

# 1 Introduction aux machines thermiques

■ À revoir

■ Maîtrisé

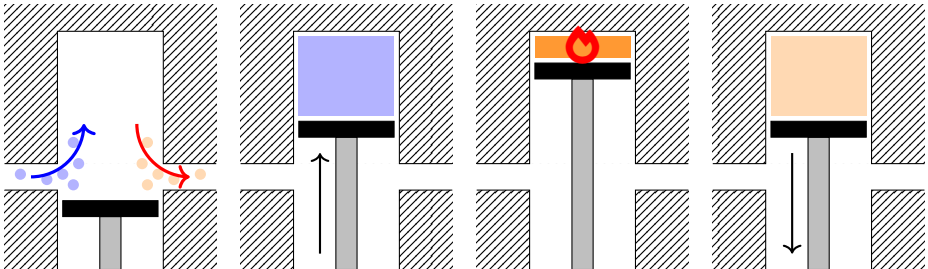
Une **machine thermique** est un dispositif permettant de convertir travaux et chaleurs. Elle est constituée de pièces mécaniques, mobiles ou non, et d'un fluide subissant des transformations thermodynamiques au contact desdites pièces ou de thermostats.

## 1 Les moteurs thermiques

### Moteurs à deux temps

Les moteurs à deux temps consistent donc en deux mouvements du piston : sa montée et sa redescente dans le cylindre, qui correspondent donc à un tour du vilebrequin à l'aide de la bielle.

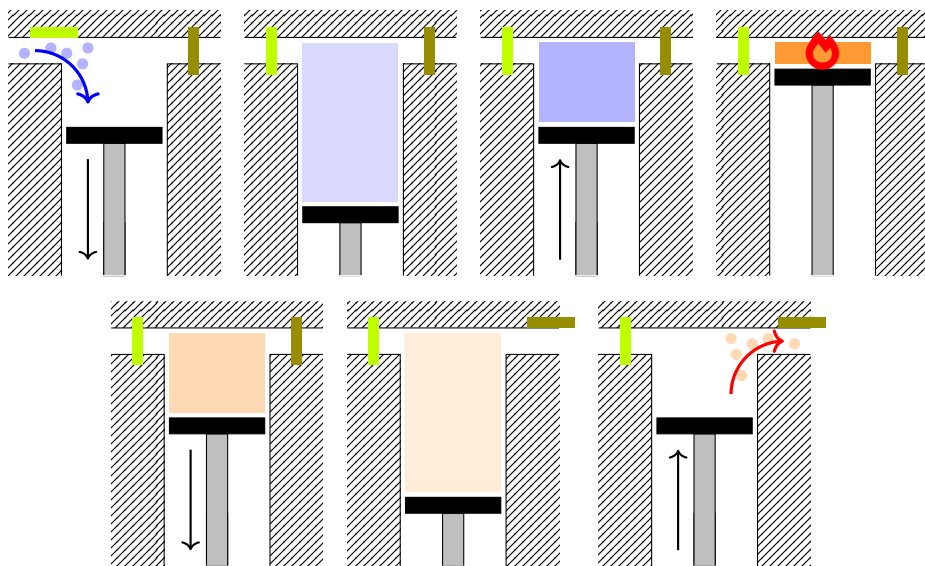
- Initialement, le piston est au point mort bas : c'est la phase d'**admission** du gaz dans le cylindre (et les anciens gaz brûlés sont refoulés en même temps en sortie). Lors de la remontée du piston, il y a **compression** du nouveau gaz puis, lorsque le piston est au point mort haut, **explosion** de celui-ci à l'aide d'un injecteur de carburant ;
- Le piston redescend alors dans le cylindre, ce qui permet une **détente** du gaz puis son **échappement** vers l'extérieur (et on fait entrer un gaz imbrûlé en même temps).



### Moteurs à quatre temps

Les moteurs à quatre temps font, dans l'idée, la même chose que les moteurs à deux temps, mais en deux descentes et deux montées du piston.

- Initialement, le piston est au point mort haut. Lors de sa descente, le gaz rentre par la soupape d'**admission**. Comme nous le verrons plus tard, aucun gaz brûlé n'est présent dans le cylindre à ce moment ;
- Arrivé à son premier point mort bas, le piston remonte : c'est la **compression** du gaz. Les soupapes d'admission et d'échappement sont fermées : le gaz est piégé dans le cylindre ;
- Lorsque le piston est au second point mort haut, l'injecteur enclenche l'**explosion** du gaz. Le piston redescend alors pour permettre la **détente** du gaz ;
- Arrivé à son second point mort bas, le piston remonte à nouveau. La soupape d'**échappement** étant ouverte, le gaz peut être refoulé vers l'extérieur.



## Comparaison des deux moteurs

La puissance  $\mathcal{P}_{2T} \triangleq - \frac{W_{1 \text{ cycle}}}{\Delta t_{1 \text{ cycle}}}$  fournie par un moteur deux temps est proportionnelle au nombre de tours par minute  $N$  du vilebrequin :  $\mathcal{P}_{2T} = k \times N$ .

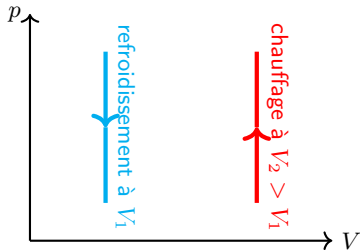
Le travail cédé lors d'un cycle quatre temps étant le même, mais avec une durée deux fois plus longue, la puissance de ce cycle  $\mathcal{P}_{4T}$  est divisée par deux par rapport au cycle deux temps :  $\mathcal{P}_{4T} = \frac{k}{2} N = \frac{1}{2} \mathcal{P}_{2T}$ .

En réalité, même si le moteur à deux temps possède une meilleure puissance théorique, celui à quatre temps possède de nombreux avantages : davantage de couple, une consommation réduite en carburant, une pollution moindre en sortie et une usure moins importante des pièces en mouvement. On a donc tendance à préférer ce dernier dans les motorisations des véhicules automobiles.

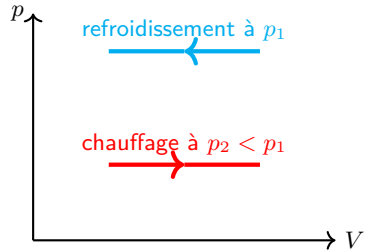
## 2 Diagramme de Clapeyron

On appelle **diagramme de Clapeyron** un diagramme traçant l'évolution d'un système thermodynamique avec son volume  $V$  en abscisse et sa pression  $p$  en ordonnée. Les transformations « simples » se représentent ainsi sur un diagramme de Clapeyron :

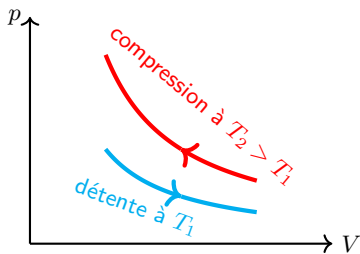
Transformations isochores :



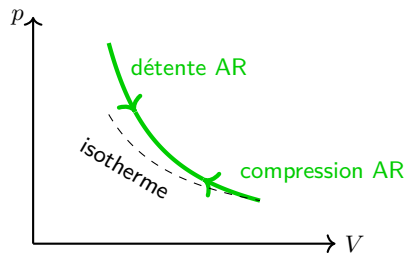
Transformations isobares :



Transformations isothermes :



Transformations adiabatiques et réversibles<sup>1</sup> :



Très souvent, le fluide circulant dans la machine thermique parcourt un **cycle** : l'état initial est alors toujours égal à l'état final. Pour un cycle thermodynamique, on a forcément  $p_i = p_f$  et  $V_i = V_f$ , ce qui induit la formation d'une **courbe fermée** sur le diagramme de Clapeyron.

Le sens parcouru par le cycle précise si le système étudié fournit ou reçoit du travail mécanique :

- Si la courbe est parcourue dans le sens horaire, le cycle est **moteur** : le système fournit globalement du travail à l'extérieur ;
- Si la courbe est parcourue dans le sens trigonométrique, le cycle est **récepteur** : le système reçoit globalement du travail de l'extérieur.

1. Donc isentropiques.

## 2 Performance d'une machine thermique

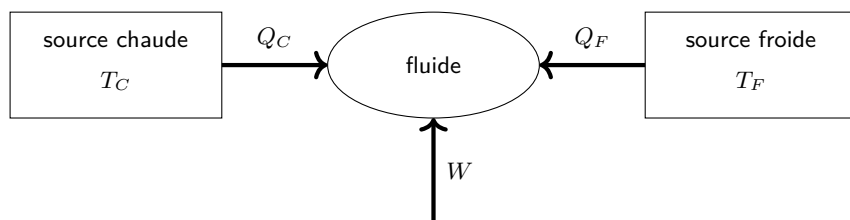
■ À revoir

■ Maîtrisé

### 1 Propriétés générales d'une machine ditherme

Une **machine ditherme** est constituée d'un fluide en contact avec deux thermostats. On appelle **source chaude** le thermostat de plus grande température  $T_C$ , et **source froide** le thermostat de plus faible température  $T_F$ .

On note  $W$  le travail reçu par le fluide de l'extérieur au cours d'un cycle,  $Q_C$  la chaleur fournie par la source chaude au cours d'un cycle et  $Q_F$  la chaleur fournie par la source froide au cours d'un cycle.



$U$  et  $S$  étant des fonctions d'état, leurs valeurs doivent être égales au début d'un cycle : on a donc  $\Delta_{\text{cycle}}U = 0$  et  $\Delta_{\text{cycle}}S = 0$ .

Le premier principe de la thermodynamique donne donc que :

$$W + Q_F + Q_C = 0$$

Et le second principe de la thermodynamique fournit l'**inégalité de Clausius** :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$$

### 2 Performance d'une machine thermique

On mesure la **performance** d'une machine thermique à l'aide du rapport :

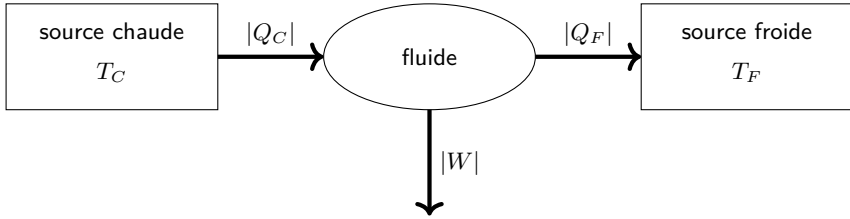
$$\text{performance} = \frac{|\text{transfert énergétique désiré}|}{|\text{transferts énergétiques dépensés}|}$$

Pour un moteur, la performance est souvent notée  $\eta$ , et appelée **rendement**.

Pour une machine frigorifique ou une pompe à chaleur, la performance est souvent notée CoP (**coefficient de performance**) ou  $e$  (**efficacité**).

### 3 Le moteur ditherme

Un **moteur ditherme** est une machine thermique qui convertit la chaleur reçue  $Q_C$  en travail  $W$ . On a donc  $Q_C > 0$ ,  $Q_F < 0$  et  $W < 0$ .



Le rendement  $\eta$  d'un moteur ditherme est défini par :

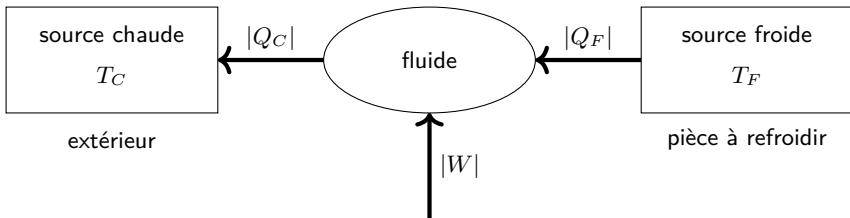
$$\eta = \frac{|W|}{|Q_C|} = -\frac{W}{Q_C}$$

♥ Le rendement  $\eta$  est toujours compris entre 0 et 1.

♥ Le rendement d'un moteur ditherme est toujours inférieur à  $\eta_{\text{Carnot}} \triangleq 1 - \frac{T_F}{T_C}$  : c'est le rendement de Carnot. Ce résultat n'est pas à apprendre mais à savoir démontrer !

### 4 La machine frigorifique ditherme

Une **machine frigorifique ditherme** est une machine thermique qui reçoit du travail  $W$  pour extraire de la chaleur  $Q_F$  de la source froide. On a donc  $Q_C < 0$ ,  $Q_F > 0$  et  $W > 0$ .



Le CoP d'une machine frigorifique est défini par :

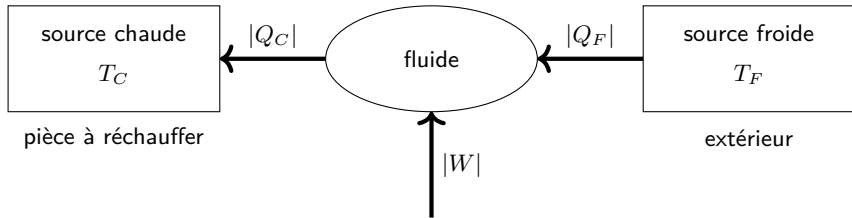
$$\text{CoP}^{\text{MF}} = \frac{|Q_F|}{|W|} = \frac{Q_F}{W}$$

♥ Le CoP d'une machine frigorifique peut être supérieur à 1.

♥ Le CoP d'une machine frigorifique est toujours inférieur à  $\text{CoP}_{\text{Carnot}}^{\text{MF}} \triangleq \frac{T_F}{T_C - T_F}$ . Ce résultat n'est pas à apprendre mais à savoir démontrer !

## 5 La pompe à chaleur ditherme

Une **pompe à chaleur ditherme** est une machine thermique qui reçoit du travail  $W$  pour injecter de la chaleur  $Q_C$  vers la source chaude. On a donc  $Q_C < 0$ ,  $Q_F > 0$  et  $W > 0$ .



Le CoP d'une pompe à chaleur est défini par :

$$\text{CoP}^{\text{PAC}} = \frac{|Q_C|}{|W|} = -\frac{Q_C}{W}$$

♥ Le CoP d'une pompe à chaleur peut être supérieur à 1.

♥ Le CoP d'une pompe à chaleur est toujours inférieur à  $\text{CoP}_{\text{Carnot}}^{\text{PAC}} \triangleq \frac{T_C}{T_C - T_F}$ . Ce résultat n'est pas à apprendre mais à savoir démontrer !



## Exercice résolu

■ À revoir

■ Maîtrisé

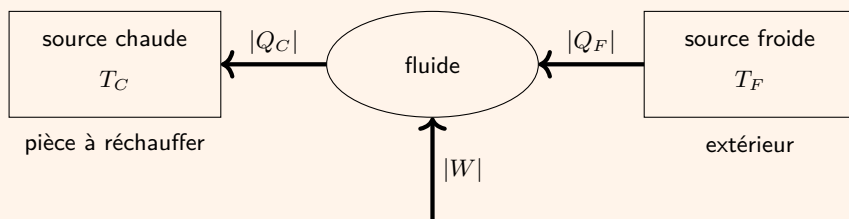
## CoP de Carnot d'une pompe à chaleur

## Énoncé

Démontrer que le CoP d'une pompe à chaleur au contact d'une source froide (température  $T_F$ ) et d'une source chaude (température  $T_C$ ) est toujours inférieur ou égal à  $\frac{T_C}{T_C - T_F}$ . Quand arrive le cas d'égalité ?

## Résolution

On a donc  $Q_C < 0$ ,  $Q_F > 0$  et  $W > 0$ .



$$\text{On a } \text{CoP}^{\text{PAC}} = \frac{|Q_C|}{|W|} = -\frac{Q_C}{W}. \text{ Or, on sait que } W = -Q_C - Q_F, \text{ et donc } \text{CoP}^{\text{PAC}} = -\frac{Q_C}{-Q_C - Q_F} = \frac{Q_C}{Q_C + Q_F} = \frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}}.$$

Cherchons à réexprimer  $\frac{Q_F}{Q_C}$ . L'inégalité de Clausius donne que  $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0$ , donc  $\frac{Q_F}{T_F} \leq -\frac{Q_C}{T_C}$ .

On peut multiplier par  $T_F > 0$ , ce qui ne change pas le sens de l'inégalité :  $Q_F \leq -\frac{T_F}{T_C} Q_C$ .

On divise ensuite par  $Q_C < 0$ , ce qui change le sens de l'inégalité :  $\frac{Q_F}{Q_C} \geq -\frac{T_F}{T_C}$ .

Il vient alors que  $1 + \frac{Q_F}{Q_C} \geq 1 - \frac{T_F}{T_C}$ , et donc que  $\frac{1}{1 + \frac{Q_F}{Q_C}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}}$  car la fonction

$x \mapsto \frac{1}{x}$  est décroissante.

On en déduit donc que  $\text{CoP}^{\text{PAC}} \leq \frac{1}{1 - \frac{T_F}{T_C}} = \frac{T_C}{T_C - T_F}$ .



## Exercice résolu

■ À revoir

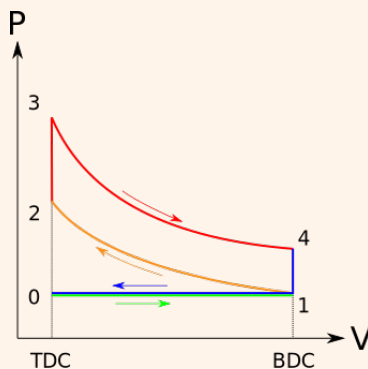
■ Maîtrisé

## Rendement du cycle de Beau de Rochas

## Énoncé

Soit le cycle de Beau de Rochas, représenté ci-dessous.

- 0  $\rightarrow$  1 Ouverture isobare de la soupape d'admission pour faire entrer le gaz ;
- 1  $\rightarrow$  2 Compression adiabatique et réversible du gaz ;
- 2  $\rightarrow$  3 Combustion isochore du gaz ;
- 3  $\rightarrow$  4 Détente adiabatique et réversible du gaz ;
- 4  $\rightarrow$  1 Ouverture isochore de la soupape d'échappement ;
- 1  $\rightarrow$  0 Relâchement isobare du gaz dans l'atmosphère.



On suppose que le fluide du moteur à essence est constitué de  $n$  moles de gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma = 1,4$ . On note  $\alpha = \frac{V_{41}}{V_{23}} = 9$  le rapport volumétrique entre les isochores 2  $\rightarrow$  3 et 4  $\rightarrow$  1. Les températures du mélange en 1 et en 3 sont  $T_1 = 293$  K et  $T_3 = 1220$  K.

- Déterminer les expressions et valeurs numériques des températures  $T_2$  et  $T_4$ .
- À quelles étapes du cycle 12341 le fluide reçoit-il/cède-t-il de la chaleur ? Exprimer l'échange thermique  $Q_C$  provenant de la source chaude en fonction des différentes températures.
- Exprimer le travail  $W_{12}$  reçu à l'étape 1  $\rightarrow$  2 et le travail  $W_{34}$  cédé à l'étape 3  $\rightarrow$  4. En déduire le travail fourni  $W$  total.
- Calculer le rendement  $\eta$  de ce moteur. Le comparer à  $\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3}$ , rendement de Carnot pour les sources thermiques associées. Commenter.





## Exercice résolu

■ À revoir

■ Maîtrisé

## Résolution

1. La transformation  $1 \rightarrow 2$  est adiabatique et réversible pour un gaz parfait : on peut donc utiliser la loi de Laplace  $TV^{\gamma-1} = \text{cste}$ . On en déduit que  $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ , c'est-à-dire que  $T_2 = T_1 \times \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1 \times \alpha^{\gamma-1} = 706 \text{ K}$ .

De même, on montre que  $T_4 = \frac{T_3}{\alpha^{\gamma-1}} = 507 \text{ K}$ .

2. Le gaz reçoit de la chaleur à l'étape  $2 \rightarrow 3$ , qui est celle de la combustion.

On a alors  $Q_C = Q_{23} \stackrel{\text{isochore}}{=} \Delta U_{23} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_2)$

3.  $W_{12} \stackrel{\text{adiabatique}}{=} \Delta U_{12} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1)$  et  $W_{34} \stackrel{\text{adiabatique}}{=} \Delta U_{34} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_4 - T_3)$ . Puisque  $W_{23} = W_{41} = 0$  (transformations isochores), on en déduit que  $W = W_{12} + W_{34} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 + T_4 - T_1 - T_3)$ .

4. Pour un moteur, on a  $\eta = \frac{|W|}{|Q_C|} = -\frac{W}{Q_C}$  donc :

$$\begin{aligned} \eta &= -\frac{\frac{nR}{\gamma-1} (T_2 + T_4 - T_1 - T_3)}{\frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_2)} \\ &= \frac{T_3 - T_2 + T_1 - T_4}{T_3 - T_2} \\ &= 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \\ &= 0,58 \end{aligned}$$

Le rendement de Carnot vaut quant à lui  $\eta_C = 0,76$  : il correspond au rendement maximal d'un moteur thermique. Puisque  $\frac{\eta}{\eta_C} = 0,76$ , on en déduit que le cycle de Beau de Rochas atteint les trois quarts du rendement idéal.

### 3 Puissance et structure d'une machine thermique

■ À revoir

■ Maîtrisé

#### 1 Grandeurs massiques

Soit une grandeur  $X$  extensive associée à une substance (enthalpie, énergie cinétique, volume...). On appelle grandeur massique  $x$  le rapport de cette grandeur par unité de masse de ladite substance :

$$x = \frac{X}{m}$$

Si la grandeur  $X$  n'est pas homogène, on définit au point  $M$  la grandeur massique  $x(M)$  par :

$$x(M) = \frac{\delta X_M}{\delta m_M}$$

où  $\delta X_M$  est la grandeur infinitésimale du volume mésoscopique associé au point  $M$ , et  $\delta m_M$  sa masse.

👉 L'enthalpie massique d'une phase condensée idéale est  $h = \frac{C_p T}{m} = c_p T$ .

👉 L'enthalpie massique d'un gaz parfait est  $h = \frac{nR\gamma T}{\gamma - 1} = \frac{MR\gamma T}{\gamma - 1}$  avec  $M$  la masse molaire du gaz.

👉 L'énergie cinétique massique d'un fluide est  $e_c = \frac{1}{2}v^2$ .

👉 L'énergie potentielle de pesanteur massique d'un fluide est  $e_{p,\text{pes}} = gz$  si l'axe vertical est orienté vers le haut.

👉 Le volume massique d'un fluide est  $v = \frac{\delta V}{\delta m} = \frac{1}{\delta m} = \frac{1}{\mu}$  avec  $\mu$  la masse volumique du fluide.

#### 2 Premier principe en système ouvert

Soit un fluide caractérisé en entrée et en sortie par son énergie cinétique massique  $e_c$ , son énergie potentielle massique  $e_p$  et son enthalpie massique  $h$ . On a alors, en régime permanent :

$$\Delta(e_c + e_p + h) = q + w_u$$

où  $q$  est la chaleur massique absorbée par le fluide et  $w_u$  le travail massique utile apporté au fluide (parfois noté  $w_i$  pour travail massique indiqué).

On appelle cette loi **premier principe en système ouvert** ou **premier principe industriel**.

On peut réécrire explicitement cette loi sous la forme :

$$(e_c(S) - e_c(E)) + (e_p(S) - e_p(E)) + (h(S) - h(E)) = w_u + q$$

où les indices  $E$  et  $S$  se réfèrent respectivement aux états du fluide en entrée et en sortie de la machine.

### 3 Premier principe en système ouvert en terme de puissances

Le débit massique  $\mathcal{D}_m$  d'un fluide en écoulement correspond à la masse traversant une section de l'écoulement par unité de temps :

$$\mathcal{D}_m = \frac{\delta m}{\delta t}$$

♥ Pour une installation en régime stationnaire, le débit massique ne dépend pas de l'endroit où on le mesure.

Soit un fluide caractérisé en entrée et en sortie par son énergie cinétique massique  $e_c$ , son énergie potentielle massique  $e_p$  et son enthalpie massique  $h$ . On a alors, en régime permanent :

$$\mathcal{D}_m \times \Delta(e_c + e_p + h) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_u$$

où  $\mathcal{P}_{th}$  est la **puissance thermique** absorbée par le fluide et  $\mathcal{P}_u$  la **puissance utile** apportée au fluide.

### 4 Organes d'une machine thermique

#### Détendeur et compresseur

Un **détendeur** est un dispositif permettant d'abaisser la pression d'un fluide entre son entrée et sa sortie. On en retrouve sur les bouteilles de gaz, de plongée...

Le mode de fonctionnement est généralement fondé sur le principe de ralentissement du fluide lors de la détente. Un frittage poreux permet de ne libérer le fluide sous haute pressions par petits volumes, ce qui diminue la pression en sortie.

Un détendeur ne comporte pas de pièces mobiles, donc  $w_u = 0$ , et la détente peut être considérée comme adiabatique ( $q = 0$ ) si elle est assez rapide.

Un **compresseur** a le rôle opposé d'un détendeur : c'est un dispositif actif qui augmente la pression d'un fluide. Une de ses utilités est de pouvoir stocker des gaz sous forme liquide mais à température ambiante. Il faut l'alimenter (en général électriquement), d'où  $w_u > 0$ .

#### Condenseur et évaporateur

Les **condenseurs** et **évaporateurs** sont souvent présents sous forme de canalisations en serpentin, au contact d'un thermostat, dans lesquels on cherche à provoquer la liquéfaction d'un gaz ou la vaporisation d'un liquide. Les changements d'état nécessitant des transferts de chaleur, on a nécessairement  $q \neq 0$  :

- Il faut apporter de la chaleur au fluide contenu dans un évaporateur, donc  $q > 0$  ;
- Le fluide contenu dans le condenseur va fournir de la chaleur à l'extérieur, donc  $q < 0$ .

Il n'y a généralement pas de travail utile fourni au ou cédé par le fluide :  $w_u = 0$ .

## Turbine

Une **turbine** est un dispositif servant à extraire du travail d'un écoulement.

👉 Une éolienne est un type de turbine.

Puisque l'écoulement de fluide reçoit de l'énergie de la part des pièces mobiles, on a nécessairement  $w_u > 0$ .

## Chambre de combustion

Une chambre de combustion est un dispositif dans lequel le fluide reçoit de la chaleur suite à une transformation chimique. On a donc  $q > 0$ .

## 4 Diagrammes thermodynamiques

■ À revoir

■ Maîtrisé

### 1 Diagramme des frigoristes

Le **diagramme des frigoristes** d'un équilibre liquide-vapeur consiste à tracer la pression  $p$  (en échelle logarithmique) d'un système diphasé en fonction de son enthalpie massique  $h$  : on parle donc souvent de diagramme  $(p, h)$  ou  $(\log(p), h)$ .

On aperçoit, sur ce diagramme (voir page suivante), une courbe en cloche :

- Le côté gauche de cette courbe représente l'état où la première bulle de vapeur peut se former : c'est **la courbe d'ébullition** ( $x_\ell = 1$  et  $x_v = 0$ );
- Le côté droit de cette courbe représente l'état où la première goutte de liquide peut se former : c'est **la courbe de rosée** ( $x_\ell = 0$  et  $x_v = 1$ );
- L'intérieur de la cloche représente l'**équilibre liquide-vapeur**.

Le sommet de la cloche représente le point critique  $C$ , où la vapeur et le liquide commencent à être confondus.

Sous la cloche sont présentes d'autres courbes partant toutes de  $C$ , représentant des iso- $x$ , où  $x$  représente le titre massique en vapeur ( $x \triangleq x_v$ ).

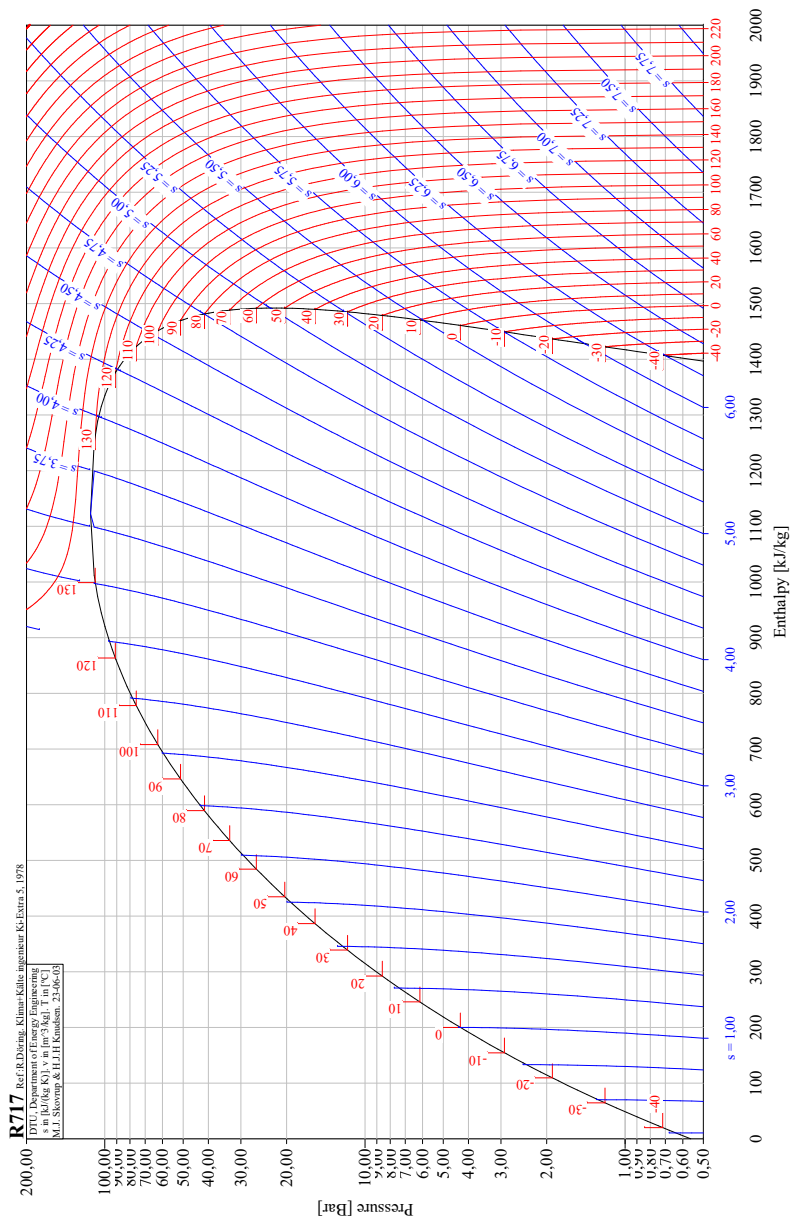
Sont également présentes des isothermes  $T = \text{cste}$  commençant et finissant horizontalement dans le domaine de l'équilibre liquide-vapeur ; des iso-volume massique  $v = \text{cste}$  ; des isentropiques  $s = \text{cste}$ .

Les unités de chacune des grandeurs sont généralement données soit sur les axes, soit dans un encadré du diagramme (ici : en haut à gauche).

♥ Une transformation physique isobare étant également isotherme, ces dernières sont horizontales au niveau de l'équilibre liquide-vapeur.

♥ Les iso-volume massique sont utiles pour représenter les transformations isochores.

♥ Les isentropiques sont utiles pour représenter les transformations adiabatiques réversibles.



## 2 Diagramme entropique

Le **diagramme entropique** d'un équilibre liquide-vapeur consiste à tracer la température  $T$  d'un système diphasé en fonction de son entropie massique  $s$  : on parle donc souvent de diagramme  $(T, s)$ .

On aperçoit, sur ce diagramme, une courbe en cloche :

- Le côté gauche de cette courbe représente l'état où la première bulle de vapeur peut se former : c'est **la courbe d'ébullition** ( $x_\ell = 1$  et  $x_v = 0$ );
- Le côté droit de cette courbe représente l'état où la première goutte de liquide peut se former : c'est **la courbe de rosée** ( $x_\ell = 0$  et  $x_v = 1$ );
- L'intérieur de la cloche représente l'**équilibre liquide-vapeur**.

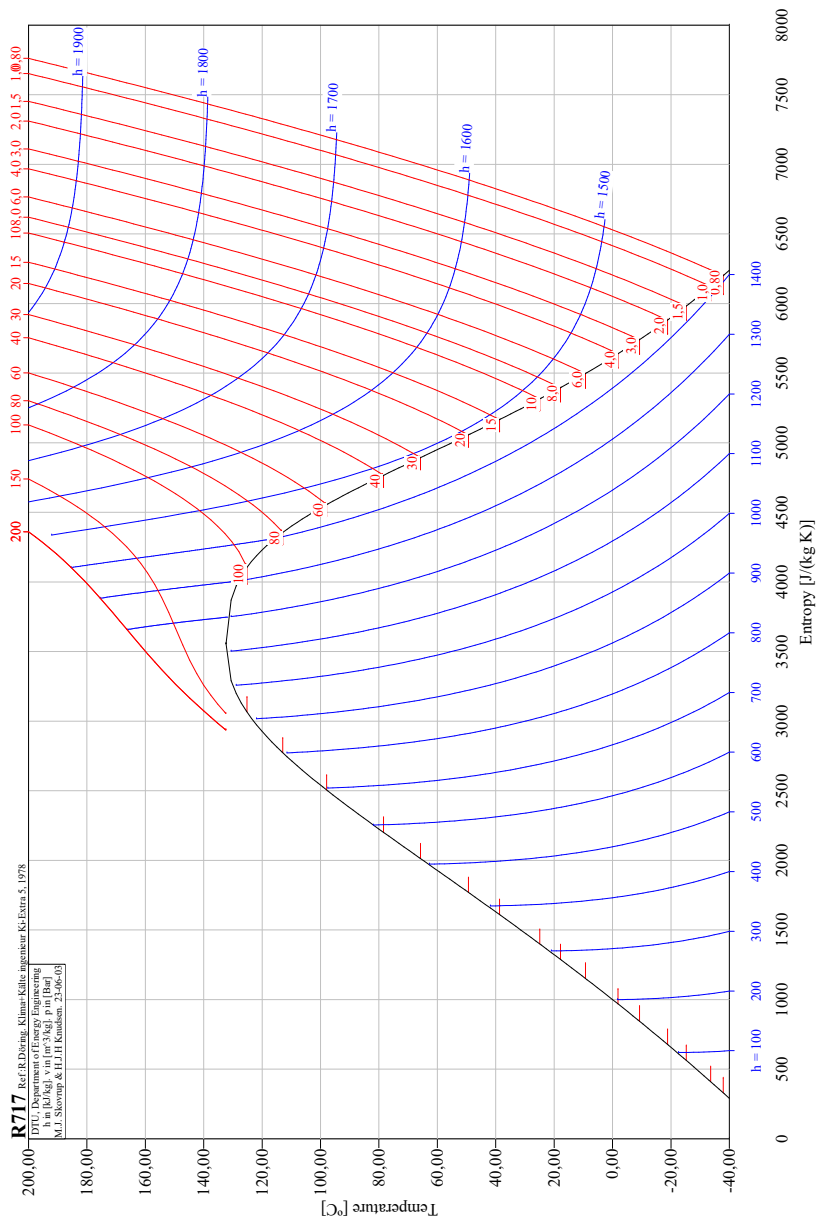
Le sommet de la cloche représente le point critique  $C$ , où la vapeur et le liquide commencent à être confondus.

Sous la cloche sont présentes d'autres courbes en traits pleins, représentant des iso- $x$ , où  $x$  représente le titre massique en vapeur ( $x = x_v$ ).

Sont également présentes des isobares  $p = \text{cste}$  commençant et finissant horizontalement dans le domaine de l'équilibre liquide-vapeur; des iso-volume massique  $v = \text{cste}$ ; des isenthalpiques  $h = \text{cste}$ .

Les unités de chacune des grandeurs sont généralement données soit sur les axes, soit dans un encadré du diagramme (ici : en haut à gauche).

♥ Une transformation physique isotherme étant également isobare, ces dernières sont horizontales au niveau de l'équilibre liquide-vapeur.





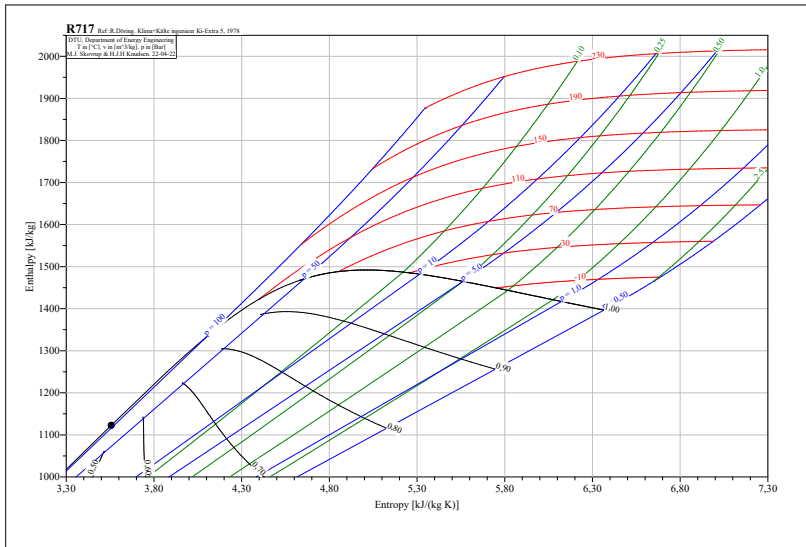
### 3 Diagramme de Mollier

Le **diagramme de Mollier** d'un équilibre liquide-vapeur consiste à tracer l'enthalpie massique  $h$  d'un système diphasé en fonction de son entropie massique  $s$  : on parle donc souvent de diagramme  $(h, s)$ .

Certaines valeurs d'enthalpie massique et d'entropie massique sont incompatibles : le diagramme n'est donc pas « plein », mais seulement tracé entre deux isobares extrêmes.

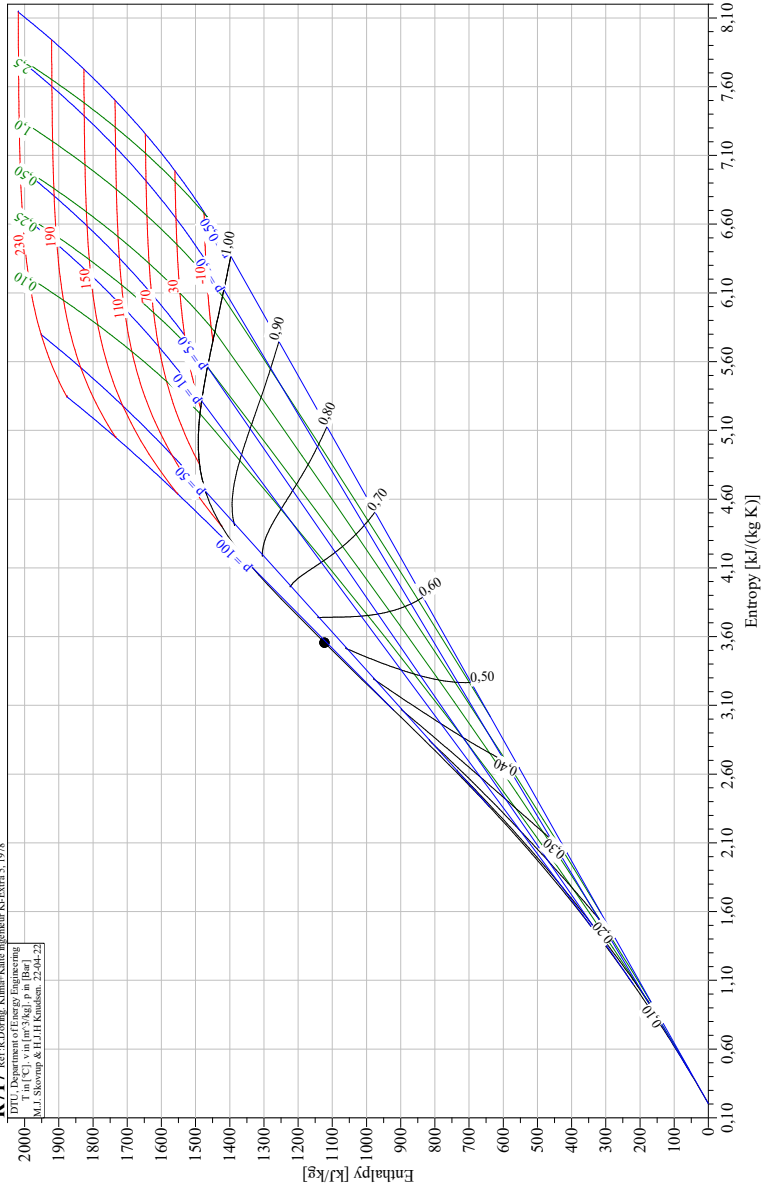
Sous la cloche sont présentes des courbes représentant des iso- $x$ , où  $x$  représente le titre massique en vapeur ( $x = x_v$ ). Sont également présentes les isobares, les isothermes (confondues avec les isobares au niveau de l'équilibre liquide-vapeur) et les isochores. Le point critique est quant à lui représenté par un point ●.

Il est fréquent de se limiter à un diagramme partiel où le point critique ● est placé proche de l'axe des ordonnées (voir figure ci-dessous). Seule la portion proche de la courbe de rosée apparaît alors ; on parle parfois du domaine surchauffé (*superheated area*) pour mentionner le gaz au-delà de la courbe de rosée.



**R717** Ref. R.Döring, Klaus Kello, Ingenieur Kd Extra 5, 1978

DTG, Döring, Kello, Kello, Ingenieur Kd Extra 5, 1978  
T in [°C], v in [m³/kg], p in [Bar]  
M.J. Skovrup & H.J. H. Kauden, 22.04.22



## 4 Théorème des moments

### Pour un diagramme $(p, h)$

Soit un corps pur à l'équilibre liquide-vapeur. Si l'on connaît la valeur  $h$  de l'enthalpie massique de ce système, on peut en déduire sa composition :

— Le titre massique en liquide vaut  $x_\ell = \frac{h_v - h}{h_v - h_\ell}$  ;

— Le titre massique en vapeur vaut  $x_v = \frac{h - h_\ell}{h_v - h_\ell}$  .

♥ Ce théorème est utile car si l'on note  $M$  le point courant,  $L$  le point correspondant à l'état liquide pur et  $V$  celui correspondant à l'état vapeur pure, on a alors  $x_\ell = \frac{MV}{LV}$  et  $x_v = \frac{ML}{LV}$  .

### Pour un diagramme $(T, s)$

Soit un corps pur à l'équilibre liquide-vapeur. Si l'on connaît la valeur de l'entropie massique  $s$  de ce système, on peut en déduire sa composition :

— Le titre massique en liquide vaut  $x_\ell = \frac{s_v - s}{s_v - s_\ell}$  ;

— Le titre massique en vapeur vaut  $x_v = \frac{s - s_\ell}{s_v - s_\ell}$  .

### Pour un diagramme $(h, s)$

Soit un corps pur à l'équilibre liquide-vapeur. Si l'on connaît la valeur de l'enthalpie massique  $h$  ou l'entropie massique  $s$  de ce système, on peut en déduire sa composition :

— Le titre massique en liquide vaut  $x_\ell = \frac{h_v - h}{h_v - h_\ell} = \frac{s_v - s}{s_v - s_\ell}$  ;

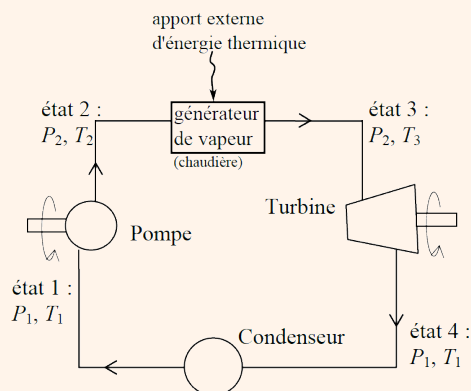
— Le titre massique en vapeur vaut  $x_v = \frac{h - h_\ell}{h_v - h_\ell} = \frac{s - s_\ell}{s_v - s_\ell}$  .



## Étude énergétique d'un cycle à l'aide d'un diagramme entropique

## Énoncé

La plupart des centrales thermiques ou nucléaires utilisent un cycle basé sur le cycle de Rankine, que nous allons étudier ici.



Le fluide caloporteur est l'eau. Il entre dans la pompe sous forme de liquide saturé à la pression  $p_1 = 1$  bar (état 1), puis est comprimé de façon isentropique (adiabatique réversible) à la pression qui règne dans le générateur de vapeur (GV).

En entrant dans le GV, l'eau se trouve sous forme de liquide comprimé à la pression  $p_2 = 50$  bar (état 2).

Elle en ressort sous forme de vapeur à la température  $T_3 = 500^\circ\text{C}$  (état 3) à la même pression  $p_2$ , puis pénètre dans la turbine où elle se détend de façon isentropique (adiabatique réversible) en entraînant l'arbre de l'alternateur.

Ce mélange liquide-vapeur est alors liquéfié à pression constante dans le condenseur et en sort dans l'état 1.

Il n'y a pas de pièces mobiles dans le GV et dans le condenseur. Les variations d'énergie potentielle et d'énergie cinétique seront négligées. On utilise le diagramme entropique de l'eau fourni à la page suivante, sur lequel est tracé le cycle de Rankine en question. Les points 1 et 2, très proches, sont indiqués en bas à gauche du cycle.

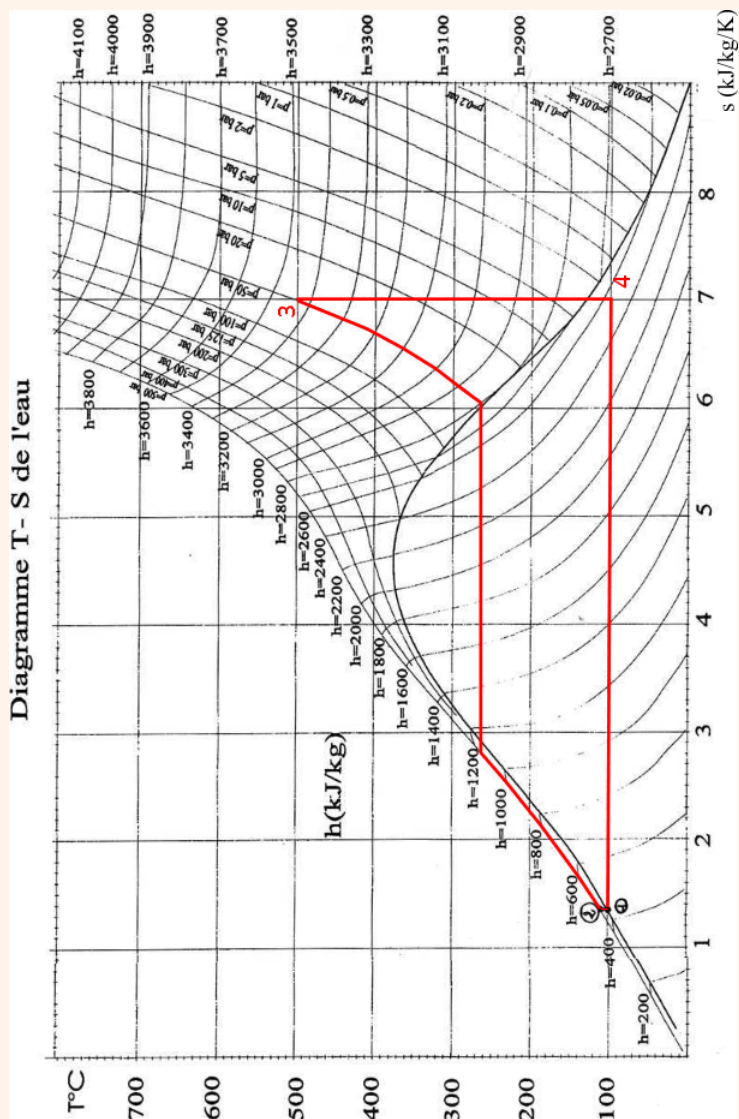
1. À l'aide du diagramme, donner les valeurs numériques de  $T_1$ ,  $h_3$ ,  $h_4$ ,  $s_4$ ,  $s_v(T_1)$  (entropie massique de la vapeur saturante à  $T_1$ ) et  $s_\ell(T_1)$  (entropie massique du liquide saturant à  $T_1$ ).
2. En déduire alors, par le théorème des moments, la valeur du titre massique en vapeur  $x_4$  à la sortie de la turbine.
3. On donne  $h_1 = 440 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $h_2 = 475 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ . Exprimer puis calculer le transfert thermique massique  $q_{\text{GV}}$  reçu par le fluide dans le GV.
4. Faire de même pour le transfert thermique massique  $q_{\text{cond}}$  reçu par le fluide dans le condenseur.
5. On considère qu'il y a une masse  $m = 60 \text{ kg}$  d'eau en écoulement dans le système. Exprimer puis calculer le travail reçu  $W$  par le fluide au cours du cycle.



## Exercice résolu

■ À revoir

■ Maîtrisé





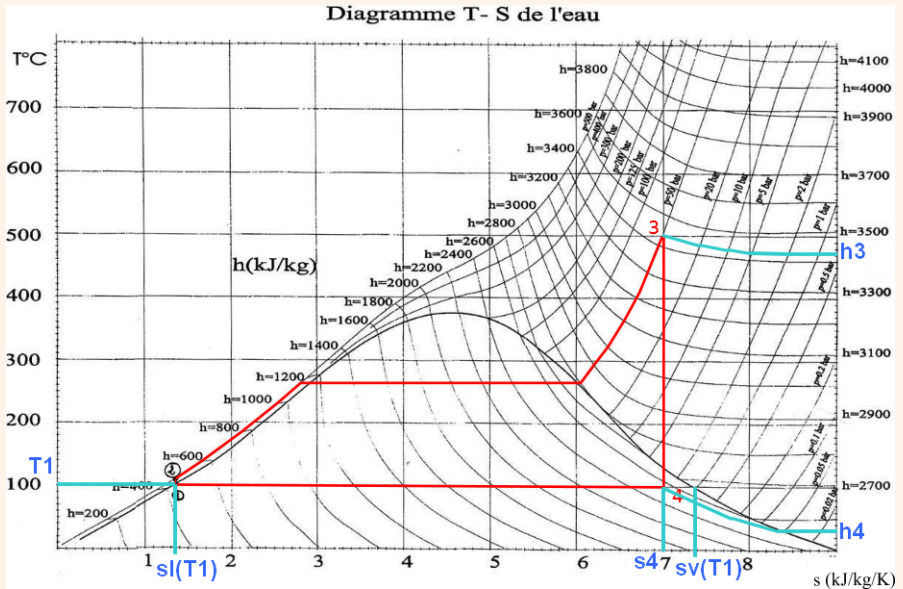
## Exercice résolu

■ À revoir

■ Maîtrisé

## Résolution

1. En utilisant le diagramme, on trouve :  $T_1 = 100^\circ\text{C}$ ,  $h_3 \approx 3,45 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $h_4 \approx 2,55 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $s_4 = 7,0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $s_v(T_1) = 7,38 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $s_\ell(T_1) = 1,35 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .



2. Le théorème des moments donne que  $x_4 = \frac{s_4 - s_\ell(T_1)}{s_v(T_1) - s_\ell(T_1)} = 0,94$ .
3. Il n'y a pas de pièce mobile dans le GV, et les variations d'énergies cinétique et potentielle sont négligées. On en déduit, par l'application du premier principe industriel, que  $\Delta_{23}h = q_{GV}$ , et donc  $q_{GV} = h_3 - h_2 = 2975 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
4. De même, on a  $q_{\text{cond}} = h_1 - h_4 = -2110 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
5. Sur un cycle, on a  $\Delta_{\text{cycle}}U = 0$ , donc  $W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0$ . Or  $Q_{\text{cycle}} = Q_{GV} + Q_{\text{cond}} = m \times (q_{GV} + q_{\text{cond}})$  car dans les autres étapes il n'y a pas d'échange d'énergie thermique. On en déduit que  $W = W_{\text{cycle}} = -m \times (q_{GV} + q_{\text{cond}}) = 51,9 \text{ kJ}$ .