Sciences physiques

ATS – Lycée Louis Armand

Thème 1 : Électrocinétique

Travaux dirigés

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques
Exercice facile et/ou proche du cours
Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques
Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

Chapitre 1 : Circuits en régime permanent

Capacités exigibles et exercices associés

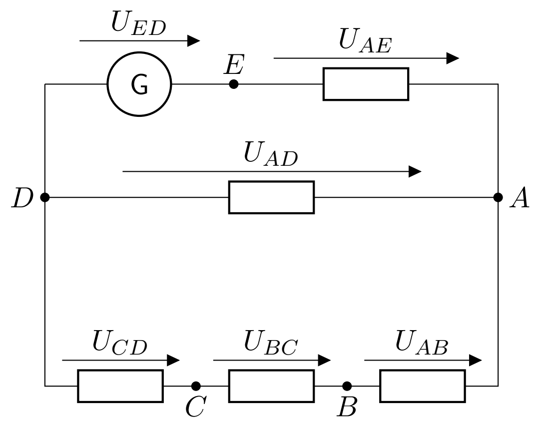
Capacités exigibles	Exercice(s)
Utiliser les lois des nœuds et des mailles.	1.1, 1.2, 1.4, 1.7
Exploiter les caractéristiques courant-tension des dipôles pour déterminer le point de fonctionnement d'un circuit en régime indépendant du temps.	1.5, 1.6
En régime indépendant du temps, énoncer la relation entre l'intensité du courant et la tension pour une résistance.	1.4, 1.6, 1.7
Modéliser une source d'énergie électrique comme l'association d'une source de tension idéale et d'une résistance.	1.6
Relier l'intensité du courant électrique débite par la pile à la capacité électrique de la pile et à la durée d'utilisation. Déterminer l'énergie stockée par une pile, connaissant sa capacité électrique et sa tension.	1.3

Questions de cours

- ☐ Énoncer la loi de conservation de la charge électrique. Énoncer et justifier alors la loi des nœuds. Quelles sont les unités SI de la charge électrique et de l'intensité du courant électrique ?
- ☐ Énoncer la loi d'additivité des tensions et la loi des mailles. Quelle est l'unité SI de la tension électrique ?
- ☐ Énoncer la loi d'Ohm et tracer la caractéristique d'un résistor.
- ☐ Définir une source idéale de tension ainsi qu'une source réelle de tension. Tracer la caractéristique d'une source réelle de tension.
- ☐ Définir la capacité électrique d'une pile et la capacité électrique nominale d'une pile. Donner la conversion entre les milliampères-heure $\mathrm{mA \cdot h}$ et les coulombs C.
- ☐ Donner la relation entre la variation de capacité électrique ΔQ, l'intensité du courant électrique I et la durée d'utilisation Δt. Donner par ailleurs la relation entre l'énergie $\mathcal{E}_{\text{pile}}$ stockée par une pile, sa capacité électrique Q et la tension à ses bornes U.
- ☐ Déterminer, graphiquement et par le calcul, le point de fonctionnement d'un circuit contenant un résistor de résistance $R = 30\,\Omega$ et une source idéale de tension $(E = 10\,\mathrm{V}, r = 5\,\Omega)$.

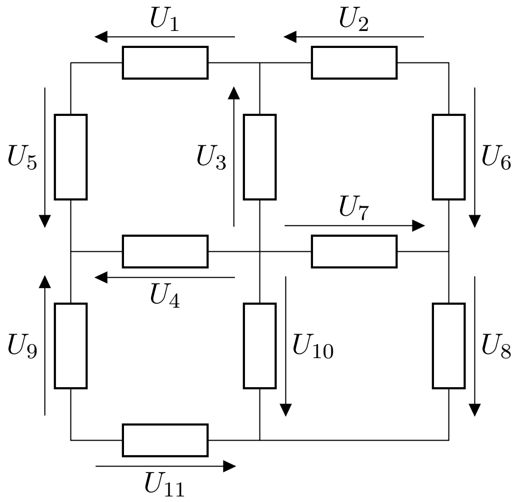
Exercices

1.1 Loi des mailles (1)



1. Dans la maille $(ABCDA)$:
   (a) Déterminer U_{AD} en fonction des autres tensions de la maille.
   (b) Calculer U_{AD} avec $U_{AB} = 5\,\mathrm{V}$, $U_{BC} = 3\,\mathrm{V}$ et $U_{CD} = 4\,\mathrm{V}$.
2. Dans la maille $(ADEA)$:
   (a) Déterminer U_{ED} en fonction des autres tensions de la maille.
   (b) Calculer U_{ED} avec $U_{ED} = 3\,\mathrm{V}$.

1.2 Loi des mailles (2)



On donne les tensions suivantes : $U_1 = 1\,\mathrm{V}$; $U_2 = 2\,\mathrm{V}$; $U_3 = 3\,\mathrm{V}$; $U_5 = 5\,\mathrm{V}$; $U_6 = 6\,\mathrm{V}$; $U_8 = 8\,\mathrm{V}$; $U_9 = 20\,\mathrm{V}$.

Déterminer les tensions U_4, U_7, U_{10} et U_{11}.

1.3 Étude d'une pile bouton

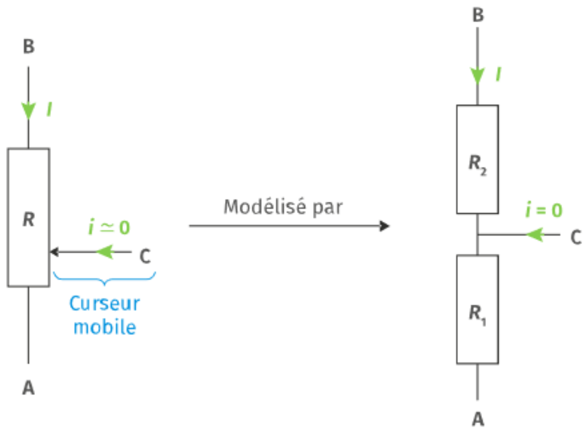
On dispose d'une pile bouton, dont la force électromotrice est de $1{,}35\,\mathrm{V}$. Elle peut débiter un courant de $100\,\mu\mathrm{A}$ pendant $1000\,\mathrm{h}$.

Déterminer la capacité et l'énergie totale de la pile.

1.4 Fonctionnement d'un potentiomètre

Un potentiomètre est un composant électronique se comportant comme une résistance variable à trois bornes. La borne C est reliée à un curseur qui est mobile sur une plaque de résistance totale R et les deux autres bornes A et C sont reliées aux extrémités de cette plaque. Entre A et C, la résistance varie donc selon la position x du curseur ($0 \leq x \leq L$). Un schéma équivalent permet de modéliser la situation (voir ci-dessous).

On supposera que le courant passant par C est nul.

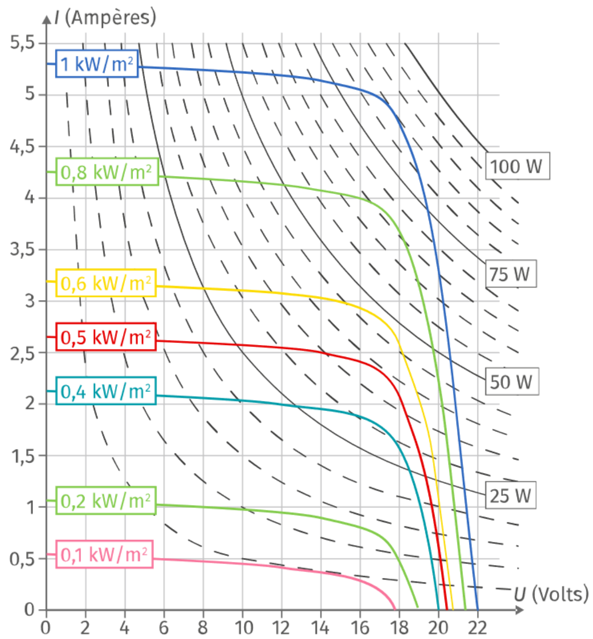


1. Par la loi d'additivité des tensions et la loi d'Ohm, exprimer U_{BA} en fonction de R_1, R_2 et I.
2. Montrer alors que $U_{CA} = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} \times U_{BA}$.
3. On admet que la résistance R_1 est proportionnelle à la longueur x. Exprimer R_1 en fonction de x, R et L.
4. En déduire la tension U_{CA} en fonction de U_{BA}, x et L.
5. Quelles sont les utilisations possibles d'un potentiomètre ?

1.5 Exploitation d'une caractéristique réelle

Un panneau solaire n'impose ni tension, ni courant : seule est fixée sa caractéristique qui dépend directement de l'éclairement reçu en watt par mètre carré $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$.

Les courbes noires en traitillés représentent des courbes d'isopuissance (courbes de puissances égales).



1. Quelle est la tension aux bornes du panneau pour un éclairement de $600\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$ et une intensité débitée égale à $3\,\mathrm{A}$?
2. Pour quel(s) éclairement(s) le panneau a-t-il une puissance de $85\,\mathrm{W}$? Combien de points de fonctionnement permettent d'obtenir cette puissance ?
3. On veut relier le panneau solaire à une pompe de cale de puissance $50\,\mathrm{W}$, nécessitant une tension de $12\,\mathrm{V}$. La pompe peut-elle fonctionner dans ces conditions ?

1.6 Diode Zener

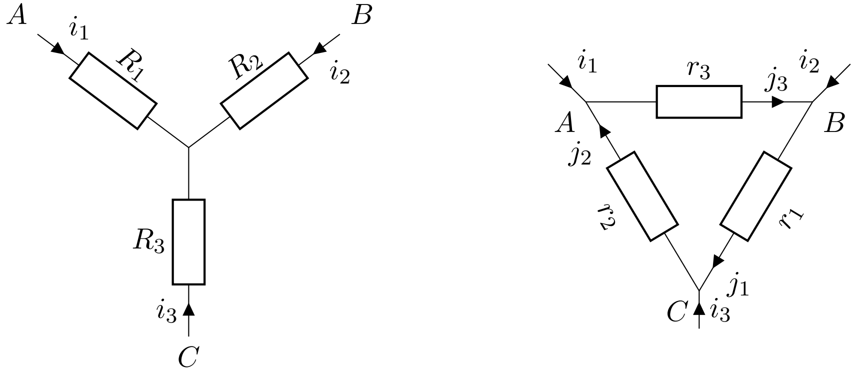
On a relevé la caractéristique statique d'une diode Zener.

U (V)	0	2,0	4,0	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,2
I (mA)	0	0	0	0	50	100	150	200	250	300

1. Tracer la caractéristique de la diode Zener.
2. Comment se comporte ce dipôle pour U compris entre $0\,\mathrm{V}$ et $6{,}0\,\mathrm{V}$?
3. Pour U compris entre $6{,}0\,\mathrm{V}$ et $7{,}2\,\mathrm{V}$, déterminer l'équation de la courbe $I = f(U)$ du dipôle, puis en déduire $U = g(I)$. Montrer que cette diode est alors équivalente à une source **réelle** de tension dont on donnera les caractéristiques E (tension à vide pour $i = 0$) et r (résistance interne).
4. On associe à cette diode une pile de f.é.m. $E = 12\,\mathrm{V}$ et de résistance interne $r = 40\,\Omega$. Déterminer le point de fonctionnement (valeurs de U et I pour la diode lorsqu'elle est connectée à la pile), graphiquement et analytiquement.

1.7 Équivalence étoile-triangle

On considère une portion de circuit constituée par trois résistances r_1, r_2 et r_3 montées en "triangle" et qui comporte trois pôles A, B et C. On veut déterminer les expressions de R_1, R_2 et R_3 (en fonction de r_1, r_2 et r_3) qu'il faut placer en "étoile" pour que les deux circuits sont équivalents d'un point de vue électrique.



1. Exprimer la différence de potentiel U_{AB} pour les deux montages en fonction des courants i_1 et i_2 pour l'un et de j_3 pour l'autre.
2. Exprimer j_3 en fonction des courants i_1 et i_2. Remplacer dans l'expression de la question précédente et en déduire les valeurs de R_1 et R_2. Donner aussi R_3 de façon analogue.

Chapitre 2 : Circuits en régime variable

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
En régime dépendant du temps, énoncer la relation entre l'intensité du courant et la tension pour une résistance, un condensateur ou une bobine.	2.1, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7
Remplacer une association en série ou en parallèle de deux dipôles de même nature ou par un dipôle équivalent.	2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7

Questions de cours

- ☐ En quoi consiste l'approximation des régimes quasi-stationnaires ? Est-elle valable à l'échelle d'une paillasse de TP/d'une ville/de la France pour la fréquence industrielle ($f = 50\,\mathrm{Hz}$) ? pour une fréquence de $f = 10\,\mathrm{MHz}$? On admettra que la vitesse de propagation des ondes électriques est $c \approx 2{,}00 \times 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.
- ☐ Expliquer en quoi consistent la convention récepteur et la convention générateur pour un dipôle.
- ☐ Définir la puissance électrique et l'énergie électrique reçue par un dipôle. Quelles sont leurs unités ? Comment interpréter leurs signes ?
- ☐ Donner les expressions de la puissance reçue par un résistor. En quoi l'énergie emmagasinée se convertit-elle ?
- ☐ Donner le symbole d'un condensateur, ainsi que la relation intensité-tension correspondante. Rappeler l'unité SI de la capacité du condensateur.
- ☐ Donner l'expression de l'énergie stockée dans un condensateur. Quelle grandeur est continue du temps dans ce dipôle ?
- ☐ Donner le symbole d'une bobine, ainsi que la relation intensité-tension correspondante. Rappeler l'unité SI de l'inductance d'une bobine.
- ☐ Donner l'expression de l'énergie stockée dans une bobine. Quelle grandeur est continue du temps dans ce dipôle ?
- ☐ Rappeler les règles pour les associations de résistors en série et en dérivation.
- ☐ Rappeler les règles pour les associations de condensateurs en série et en dérivation.
- ☐ Rappeler les règles pour les associations de bobines en série et en dérivation.

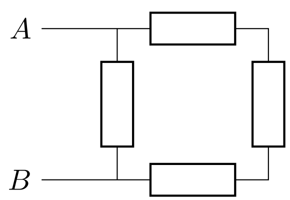
Exercices

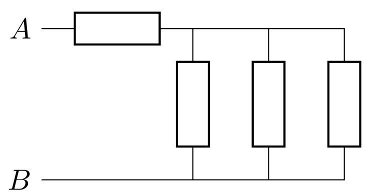
2.1 Calculs de tensions et d'intensités

1. Un condensateur de capacité C possède une tension $u_C(t) = U_0 \cos(\omega t)$ à ses bornes. Quelle est l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant le traversant ?
2. Une bobine d'inductance L est parcourue par un courant d'intensité $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$. Quelle est l'expression de la tension $u_L(t)$ à ses bornes ?

2.2 Résistances équivalentes (1)

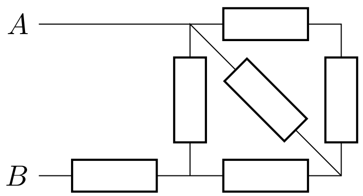
Toutes les résistances sont identiques et de valeur R. Déterminer la résistance équivalente entre les bornes A et B pour les circuits ci-dessous.

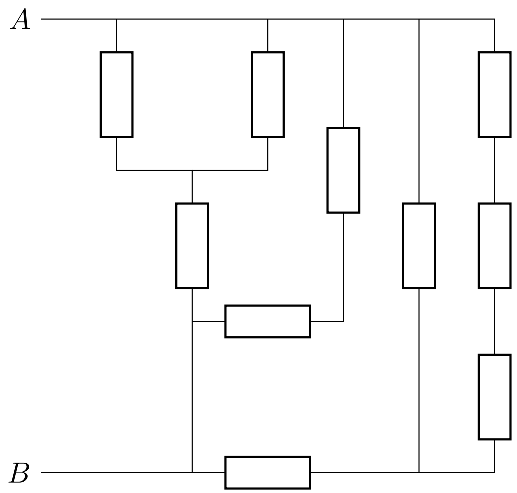




2.3 Résistances équivalentes (2)

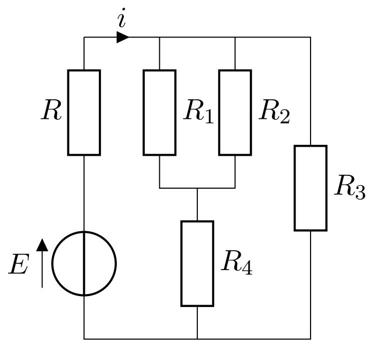
Toutes les résistances sont identiques et de valeur R. Déterminer la résistance équivalente entre les bornes A et B pour les circuits ci-dessous.





2.4 Calcul de courant dans une branche

On a, pour le circuit représenté ci-dessous, $E = 10\,\mathrm{V}$, $R = 5\,\Omega$, $R_1 = 15\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$, $R_3 = 15\,\Omega$, $R_4 = 9\,\Omega$.



1. Calculer la résistance équivalente $R_{\text{éq}}$ qui est équivalente à l'association de $(R_1,\ R_2,\ R_3,\ R_4)$ et est alimentée par la source de tension (E, R).
2. En déduire la valeur numérique de l'intensité i débitée par la source de tension.

2.5 Inductances équivalentes

1. On considère deux bobines d'inductances L_1 et L_2 en série, parcourues par un même courant $i(t)$.

   (a) Faire un schéma. Donner, en convention récepteur, les expressions des tensions u_1 et u_2 respectivement aux bornes de L_1 et L_2.

   (b) En déduire l'expression de la tension u aux bornes de l'ensemble série des deux bobines en fonction de L_1, L_2 et i.

   (c) Montrer que l'on peut écrire $u = L_{\text{éq}} \dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$; donner l'expression de $L_{\text{éq}}$.

2. Les deux bobines sont maintenant en parallèle. On note i_1 et i_2 les intensités parcourant respectivement L_1 et L_2, et i l'intensité totale parcourant l'ensemble parallèle des deux bobines.

   (a) Faire un schéma. Donner, en convention récepteur, deux expressions de u (tension aux bornes de l'ensemble parallèle des deux bobines en fonction de L_1, L_2, i_1 et i_2.

   (b) Exprimer $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ en fonction de $\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$ et $\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$, puis en fonction de L_1, L_2 et u.

   (c) Montrer que l'on peut écrire $u = L_{\text{éq}} \dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$; donner l'expression de $L_{\text{éq}}$.

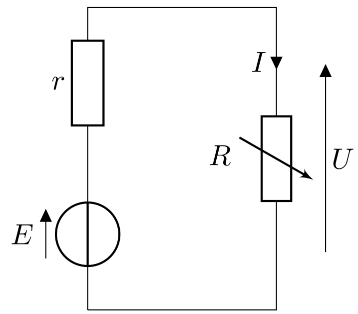
2.6 Capacités équivalentes

1. On considère deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 en parallèle. Montrer à l'aide de la loi intensité-tension d'un condensateur que l'association correspond à un condensateur équivalent de capacité $C_{\text{éq}} = C_1 + C_2$.

2. Les deux condensateurs sont maintenant en série. Que vaut la capacité équivalente ?

2.7 Adaptation de puissance

On considère une résistance variable R alimentée par un générateur de tension, caractérisé par sa représentation de Thévenin de force électromotrice E et de résistance interne r. On cherche à rendre maximale la puissance P dissipée par effet Joule dans ce conducteur (il s'agit par exemple d'un radiateur électrique).



1. Déterminer l'expression de la puissance P reçue par le conducteur ohmique en fonction de E, R et r.

2. Montrer que P (fonction dépendant de la variable R) est maximale pour une valeur particulière de R. On dit alors que le montage est adapté.

3. On définit le rendement du transfert par $\eta = \dfrac{P}{P_{\text{géné}}}$ où $P_{\text{géné}}$ représente la puissance fournie par la force électromotrice seule. Représenter graphiquement $\eta(R)$. Que vaut le rendement quand le montage est adapté ?

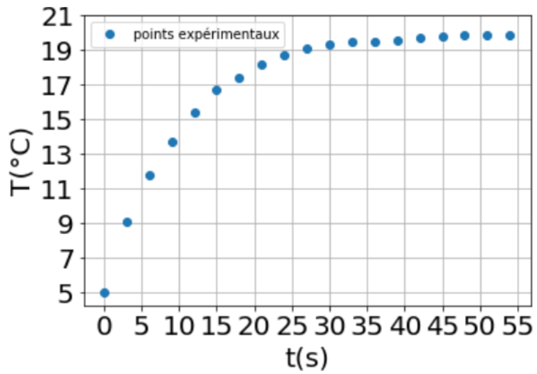
Chapitre 3 : Circuits en régime variable

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par un circuit linéaire du premier ordre.	2.1, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7
Déterminer l'ordre de grandeur de la durée du régime transitoire dans un circuit linéaire du premier ordre.	2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7

Questions de cours

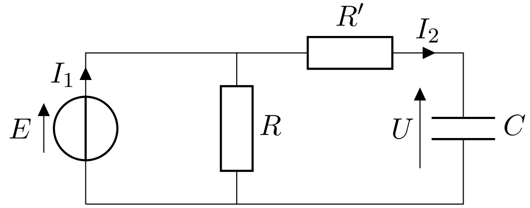
- ☐ Soit l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau}F(t) = \dfrac{1}{\tau}F_\infty$. Que représentent physiquement F_∞ et τ ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $T \times \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + 2\theta(t) = 3\theta_0$. La résoudre, sachant que $\theta(t=0) = 5\theta_0$. Tracer l'allure de la solution.
- ☐ Proposer, à l'aide de vos propres mots, des définitions pour « régime permanent » et « régime transitoire ».
- ☐ En régime permanent, à quoi est équivalent un condensateur ? une bobine ?
- ☐ Soit un circuit RC série, depuis longtemps éteint puis alimenté instantanément à $t = 0$ par une source idéale de tension E. Déterminer totalement l'expression de $u_C(t)$, tension aux bornes du condensateur.
- ☐ Soit un circuit RL série, depuis longtemps éteint puis alimenté instantanément à $t = 0$ par une source idéale de tension E. Déterminer totalement l'expression de $i(t)$, intensité du courant parcourant le circuit.
- ☐ Soit la fonction $T(t) = T_f + (T_0 - T_f) \times e^{-t/\tau}$ tracée ci-dessous. Déterminer graphiquement T_0 et T_f. Mesurer également de deux manières différentes la valeur de τ.

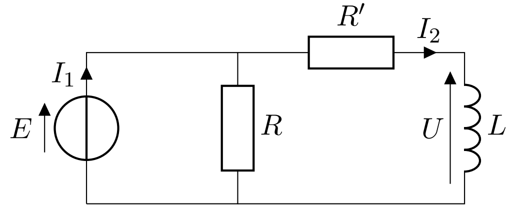


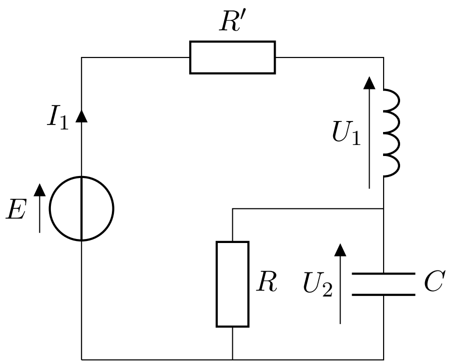
Exercices

3.1 Détermination de grandeurs électriques en régime permanent

Pour chacun des circuits ci-dessous, tracer le circuit équivalent en régime permanent, puis déterminer les expressions des différentes intensités et tensions en régime permanent.

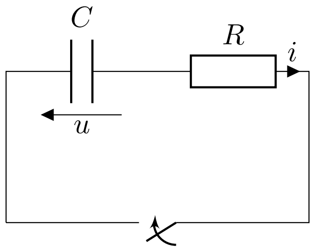






3.2 Décharge libre d'un circuit RC

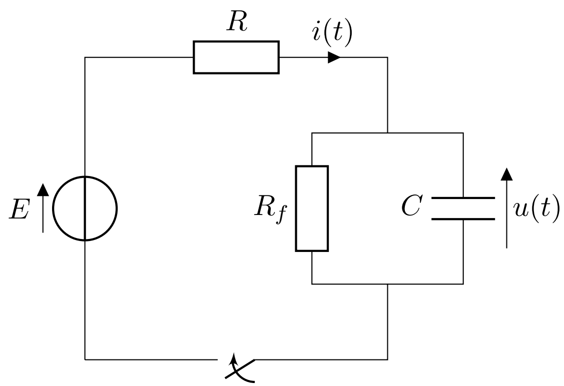
On considère un condensateur de capacité $C = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$ dont une des armatures porte la charge $Q_0 = 10\,\mu\mathrm{C}$. Ce condensateur est placé dans le circuit ci-dessous. Le résistor a une résistance $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$.



1. Pour $t < 0$, l'interrupteur reste ouvert.
   (a) Indiquer la charge portée par la seconde armature du condensateur.
   (b) Déterminer la tension U_0 aux bornes du condensateur.
   (c) Déterminer l'énergie $\mathcal{E}_C$ stockée par le condensateur.
2. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.
   (a) Déterminer les valeurs de la tension $u(t = 0^+)$ aux bornes du condensateur puis de l'intensité $i(t = 0^+)$ dans le circuit.
   (b) Déterminer, en régime permanent, les valeurs de la tension U_p aux bornes du condensateur et de l'intensité I_p dans le circuit.
   (c) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur.
   (d) Calculer la constante de temps τ du circuit.
   (e) Résoudre l'équation différentielle pour obtenir l'expression de $u(t)$. En déduire l'expression de $i(t)$.

3.3 Charge d'un condensateur réel

On étudie la charge d'un condensateur réel, de capacité C et de résistance de fuite R_f. Ce condensateur est branché en série avec une résistance R, et chargé par une source idéale de tension E. À la date $t = 0$, le condensateur est déchargé, et on ferme l'interrupteur.



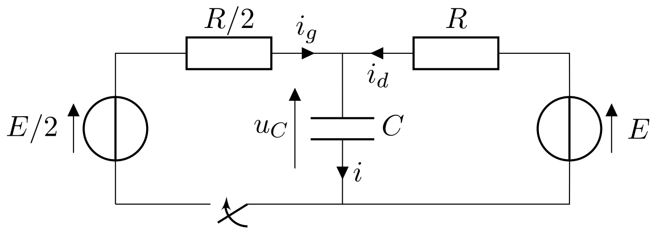
1. Déterminer les expressions, en régime permanent, de la tension u_∞ aux bornes du condensateur et de l'intensité i_∞.
2. Déterminer les expressions, juste après la fermeture de l'interrupteur, de la tension $u(t = 0^+)$ aux bornes du condensateur et de l'intensité $i(t = 0^+)$.

On pose, pour la suite, $R' = \dfrac{R_f R}{R_f + R}$.

3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \geq 0$.
4. Résoudre l'équation différentielle précédente.

3.4 Condensateur alimenté par deux générateurs

On considère le circuit ci-contre dans lequel l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$.

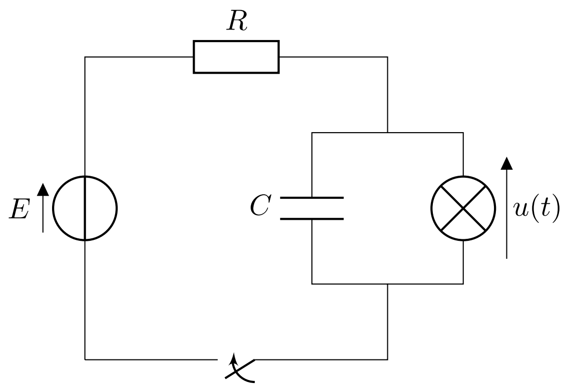


1. Déterminer une expression de i_g en fonction de R, E et u_C à l'aide de la loi des mailles dans la maille de gauche. Faire de même pour i_d dans la maille de droite.
2. À l'aide de la loi des nœuds, établir l'équation différentielle vérifiée par u_C.
3. Résoudre cette équation.
4. Déterminer la durée Δt nécessaire pour atteindre le régime permanent.

3.5 Lampe au néon

Une lampe au néon ne s'allume que si la tension u à ses bornes atteint la valeur V_a, appelée potentiel d'allumage ; elle reste allumée sans que u reste supérieure à la valeur V_e, appelée potentiel d'extinction. Lorsque la lampe est éteinte, elle a une résistance infinie. Lorsqu'elle est allumée, sa résistance est r.

À $t = 0$, $u = 0$, et on a $E > V_a > V_e$. Étudier la tension $u(t)$, et en déduire le comportement de la lampe.



Chapitre 4 : Circuits linéaires du deuxième ordre

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Établir et exploiter l'équation d'évolution d'un oscillateur harmonique non amorti. Résoudre cette équation connaissant les conditions initiales.	4.1
Établir et résoudre l'équation d'évolution d'un circuit linéaire du second ordre.	4.1, 4.2, ??, 4.4
Dans le cas d'un régime pseudo-périodique, identifier un temps caractéristique d'amortissement et un temps caractéristique d'oscillation. Relier qualitativement le facteur de qualité au nombre d'oscillations visibles.	??

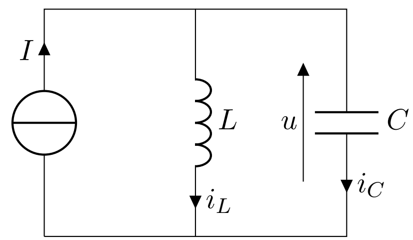
Questions de cours

- ☐ Soit l'équation différentielle $\frac{\mathrm{d}^2 F}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 F(t) = \omega_0^2 F_\infty$. Que représentent physiquement F_∞ et ω_0 ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $\tau \times \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + \frac{4}{\tau} y(t) = \frac{1}{\tau} y_0$. La résoudre, sachant que $y(t=0) = 5y_0$ et $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t=0) = \frac{6y_0}{\tau}$. Tracer l'allure de la solution.
- ☐ Soit un circuit LC série, éteint depuis longtemps puis alimenté à partir de $t = 0$ par une source idéale de tension E constante. Déterminer l'expression de $u_C(t)$ en fonction de E, L, C et t.
- ☐ Soit l'équation différentielle $\frac{\mathrm{d}^2 F}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 F(t) = \omega_0^2 F_\infty$. Que représentent physiquement $y_{\text{éq}}$, ω_0 et Q ? Quel lien peut-on qualitativement faire entre Q et le nombre d'oscillations visibles ?
- ☐ À quel régime correspond le cas $Q < 1/2$? le cas $Q > 1/2$? Donner la forme mathématique des solutions dans chacun des deux cas, puis tracer leurs allures.
- ☐ Montrer que, dans le cas d'un régime pseudo-périodique, le temps caractéristique d'amortissement s'écrit $\frac{2Q}{\omega_0}$ et le temps caractéristique d'oscillation s'écrit $\omega_0 \times \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$.
- ☐ Soit un circuit RLC série, éteint depuis longtemps puis alimenté à partir de $t = 0$ par une source idéale de tension E constante. Montrer que pour $R = 5\,\Omega$, $L = 1\,\mathrm{H}$ et $C = 4\,\mathrm{F}$, le régime est apériodique. Donner les expressions (en fonction de R, L et C) puis les valeurs des deux constantes de temps du système.
- ☐ Soit un circuit RLC série, éteint depuis longtemps puis alimenté à partir de $t = 0$ par une source idéale de tension E constante. Montrer que pour $R = 40\,\Omega$, $L = 16\,\mathrm{H}$ et $C = 169\,\mathrm{F}$, le régime est apériodique. Donner les expressions (en fonction de R, L et C) puis les valeurs du temps caractéristique d'amortissement et du temps caractéristique d'oscillation du système.

Exercices

4.1 Circuit LC parallèle

Le circuit ci-dessous est constitué d'un générateur de courant idéal I, alimentant une bobine L et un condensateur C placés en dérivation.

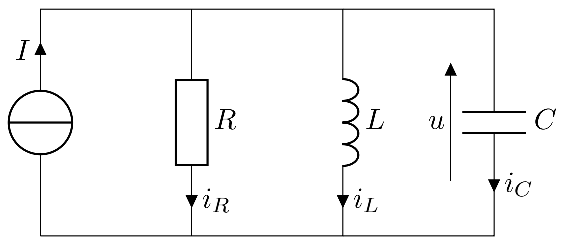


Pour $t < 0$, la source de courant est éteinte. À $t = 0$, on allume le générateur, qui débite alors un courant I constant.

1. Déterminer $u_(t = 0^+)$ et $i_L(t = 0^+)$. En déduire l'expression de $i_C(t = 0^+)$ en fonction de I.
2. En utilisant notamment la loi des nœuds et les lois intensité-tension du condensateur et de la bobine, montrer que l'on a $LC\dfrac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2} + i_L = I$. On expliquera chaque étape avec rigueur.
3. Mettre l'équation différentielle précédente sous forme canonique. La résoudre à l'aide des conditions initiales.
4. Tracer l'allure de $i_L(t)$ pour $t \geq 0$.

4.2 Circuit RLC parallèle

Le circuit ci-dessous est constitué d'un générateur de courant idéal I, alimentant une résistance R, une bobine L et un condensateur C placés en dérivation.



Pour $t < 0$, la source de courant est éteinte. À $t = 0$, on allume le générateur, qui débite alors un courant I constant.

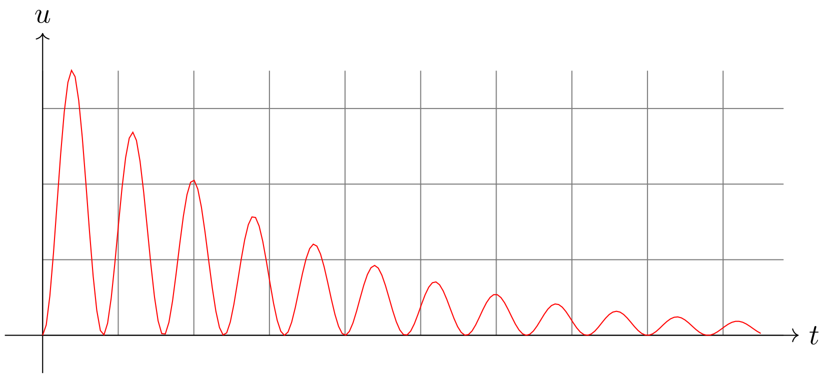
1. Établir une relation entre I_0, i_R, i_L et i_C.
2. À l'aide des relations intensité-tension pour la résistance, la bobine et le condensateur, montrer que l'on a $I_0 = i_L + \dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + LC\dfrac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}$.
3. Mettre l'équation sous la forme $\dfrac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 i_L(t) = \omega_0^2 I_L$. Donner, dans l'ordre, les expressions de ω_0, Q et I_L.
4. On a $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$; $L = 20\,\mathrm{mH}$; $C = 100\,\mathrm{nF}$. Calculer Q. Dans quel régime se situe-t-on ? Donner alors la forme des solutions.
5. Pour quelle valeur de R atteint-on le régime apériodique critique ?

4.3 Lectures graphiques en régime pseudo-périodique

On trace ci-dessous l'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes d'un condensateur d'un circuit RLC série. L'équation différentielle est donc du type :

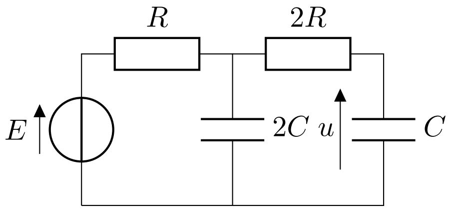
$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 E$$

avec $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$.



1. Rappeler la forme des solutions. Montrer que le produit la pseudo-pulsation Ω et du temps caractéristique d'amortissement τ vaut $\sqrt{4Q^2 - 1}$.
2. Relever graphiquement les valeurs Ω et τ.
3. En déduire la valeur de Q, puis celle de ω_0. Commentez.
4. On a $R = 10\,\Omega$. Déterminer les valeurs de L et C.

4.4 Obtention d'une équation différentielle



Montrer que la tension u vérifie l'équation différentielle :

$$4\tau^2\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2}+5\tau\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+u=E$$

en posant $\tau = RC$. Donner la valeur de Q : en quel régime se situe-t-on ?