

SCIENCES PHYSIQUES

ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND

Thème 3 : Mécanique du point matériel

Travaux dirigés

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques _____	√x
Exercice facile et/ou proche du cours _____	🔒
Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques _____	🔒
Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux _____	🔒

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

Chapitre 1 : Mouvement d'un point matériel

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Dessiner les surfaces sur lesquelles l'une des coordonnées est uniforme dans les différents systèmes de coordonnées.	/
Dans le cas des coordonnées polaires et cylindriques, exprimer les vecteurs de base locaux en fonction des vecteurs de base des coordonnées cartésiennes.	/
Utiliser les expressions des composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans le seul cas des coordonnées cartésiennes.	/
Relier la valeur de la vitesse du point à celle de la vitesse angulaire lors d'un mouvement circulaire.	/

Questions de cours

- ☐ À quelle(s) condition(s) un système matériel peut-il se ramener à l'étude de son centre de masse ?
- ☐ Soit le vecteur-position $\overrightarrow{OM}(t) = a \times t^2 \cdot \vec{u}_x + b \times e^{-t/\tau} \cdot \vec{u}_y - c \times \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_z$ exprimé dans la base cartésienne. Déterminer son vecteur-vitesse puis son vecteur-accélération.
- ☐ Définir les coordonnées cylindriques et sphériques ainsi que leurs intervalles respectifs. On fera un schéma pour chaque cas.
- ☐ Exprimer les vecteurs de la base cylindrique dans la base cartésienne.
- ☐ Déterminer la valeur de la vitesse d'un point M effectuant un mouvement circulaire de rayon $R = 30 \text{ cm}$ à la vitesse angulaire $\omega = 150 \text{ tours/min}$.
- ☐ Donner les relations liant période de rotation T , fréquence de rotation f et vitesse angulaire ω , ainsi que leurs unités respectives.

Chapitre 2 : Chutes libres

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Exprimer les vecteurs position et vitesse en fonction du temps lors d'un mouvement à vecteur accélération constant. Y établir l'expression de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.	2.2
Énoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un mouvement unidirectionnel d'un point matériel.	2.1
Énoncer et exploiter le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un mouvement plan d'un point matériel soumis à une force constante.	2.2, 2.3
Mettre en équation le mouvement de chute libre sans frottement d'un point matériel.	2.1, 2.2, 2.3, problème

Questions de cours

- ☐ Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ? Donner trois référentiels usuels. À quelle(s) condition(s) ces référentiels sont-ils galiléens ?
- ☐ Énoncer le principe des actions réciproques.
- ☐ Énoncer le principe fondamental de la dynamique ainsi que ses conditions d'application.
- ☐ Qu'appelle-t-on équation du mouvement ? Et équation horaire ?
- ☐ Soit un point matériel M de masse m repéré par son altitude $z(t)$ (axe vertical ascendant). On le lâche initialement d'une hauteur h avec une vitesse v_0 vers le bas. On néglige tout frottement. Déterminer l'équation horaire $z(t)$.
- ☐ Soit un point matériel M de masse m repéré par son altitude $z(t)$ (axe vertical ascendant) et son abscisse $x(t)$; il est initialement situé en $(x = 0, z = 0)$. On le jette avec un vecteur-vitesse initial $\vec{v}_0$ faisant un

angle α avec l'axe horizontal. Déterminer les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$, puis l'équation de la trajectoire.

Exercices

2.1 Hauteur maximale atteinte

Soit un point matériel M de masse m dans le champ de pesanteur $\vec{g} = -g \cdot \vec{u}_z$. On le lance de l'altitude $z = 0$ (au niveau du sol) avec une vitesse v_0 orientée vers le haut.

1. Par application du principe fondamental de la dynamique, montrer que l'on a $\ddot{z}(t) = -g$.
2. Déterminer la vitesse $\dot{z}(t)$ du point matériel puis sa position $z(t)$ en fonction uniquement de g , t et v_0 .
3. Déterminer l'instant $t_{\max}$ pour lequel le point M est à son altitude maximale. En déduire cette altitude $z_{\max}$.
4. À quel instant t_{sol} le point M va-t-il toucher le sol ? Comparer à $t_{\max}$ et commenter.

2.2 Trajectoire d'une fusée

Une fusée balistique, assimilée à un point matériel M de masse m , est mise à feu à la surface de la Terre avec une vitesse $\vec{V}_0$.

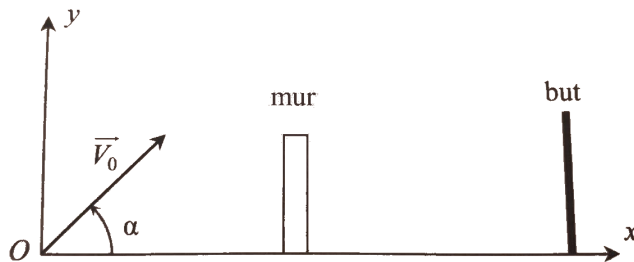
On définit un repère $(Oxyz)$ tel que O coïncide avec le point de départ de la fusée, (Oz) soit un axe vertical ascendant et (Ox) un axe horizontal. Le vecteur vitesse initial est dans le plan (Oxz) et fait un angle α par rapport à l'horizontale. L'action de l'air sur la fusée est négligée.

1. Faire un schéma de la situation.
2. Montrer que le mouvement a lieu dans le plan (Oxz) , et établir l'équation de la trajectoire $z = f(x)$.

- Exprimer la portée (distance de O au point d'impact au sol) et la flèche (hauteur maximale atteinte) en fonction de g , V_0 et α .
- Calculer la portée maximale et la valeur correspondante de la flèche pour $V_0 = 1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.
- On suppose que V_0 est fixée, et on veut atteindre avec la fusée un point $A = (x_A, 0, z_A)$. Calculer les deux valeurs possibles de l'angle α . Application numérique pour $x_A = 73 \text{ km}$ et $z_A = 20 \text{ km}$.

2.3 Coup franc

On étudie, dans le référentiel terrestre galiléen de repère fixe $(Oxyz)$, un coup franc de football tiré à 20 m , face au but de hauteur $2,44 \text{ m}$ et dans son plan médian vertical (Oxy) . L'axe (Oy) est choisi suivant la verticale ascendante.



Le ballon, de masse $m = 430 \text{ g}$, est assimilé à un point matériel M initialement posé sur le sol en O . Le mur, de hauteur $1,90 \text{ m}$, est situé à $9,15 \text{ m}$ du ballon. Celui-ci est lancé avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ de norme $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et formant un angle $\alpha = 20^\circ$ avec l'horizontale. L'origine des temps correspond au départ du ballon. On néglige totalement les frottements de l'air.

- Établir les lois horaires du mouvement du ballon ainsi que l'équation de la trajectoire.
- Le ballon passe-t-il au-dessus du mur ?
- Le tir est-il cadré ?

Problème

La plaine de Sorques, située dans le sud de la Seine-et-Marne, est une zone naturelle protégée qui abrite entre autres de nombreux amphibiens (crapauds, grenouilles, tritons). Les crapauds *Bufo bufo* ont pour habitat la forêt de Fontainebleau la majeure partie de l'année. Une fois par an, au printemps, ces amphibiens migrent vers les plans d'eau pour se reproduire.

Pour éviter qu'ils ne se fassent écraser en passant sur la route qui traverse cette zone de migration, un dispositif a été installé : des barrières en bois, suffisamment hautes pour empêcher le saut sur la route, sont placées de chaque côté, obligeant les amphibiens à emprunter des passages souterrains appelés « crapauducs ».

Le système considéré dans cet exercice est un crapaud dont on étudie le mouvement du centre de masse, noté G . Les frottements liés à l'action de l'air sont supposés négligeables face au poids.

Données :

- Intensité de la pesanteur terrestre : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- Taille moyenne d'un crapaud *Bufo bufo* : 10 cm .

Le mouvement du centre de masse G du crapaud est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen muni du système d'axes. L'axe (O, z) vertical est orienté vers le haut. On note respectivement $z(t)$ et $v(t)$ la position et la vitesse de G .

À la date $t = 0 \text{ s}$, le centre de masse G est placé à l'origine du repère O , et sa vitesse initiale est v_0 .

- ☐ 1 – À l'aide du principe fondamental de la dynamique, montrer que $\frac{dv}{dt} = -g$.
- ☐ 2 – En déduire l'expression de $v(t)$ en fonction de g , t et v_0 .
- ☐ 3 – Déterminer à quel instant $t_{\max}$ le crapaud atteint sa hauteur maximale.
- ☐ 4 – Déduire de l'expression de $v(t)$ celle de $z(t)$ en fonction de g , t et v_0 .

- **5** – En remarquant que $z(t)$ peut s'écrire $z(t) = t \times \left(-\frac{1}{2}gt + v_0\right)$, déterminer à quel instant t_{saut} le crapaud touche à nouveau le sol. Quelle remarque peut-on faire quant aux expressions de t_{saut} et t_{max} ? Commenter.
- **6** – Établir que la hauteur maximale d'un saut a pour expression littérale :

$$z_{\text{max}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

- **7** – On admet que, lors d'un saut parabolique (c'est-à-dire non-vertical), la vitesse v_0 permettant au crapaud d'effectuer un saut de longueur d est donnée par la relation $v_0 = \sqrt{\frac{gd}{2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}}$ avec α l'angle initial entre le sol et la trajectoire initiale. Sachant que les crapauds les plus puissants peuvent faire des sauts d'une longueur égale à 20 fois leur taille, calculer la valeur de v_0 pour qu'ils atteignent un angle $\alpha = 45^\circ$.
- **8** – En déduire la valeur de la hauteur de barrière minimale, notée H_{champion} , qui permet d'arrêter les crapauds les plus puissants, capables de sauter verticalement avec une vitesse initiale v_0 calculée à la question précédente.
- **9** – Les barrières mesurent en réalité 50 cm à 60 cm de hauteur. Donner un argument permettant d'expliquer pourquoi on choisit d'installer des barrières d'une hauteur inférieure à H_{champion} .

Chapitre 3 : Pentes, frottements et oscillations

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par la vitesse dans le cas d'une force de frottement proportionnelle à la vitesse. Déterminer la vitesse limite. Identifier et interpréter le temps caractéristique d'évolution. Déterminer, si elle existe, la vitesse limite dans un cas où la force de frottement n'est pas proportionnelle à celle de la vitesse.	3.1, 3.2, problème
Établir l'équation différentielle du mouvement d'un système masse-ressort en présence ou non d'une force de frottement dont la valeur est proportionnelle à celle de la vitesse.	3.3, 3.4, 3.5

Questions de cours

- ☐ Exercice de la brique.
- ☐ Exercice du parachutiste.
- ☐ Exercice du système masse-ressort.

Exercices

3.1 Le plongeur

Un homme de masse $m = 80 \text{ kg}$ saute d'une falaise de hauteur $h = 5 \text{ m}$. Pendant la chute dans l'air, les frottements sont négligés, mais une fois dans l'eau ils agissent sur le plongeur selon l'expression $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ avec $\vec{v}$ le vecteur-vitesse du plongeur. On tient aussi compte de la poussée d'Archimède dans l'eau, qui est supposée compenser exactement le poids.

On repère la position verticale du plongeur par la variable $z(t)$, où l'axe (O, z) est orienté vers le bas. On a $z(t = 0) = 0$, et on prend $\alpha = 115 \text{ SI}$.

- (a) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$ pendant la partie de la chute qui s'effectue dans l'air.
(b) En déduire $z(t)$.
(c) Exprimer la date t_{imp} de l'impact.
(d) En déduire la vitesse au moment de l'impact. Faire l'application numérique.
- On s'intéresse maintenant à la partie de la chute qui s'effectue dans l'eau. Trouver l'équation différentielle vérifiée par $v(t)$.
- Exprimer $v(t)$, puis en déduire $z(t)$. On pourra définir une constante de temps τ pour alléger les expressions.
- Tracer l'allure de $z(t)$ sur un graphe pour $t > 0$. En déduire la profondeur maximale p atteinte par le plongeur.
- Critiquer une hypothèse du modèle et prédire intuitivement le mouvement réel du plongeur.

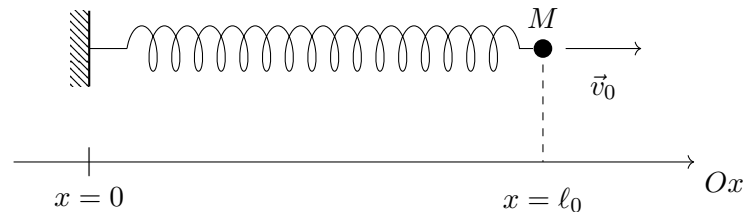
3.2 Frottements quadratiques

Dans le cas de grandes vitesses, la force de frottements peut s'écrire $\vec{f} = -\beta v \cdot \vec{v}$.

- Donner la dimension de β .
- Déterminer l'équation différentielle portant sur v , en supposant qu'aucune force autre que les frottements ne s'exerce sur le système d'études.
- Vérifier que $v(t) = \frac{m}{\beta t + C}$ est solution de l'équation différentielle, avec C une constante.
- On suppose que $v(t = 0) = v_0$. Quelle est alors l'expression de C ?

3.3 Système masse-ressort avec vitesse initiale

On considère un système masse-ressort horizontal comme ci-dessous :

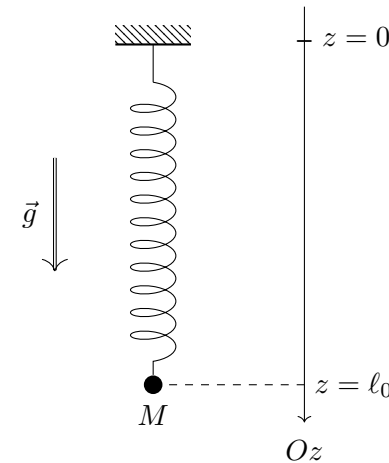


À $t = 0$, la longueur du ressort est sa longueur à vide ℓ_0 . À ce même instant, on envoie la masse vers la droite : sa vitesse initiale est $\vec{v}(t = 0) = v_0 \cdot \vec{u}_x$ avec $v_0 > 0$.

1. Montrer que l'on a $m \frac{d^2x}{dt^2}(t) + k(x(t) - \ell_0) = 0$.
2. Résoudre l'équation différentielle précédente en fonction de deux paramètres A et B que l'on ne déterminera pas encore. On posera une pulsation propre ω_0 .
3. Quelles sont les valeurs de $x(t = 0)$ et $\frac{dx}{dt}(t = 0)$? En déduire les valeurs de A et de B , et déterminer alors l'expression de $x(t)$ en fonction notamment de ω_0 , ℓ_0 et v_0 .

3.4 Dynamique du système masse-ressort vertical avec frottements

Le système masse-ressort est maintenant vertical, ce qui nous permet de prendre en compte le rôle du poids.

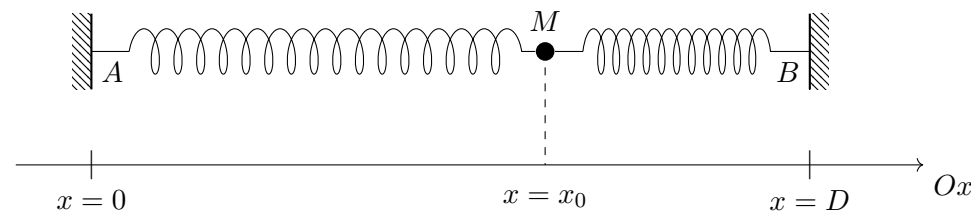


À $t = 0$, la longueur du ressort est égale à sa longueur à vide ℓ_0 . On lâche, sans vitesse initiale, le point M à ce même instant ; la masse tombera alors par action de la gravité, tout en étant rappelée par la force du ressort. On prend en compte les frottements de l'air $\vec{f} = -\lambda \cdot \vec{v}$.

1. Montrer que l'on a $m \frac{d^2z}{dt^2}(t) + \lambda \frac{dz}{dt}(t) + kz(t) = mg + k\ell_0$.
2. Montrer que cette équation peut s'écrire $\frac{d^2z}{dt^2}(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dz}{dt}(t) + \omega_0^2 z(t) = \omega_0^2 L$, où ω_0 , Q et L sont à exprimer en fonction de ℓ_0 , g , λ , k et m .
3. On a $m = 2 \text{ kg}$, $k = 10 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ et $\lambda = 5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. Identifier le type de régime suivi par $z(t)$.
4. Tracer l'allure de $z(t)$.

3.5 Oscillateur à deux ressorts

Un anneau assimilé à un point matériel M de masse m est astreint à glisser sans frottements le long d'une tige horizontale de direction (Ox) . Cet anneau est relié par deux ressorts à deux points fixes A et B ; la distance AB est fixée, et sera notée D .



Les deux ressorts sont identiques : même constante de raideur k et même longueur à vide ℓ_0 . Dans la position d'équilibre du système, les longueurs des ressorts sont identiques et valent $\ell_{\text{eq}} = D/2$.

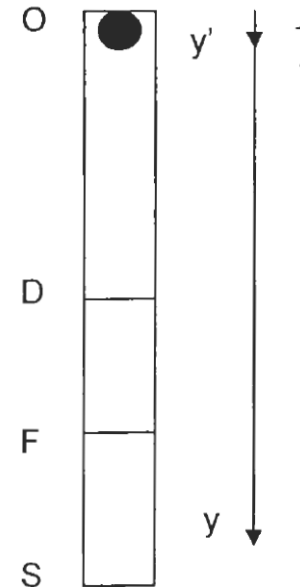
À $t = 0$, le mobile est abandonné sans vitesse initiale d'une position $x_0 > 0$. On se place dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen. On notera $x(t)$ la position du point M à l'instant t , et le poids sera négligé.

1. Exprimer les longueurs $\ell_A(t)$ du ressort de gauche et $\ell_B(t)$ du ressort de droite à l'instant t en fonction de $x(t)$ et de D .
2. Montrer alors que l'on a $m \frac{d^2x}{dt^2}(t) + 2kx = 2kD$.
3. Écrire cette équation sous la forme $\frac{d^2x}{dt^2}(t) + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 L$. Donner les expressions de ω_0 et de L en fonction de k , m et D .
4. Résoudre cette équation et en déduire l'expression de $x(t)$ en fonction de deux paramètres A et B que l'on ne déterminera pas encore, ainsi que de ω_0 et L .
5. En tenant compte des conditions initiales, donner l'expression de $x(t)$ en fonction de ω_0 , L et x_0 .

Problème

On réalise l'expérience suivante : un long tube OS , fermé aux deux extrémités, contient du glycérol de viscosité η et une bille en acier.

Le tube est retourné à l'instant $t = 0$. La bille se trouve alors en haut du tube sans vitesse initiale puis elle tombe verticalement dans le glycérol.



Données : accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Tube : hauteur $d = OS = 40 \text{ cm}$; deux traits horizontaux, utiles dans la partie 2, ont été tracés en D et F

Bille : masse volumique de l'acier $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$; rayon de la bille $R = 6,0 \times 10^{-3} \text{ m}$; volume de la bille V

Glycérol : masse volumique $\rho_{\text{gly}} = 1260 \text{ kg/m}^3$; la viscosité η s'exprime en $\text{Pa} \cdot \text{s}$ (pascal seconde)

L'étude est effectuée dans le référentiel de laboratoire supposé galiléen. L'axe pour l'étude est l'axe $y'y$ vertical orienté vers le bas sur le schéma ci-dessus, de vecteur unitaire $\vec{j}$.

1. Les forces extérieures

- (a) L'expression de la poussée d'Archimède est $\vec{F}_A = -\rho_{\text{gly}} V \vec{g}$. Vérifier l'homogénéité de cette expression.
- (b) La loi de Stokes énonce que la force de frottements peut s'écrire $\vec{f} = -6\pi\eta R \vec{v}$. Commenter l'existence du signe négatif dans cette expression.

2. Détermination de la viscosité du glycérol, principe du viscosimètre

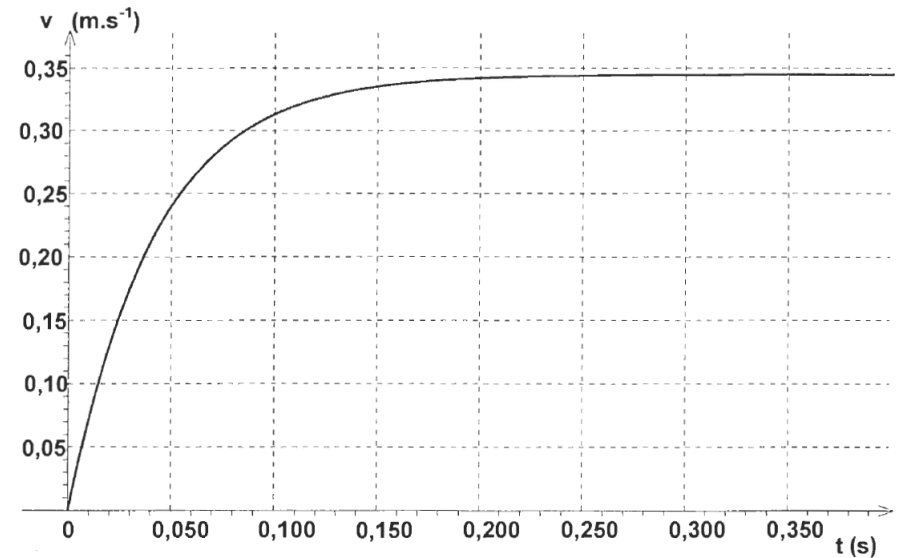
Au cours de la chute, la bille atteint très rapidement sa vitesse limite, notée v_{lim} . Lorsque la bille passe devant le trait D et au-delà, sa vitesse est constante.

La durée de chute Δt_{ch} de la bille, entre les deux traits D et F qui sont distants d'une hauteur L , est mesurée.

- Exprimer la vitesse de chute limite v_{lim} en fonction de Δt_{ch} et L . Justifier la démarche.
- Que dire de la vitesse de la bille entre les deux traits D et F ? En déduire une équation liant les différentes forces de l'énoncé.
- Montrer alors que la viscosité η du glycérol peut s'écrire $\eta = C \times (\rho_s - \rho_{\text{gly}}) \times \Delta t_{\text{ch}}$ avec C une constante dépendant des données de l'énoncé.
- Calculer la valeur de η , sachant que $C = 7,84 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ et $\Delta t_{\text{ch}} = 0,29 \text{ s}$.

3. Étude du mouvement de chute de la bille

Le début de la chute a été filmé, puis le traitement de la vidéo a permis d'obtenir la représentation de la vitesse de la bille en fonction du temps. Cette représentation est donnée ci-dessous.



(a) Exploitation de l'expérience.

- Identifier graphiquement les deux phases d'évolution de la vitesse et les nommer.
- Déterminer graphiquement :
 - le temps caractéristique τ de l'évolution de la valeur de la vitesse de la bille ;
 - la valeur de la vitesse limite v_{lim} atteinte par la bille.

(b) Étude théorique.

- Par application du PFD, établir l'équation différentielle vérifiée par v . L'écrire sous la forme $\frac{dv}{dt} = A + B \times v$.
- Calculer A et préciser son unité.
- Déterminer théoriquement la vitesse limite de la bille. Comparer cette valeur à celle obtenue graphiquement et commenter.

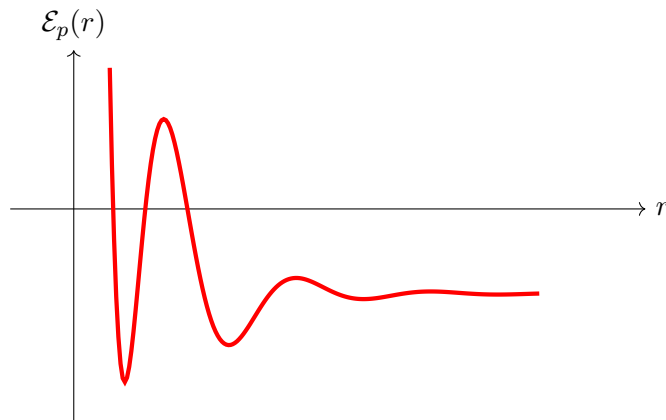
Chapitre 4 : Équilibre et stabilité d'un point matériel

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
...	TD suivant

Questions de cours

- ☐ Définir le travail d'une force; donner son unité et son interprétation physique.
- ☐ Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur et celle de l'énergie potentielle élastique d'un ressort. Montrer que l'on retrouve l'expression du poids à partir de l'énergie potentielle de pesanteur.
- ☐ Définir l'équilibre d'un système matériel. Comment traduire graphiquement cette condition ?
- ☐ Définir ce qu'est un équilibre stable. Comment traduire graphiquement cette condition ?
- ☐ Définir ce qu'est un équilibre instable. Comment traduire graphiquement cette condition ?
- ☐ Déterminer, sur le graphe d'énergie potentielle ci-dessous, les positions d'équilibre ainsi que leurs stabilités.



Chapitre 5 : Théorèmes énergétiques

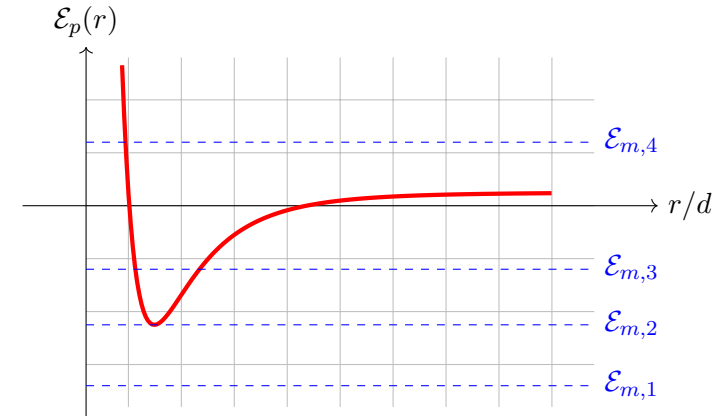
Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour déterminer des paramètres du mouvement d'un point matériel.	5.7, 5.8
Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Déterminer des caractéristiques du mouvement connaissant l'énergie mécanique du système.	5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5
Dans une situation à un degré de liberté, exploiter l'expression analytique de l'énergie potentielle ou une représentation graphique de celle-ci pour déterminer des caractéristiques du mouvement d'un point matériel, son énergie mécanique étant connue.	5.2, 5.3, 5.5
Énoncer et exploiter le théorème de la puissance mécanique en présence de forces non conservatives.	...

Questions de cours

- ☐ Définir la puissance d'une force ; donner son unité et le lien avec le travail élémentaire de cette même force.
- ☐ Soit un point matériel de masse $m = 5,0$ tonnes et de vitesse $v = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; déterminer son énergie cinétique sans calculatrice.
- ☐ Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. En déduire la vitesse d'une balle lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur H juste avant de toucher le sol (on négligera les frottements de l'air).
- ☐ Donner la définition de l'énergie mécanique d'un système. À quelle(s) condition(s) l'énergie mécanique d'un système est-elle conservée ?

- ☐ Énoncer le théorème de la puissance mécanique. En déduire l'équation du mouvement pour une balle chutant dans l'air.
- ☐ Soit un système mécanique dont le graphe de l'énergie potentielle en fonction de la position est donné ci-dessous, avec d une longueur caractéristique :



Déterminer les positions accessibles au système mécanique selon la valeur de son énergie mécanique $\mathcal{E}_m$.

Exercices

5.1 Sport d'hiver



Une skieuse de masse $m = 60 \text{ kg}$ part de l'arrêt au sommet d'une pente de hauteur $H = 60 \text{ m}$ et descend sans utiliser ses bâtons.

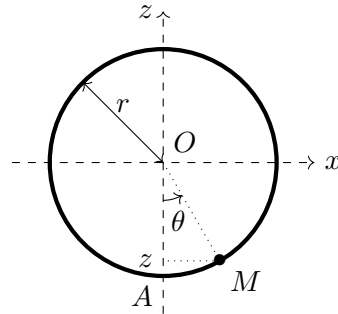
1. Exprimer son énergie potentielle au départ. On choisira l'origine de l'énergie potentielle au bas de la pente.
2. En négligeant les frottements, exprimer et calculer sa vitesse théorique au bas de la pente.
3. En fait, elle atteint le bas avec une vitesse $v_f = 8,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Quelle est l'énergie totale perdue par frottements ?

5.2 Looping ou non ?

Soit un anneau M de masse $m = 1 \text{ kg}$ pouvant coulisser sans frottements sur un cercle fixe de centre O et de rayon $r = 1 \text{ m}$ placé dans un plan vertical. On note A le point le plus bas du cercle, et on le choisit comme étant l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur.

À $t = 0$, l'anneau est lancé du point A avec une vitesse v_0 vers la droite. On repère la position de M au choix par son altitude z ou par

l'angle θ qu'il forme par rapport à la verticale descendante.



1. Exprimer $\mathcal{E}_p(z)$, énergie potentielle de M en un point d'altitude z quelconque.
2. Déterminer l'expression de la vitesse v de M en fonction de θ , puis en fonction de z .
3. Discuter de la possibilité de faire un tour complet en fonction de la valeur de v_0 à l'aide d'un graphe portant sur l'énergie potentielle.
4. Retrouver le résultat précédent mathématiquement.

5.3 Canon à électrons

Un électron est accéléré dans un canon de longueur d . À l'entrée du canon règne un potentiel électrique V_E , et à sa sortie un potentiel V_S , tel que $V_E - V_S = 1,0 \times 10^5 \text{ V}$. On néglige l'influence de la gravité, et on admet qu'une charge q soumise à un potentiel électrique V a une énergie potentielle électrique $\mathcal{E}_{p,\text{elec}} = qV$.

Exprimer et calculer la vitesse de sortie v_S de l'électron en supposant sa vitesse négligeable en entrée.

Données : charge d'un électron $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ et masse d'un électron $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

5.4 Le bond du Marsupilami

Le Marsupilami est un animal de bande dessinée créé par Franquin. Ses capacités physiques sont remarquables, en particulier grâce à sa queue qui possède une force importante : le Marsupilami peut notamment sauter en enroulant sa queue comme un ressort entre lui et le sol.

On note $\ell_0 = 2 \text{ m}$ la longueur à vide du ressort équivalent à la queue du Marsupilami. Lorsqu'il est complètement comprimé, la longueur minimale du ressort est $\ell_m = 50 \text{ cm}$. On supposera que le Marsupilami pèse $m = 50 \text{ kg}$ et que sa queue quitte le sol lorsque le ressort mesure ℓ_0 ; lorsque le Marsupilami est dans l'air, sa queue reste alors à la longueur ℓ_0 .

1. Déterminer la constante de raideur de la queue du Marsupilami s'il est capable de sauter jusqu'à une hauteur $h = 10 \text{ m}$.
2. Quelle est la vitesse du Marsupilami lorsque sa queue quitte le sol ?

5.5 Répulsion coulombienne

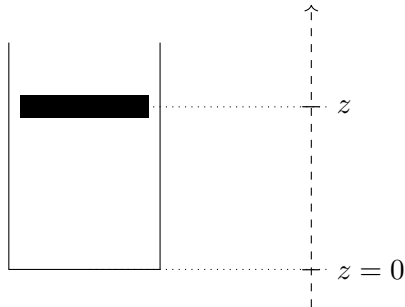
Soit deux masses m , chargées électriquement avec une charge q , maintenues initiales immobiles à une distance d l'une de l'autre. La masse en O est considérée fixe.

L'interaction électrique entre deux charges est conservative, de sorte qu'on peut la traduire à l'aide de l'énergie potentielle suivante : $\mathcal{E}_{p,\text{Coul}} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r}$.

On libère la deuxième masse sans vitesse initiale. Quelle est la position finale de cette masse ? Exprimer alors sa vitesse finale.

5.6 Énergie potentielle des forces de pression

Soit un récipient diathermane cylindrique de section S dont la surface supérieure est constituée d'un piston mobile pouvant se déplacer de haut en bas (l'axe (O, z) sera ascendant). L'altitude $z = 0$ correspond au fond du récipient, et z représente la position du piston.



Au sein du récipient sont présentes n moles de gaz parfait à la température T (supposée constante car les mouvements du piston seront « suffisamment lents »). À l'extérieur du récipient règne une pression p_{atm} constante.

1. Établir l'expression de la force $\vec{F}_p$ de pression exercée par le gaz intérieur au cylindre sur le piston en fonction de n , R (constante des gaz parfaits), T et z .
2. Quelle est la position d'équilibre z_{eq} du piston ?
3. Montrer que $\vec{F}_p$ est une force conservative ; donner l'expression de son énergie potentielle $\mathcal{E}_{p,\text{pression}}$, en utilisant la convention que $\mathcal{E}_{p,\text{pression}} = 0$ lorsque $z = z_{\text{eq}}$.

5.7 Pistolet à air comprimé

Un pistolet tire des fléchettes de forme cylindrique de diamètre $d = 1 \text{ cm}$ en créant une surpression d'air dans une chambre, qui projette la fléchette.

On peut considérer, pour simplifier, que la fléchette de masse $m = 80 \text{ g}$ est accélérée en glissant dans le canon de longueur $L = 20 \text{ cm}$ en étant soumise à une pression $p = 6 \text{ bar}$ constante. La pression atmosphérique est de 1 bar .



1. Donner l'expression puis la valeur du travail W fourni par la résultante des forces de pression sur la fléchette.
2. À l'aide d'une méthode énergétique dans laquelle la résultante des forces de pression peut être traitée comme une force non-conservative, déterminer l'altitude maximale atteinte par la flèche pour un tir vertical.

5.8 Arrêt d'un palet de hockey

Un palet de hockey de masse $m = 10 \text{ kg}$ est lancé avec une vitesse $v_0 = 8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur une piste verglacée horizontale de longueur L . Au bout de la piste se trouve une bande de largeur $d = 1 \text{ m}$. Lorsque le palet arrive dessus, il subit une force de frottement $F_f = fmg$ où $f = 0,4$ est un coefficient de frottement constant.

1. Que dire de la vitesse du palet sur la longueur L ?
2. Calculer le travail de la force de frottement sur la distance d .
3. Exprimer la vitesse du palet en sortie de la bande de largeur d .
4. Combien faudrait-il de bande pour que le palet s'arrête ?

5.9 De la ponctualité des camions _____

Un camion de masse $m = 6$ tonnes, considéré comme ponctuel, part du repos sur une voie horizontale et acquiert une vitesse $v = 45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sous l'action d'une force motrice F constante. Les diverses résistances passives (frottements, liaisons imparfaites) qui agissent sur le véhicule équivalent à une force $R_T = 250 \text{ N}$ et on admettra que ces résistances sont indépendantes de la vitesse.

1. Donner la relation entre m , $\dot{v}$, F et R_T de deux manières différentes. Calculer alors la force motrice F en supposant que la vitesse est acquise en $\Delta t = 1 \text{ min}$.
2. Calculer le travail de la force motrice durant cette phase de démarrage.
3. On règle alors la force motrice de façon à maintenir constante cette valeur de $45 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Quelle est la puissance fournie par le moteur ?
4. On supprime alors la force motrice. Calculer la longueur L du chemin parcouru avant l'arrêt.
5. Si, pour éviter un obstacle, on arrête le camion au moyen de freins, après un parcours de $L' = 20 \text{ m}$ sur la route, quel sera le travail W_{fr} de la force de freinage ?