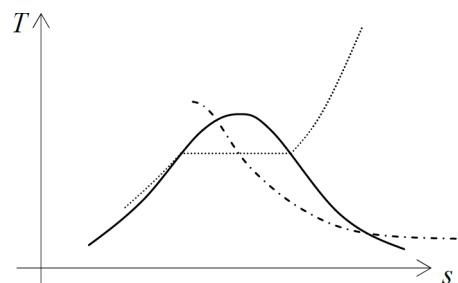
La plupart des centrales thermiques ou nucléaires utilisent pour cela un cycle basé sur le cycle de Rankine, avec bien sûr des perfectionnements, que nous allons étudier ici. C'est aussi une version perfectionnée de ce cycle de base qui est utilisée dans les machines à vapeur des bateaux (la source de chaleur est alors une chaudière) ou dans les bateaux et sous-marins nucléaires (la source de chaleur est un réacteur nucléaire).

Le fluide caloporteur est l'eau. Il entre dans la pompe sous forme de liquide saturé (état 1), puis est comprimé de façon isentropique (adiabatique réversible) à la pression qui règne dans le générateur de vapeur (GV). En entrant dans le GV, l'eau se trouve sous forme de liquide comprimé à la pression  $p_2$  (état 2). Elle en ressort sous forme de vapeur (état 3) à la même pression  $p_2$ , puis pénètre dans la turbine où elle se détend de façon isentropique (adiabatique réversible) en entraînant l'arbre de l'alternateur. Ce mélange liquide-vapeur est alors liquéfié à pression constante dans le condenseur et en sort dans l'état 1.

Il n'y a pas de pièces mobiles dans le GV et dans le condenseur. Les variations d'énergie potentielle et d'énergie cinétique seront négligées. On utilise le diagramme entropique de l'eau fourni en annexe du sujet. Il représente la température en fonction de l'entropie massique de l'eau.



1. On donne ci-dessous une représentation schématique du diagramme entropique  $T - s$ . Dessiner l'allure de ce schéma sur votre copie, et indiquez-y : la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, le domaine du liquide, le domaine de la vapeur, le domaine de l'équilibre diphasique liquide-vapeur, ainsi que ce qui représente une évolution isobare et ce qui représente une évolution isenthalpique.



On donne  $p_2 = 50 \text{ bar}$ ;  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ;  $T_3 = 500^\circ\text{C}$ ;  $h_1 = 440 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ;  $h_2 = 475 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Les points 1 et 2, très proches, figurent déjà sur le diagramme  $T - s$  de l'eau fourni en annexe (le point 1 est légèrement plus bas que le point 2).

2. Expliquer pourquoi toutes les isobares de l'eau purement liquide sont très proches de la courbe d'ébullition.
3. Sur le diagramme en annexe, placer les points 3 et 4. Tracer alors le cycle de Rankine décrit par le fluide.

4. Toujours à l'aide du même diagramme, donner les valeurs numériques de  $T_1$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ ,  $s_4$ ,  $s_v(T_1)$  (entropie massique de la vapeur saturante à  $T_1$ ) et  $s_\ell(T_1)$  (entropie massique du liquide saturé à  $T_1$ ).

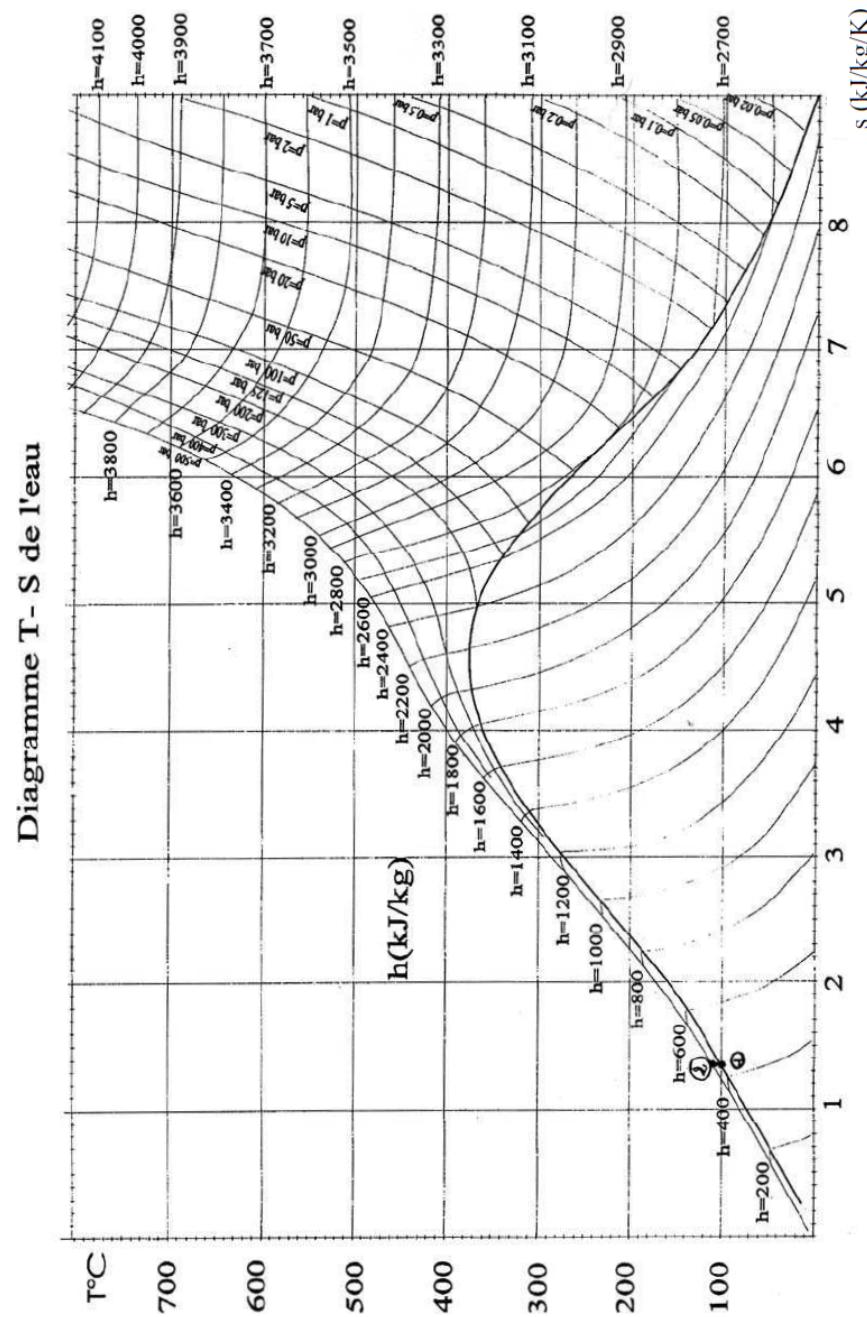
5. En utilisant le théorème des moments, déduire de la question précédente la valeur du titre en vapeur  $x_4$  à la sortie de la turbine.

6. Exprimer puis calculer le transfert thermique massique  $q_{GV}$  reçu par le fluide dans le GV. Commenter son signe.

7. Faire de même pour le transfert thermique massique  $q_{\text{cond}}$  reçu par le fluide dans le condenseur. Commenter son signe.

8. Déterminer le travail utile massique reçu par le fluide lors de son passage dans la pompe  $w_{u,\text{pompe}}$ . Faire de même pour le travail utile massique reçu par le fluide dans la turbine  $w_{u,\text{turbine}}$ . Commenter les signes.

9. Déterminer le rendement  $\eta$  du cycle.



### 3.6 Cycle réfrigérant du CO<sub>2</sub>



Le CO<sub>2</sub> (noté R744) est un fluide frigorigène qui est de plus en plus utilisé car considéré comme un fluide écologique : son impact sur la couche d'ozone est nul et son impact sur l'effet de serre est faible.

On s'intéresse à un cycle réfrigérant parcouru par du CO<sub>2</sub> selon les étapes suivantes :

- Compression adiabatique réversible d'un état 1 ( $p_1 = 35$  bar, courbe de rosée) jusqu'à  $p_2 = 90$  bar ;
  - Refroidissement isobare jusqu'à  $T_3 = 40^\circ\text{C}$  ;
  - Détente adiabatique réversible jusqu'à la pression  $p_4 = p_1$  ;
  - Transformation isobare jusqu'à retrouver l'état de départ.
1. Recopier l'allure du diagramme ; désigner le domaine du liquide, de la vapeur, du mélange diphasique liquide-vapeur, ainsi que la courbe de rosée et la courbe d'ébullition.
  2. Justifier l'allure des courbes isothermes sous la cloche.
  3. Dessiner le cycle sur le diagramme.
  4. Rappeler l'énoncé du premier principe de la thermodynamique en système ouvert.
  5. Calculer la chaleur échangée avec la source froide.
  6. Calculer le coefficient de performance de la machine frigorifique.
  7. Montrer que le CoP est toujours plus faible que  $\frac{T_F}{T_C - T_F}$ , où  $T_C$  est la température de la source chaude et  $T_F$  celle de la source froide.
  8. Faire l'application numérique. Commenter.

### 3.7 Pompe à chaleur eau/eau

L'étude porte sur le cas d'un restaurant d'entreprise équipé d'une « PAC eau/eau », fonctionnant avec le fluide R134a, qui fournit une puissance de 50 kW au réseau d'eau chaude sanitaire.

On simplifie l'étude du fonctionnement de la PAC en proposant le cycle théorique suivant pour le R134a :

- de *A* à *B* : compression adiabatique réversible ;
- de *B* à *C* : transformation isobare dans le condenseur jusqu'à liquéfaction totale ;
- de *C* à *D* : détente isenthalpique ;
- de *D* à *A* : passage dans l'évaporateur où le liquide restant se transforme en vapeur saturée.

Données :

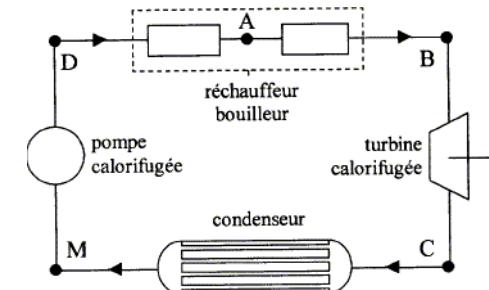
- en *A*, le fluide est à l'état de vapeur saturée à une pression  $p_A = 4,0$  bar et une enthalpie massique  $h_A = 401 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- en *B*, le fluide est à l'état de vapeur avec  $p_B = 13,2$  bar, une température  $\theta_B = 53^\circ\text{C}$  et  $h_B = 430 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- en *C*, le fluide est à l'état de liquide saturé avec  $\theta_C = 50^\circ\text{C}$  et  $h_C = 271 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- en *D*, le fluide est dans un état diphasé liquide et vapeur avec  $p_D = 4,0$  bar.

1. Tracer sur le diagramme enthalpique le cycle suivi par le R134a, en précisant les quatre points *A*, *B*, *C* et *D* correspondant et en précisant le sens de parcours.
2. À l'aide du tracé, estimer le titre massique en vapeur au point *D*.
3. Quelle est la température  $T_A$  du fluide à l'entrée du compresseur ?
4. Rappeler l'énoncé du premier principe de la thermodynamique en système ouvert.
5. En déduire la valeur du travail massique de transvasement  $w_{AB}$  lors de la compression *A* → *B*.

6. On donne le débit massique du R134a dans la PAC :  $\mathcal{D}_m = 0,32 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ . En déduire la puissance  $\mathcal{P}_{\text{comp}}$  que doit fournir le compresseur au fluide.
7. Calculer la chaleur massique reçue  $q_{BC}$  dans le condenseur. Justifier son signe. En déduire la puissance thermique  $\mathcal{P}_{\text{cond}}$  fournie par la pompe à chaleur au niveau du condenseur.
8. Calculer le CoP de l'installation. Le comparer au CoP de Carnot :  $\frac{T_{\text{int}}}{T_{\text{int}} - T_{\text{ext}}}$ . Commenter.

### 3.8 Cycle de Rankine (encore)

Le fonctionnement d'une machine à vapeur peut être modélisé par un cycle de Rankine. Un fluide, l'eau, subit des transformations dont certaines consistent à réaliser des échanges thermiques avec deux sources de chaleur, chaque source étant à température constante. Ces échanges peuvent provoquer des transitions de phase liquide-vapeur.



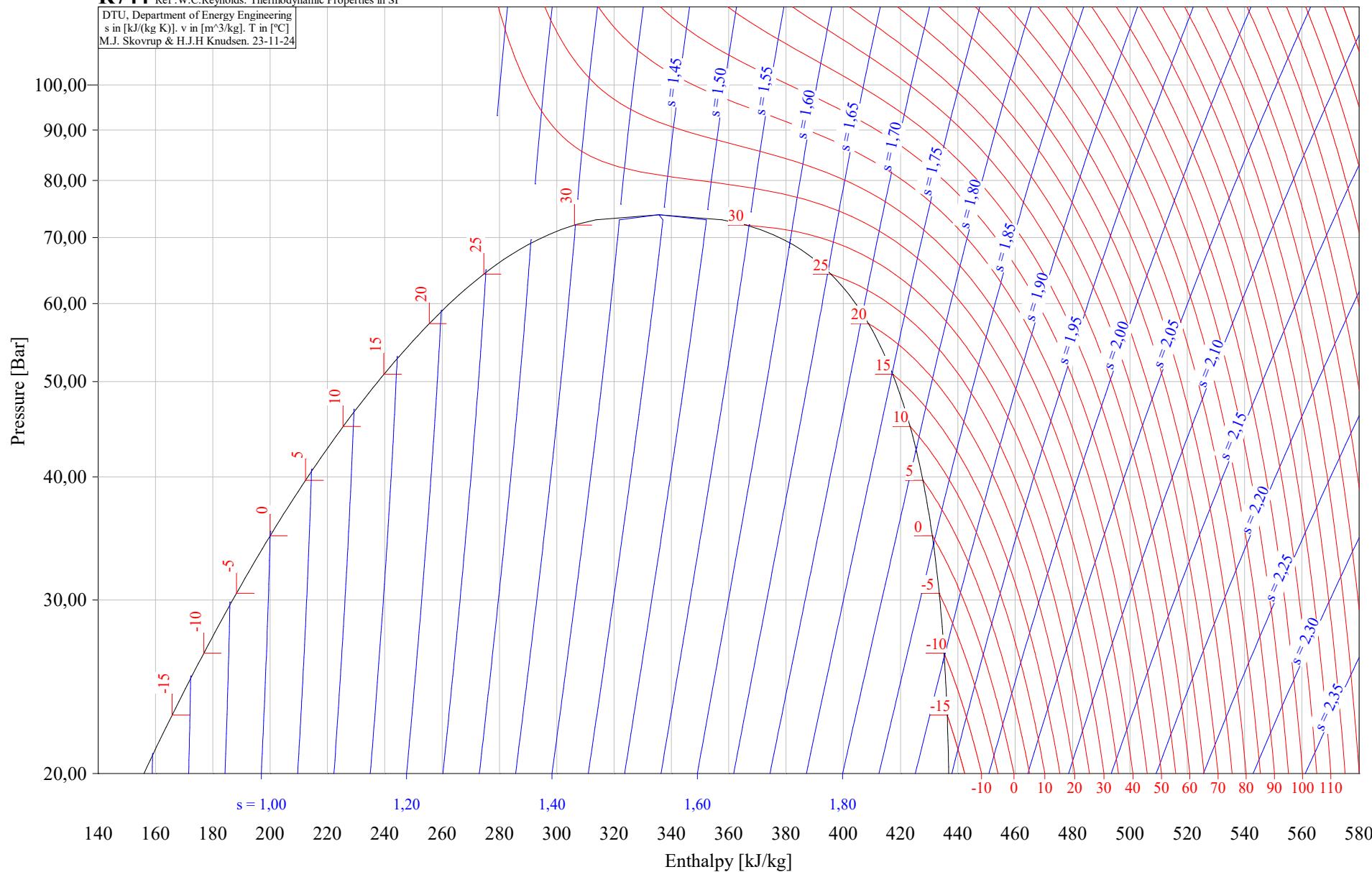
Les étapes sont les suivantes :

- vaporisation  $A \rightarrow B$  à pression constante  $p_1 = 50$  bar du fluide dans le bouilleur ;
- détente isentropique  $B \rightarrow C$  de la vapeur juste saturante dans la turbine calorifugée (lors de cette étape, de l'énergie est fournie sous forme de travail à l'extérieur de la machine à vapeur), jusqu'à la pression  $p_2 = 0,1$  bar ;
- condensation totale  $C \rightarrow M$  à pression constante dans le condenseur ;

- compression isentropique  $M \rightarrow D$  du liquide saturant au départ, de  $p_2$  à  $p_1$ , dans la pompe calorifugée ;
  - échauffement  $D \rightarrow A$  à pression constante  $p_1$ .
1. Indiquer quelle information donnée dans la description du cycle permet de conclure que la vaporisation est complète en  $B$ .
  2. Recopier l'allure du diagramme  $(T, s)$ . Indiquer sur le diagramme où sont situés les domaines du liquide, de la vapeur, du mélange diphasique liquide-vapeur.
  3. En observant les isobares du diagramme  $(T, s)$ , expliquer pourquoi on peut admettre que le point  $M$  est pratiquement confondu avec le point  $D$  sur ce diagramme, bien que ces deux états soient différents.
  4. Dessiner précisément le cycle de Rankine sur le diagramme fourni.
  5. Relever graphiquement les températures, entropies massiques et enthalpies massiques aux points  $A, B, C, M$  et  $D$ . On prendra  $h_M - h_D \approx 4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Présenter les résultats dans un tableau à conserver.
  6. Rappeler l'énoncé du premier principe de la thermodynamique en système ouvert.
  7. Calculer la chaleur massique  $q_{DB}$  reçue au cours du transfert thermique avec la source chaude.
  8. Calculer le travail utile massique  $w_{BC}$  reçu dans la turbine calorifugée. Commenter son signe.
  9. Calculer le travail utile massique  $w_{MD}$  reçu à la pompe calorifugée.
  10. Calculer le rendement de ce cycle moteur.

**R744** Ref: W.C.Reynolds: Thermodynamic Properties in SI

DTU, Department of Energy Engineering  
 s in [kJ/(kg K)], v in [m<sup>3</sup>/kg], T in [°C]  
 M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen. 23-11-24



**R134a** Ref:D.P.Wilson & R.S.Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.

DTU, Department of Energy Engineering  
 s in [kJ/(kg K)]. v in [m<sup>3</sup>/kg]. T in [°C]  
 M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 23-11-24

