

SCIENCES PHYSIQUES

ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND

Thème 7 : Phénomènes magnétiques

Travaux dirigés

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques _____ \sqrt{x}
Exercice facile et/ou proche du cours _____ 
Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques _____ 
Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux _____ 

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

Chapitre 1 : Aspect global du champ magnétostatique

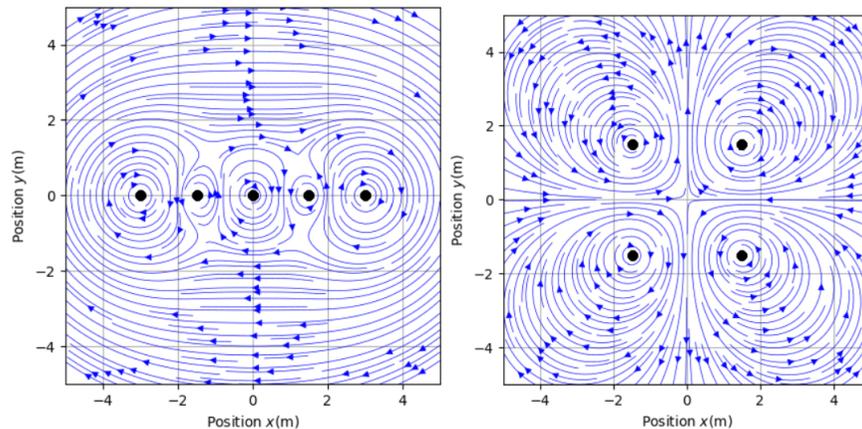
Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Identifier les propriétés de symétrie d'une distribution de courant	1.1
Énoncer la relation donnant la force de Laplace s'exerçant sur un élément de circuit filiforme parcouru par un courant et placé dans un champ magnétostatique	1.2, 1.3

Exercices

1.1 Lignes de champ

On donne les lignes de champ magnétostatique générées par une distribution de courants filiformes et perpendiculaires aux plans représentés. On prend la convention de compter positivement les courants orientés vers le lecteur.



Pour chacun des deux cas :

- Donner le signe de chacun des courants.
- Existe-t-il des plans de symétrie dans cette distribution de courants ?
- Existe-t-il des plans d'antisymétrie dans cette distribution de courants ?

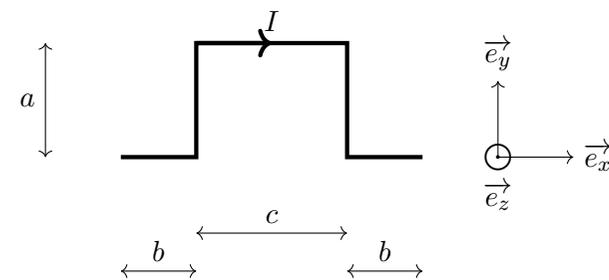
1.2 Léviton des lignes EDF

Les lignes à haute tension sont parcourues par des courants moyens de l'ordre de 500 A. Soit une de ces lignes de longueur $\ell = 100$ m, orientée dans une direction orthogonale aux lignes du champ magnétique terrestre (c'est-à-dire dans la direction est-ouest).

Évaluer la force de Laplace qui s'exerce sur le câble du fait du champ magnétique terrestre et juger de la possibilité de faire léviter une ligne à haute tension.

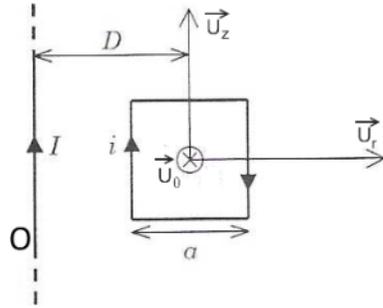
1.3 Calcul de forces de Laplace

- Exprimer la force de Laplace exercée sur le fil en fonction des données. Le champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_y$ est uniforme dans tout l'espace.



- Exprimer la force de Laplace ressentie par une spire de rayon a , d'axe (O, z) , parcourue par i et plongée dans un champ magnétique radial $B_0 \cdot \vec{e}_r$.

3. Une spire carrée filiforme de côté a parcourue par un courant d'intensité $i > 0$ est placée à proximité d'un fil infini parcouru par un courant d'intensité $I > 0$. On fournit le champ magnétique créé à une distance radiale r d'un fil parcouru par I : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$ avec $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.



Représenter qualitativement la force de Laplace s'appliquant sur chaque segment élémentaire de la spire carrée puis déterminer l'expression de sa résultante (on pourra s'aider astucieusement de symétries).

Problème

Jusqu'au 19 mai 2019, l'ampère A était défini par « l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \times 10^{-7} \text{ N}$ par mètre de longueur ».

On se propose dans cette partie de mesurer aussi précisément que possible la perméabilité magnétique du vide μ_0 en partant de cette définition.

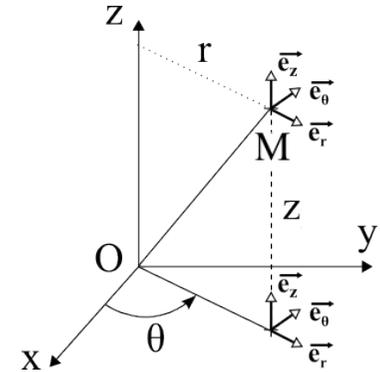
1. Quelle est l'unité SI de μ_0 ?

Soit un fil de longueur infinie et d'axe (O, z) vertical. Ce fil est parcouru par un courant i orienté vers le haut.

On repère un point M quelconque en coordonnées cylindriques (voir figure ci-contre).

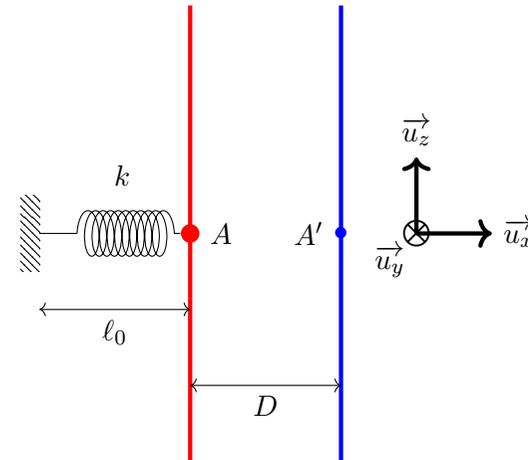
On admet alors que le champ magnétostatique créé au point M est :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \cdot \vec{e}_\theta$$



Mesure indirecte de μ_0

On place deux fils parallèles, de longueur L et séparés d'une distance $D = 1 \text{ m} \ll L$ entre leurs axes respectifs.



Le fil de gauche est maintenu par un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k . On convient que l'on compte les courants positivement s'ils sont orientés vers le haut (selon $+\vec{u}_z$), et négativement s'ils sont orientés vers le bas (selon $-\vec{u}_z$).

Au départ, on alimente uniquement le fil de droite qui est parcouru par un courant d'intensité $I = 1 \text{ A}$ orienté vers le haut.

2. Soit un point M quelconque appartenant au fil de gauche. En utilisant le résultat préliminaire, exprimer le champ magnétique $\vec{B}_d(M)$ en M en fonction de μ_0 , I , D et de la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

Le fil de gauche est alors alimenté : un même courant I orienté vers le haut le parcourt, ce qui entraîne une attraction du fil de gauche par le fil de droite. On suppose que le ressort possède une constante de raideur k « suffisamment grande » pour que le déplacement δx du fil de gauche soit négligeable devant d : $AA' \approx D$.

3. Rappeler l'expression de la force de Laplace $\vec{F}_{d \rightarrow g}^L$ exercée par le fil de droite sur le fil de gauche en fonction d'une intégrale portant notamment sur dz et sur $\vec{B}_d(M)$.
4. Calculer cette intégrale et montrer que cette force peut s'écrire sous la forme : $\vec{F}_{d \rightarrow g}^L = \frac{\mu_0 I^2 L}{2\pi D} \cdot \vec{u}_x$.
5. On pose $F = \left\| \vec{F}_{d \rightarrow g}^L \right\|$. Exprimer alors μ_0 en fonction de F , I , L et D .
Au vu du paragraphe introductif, faire l'application numérique.

Prise en compte de la souplesse du ressort

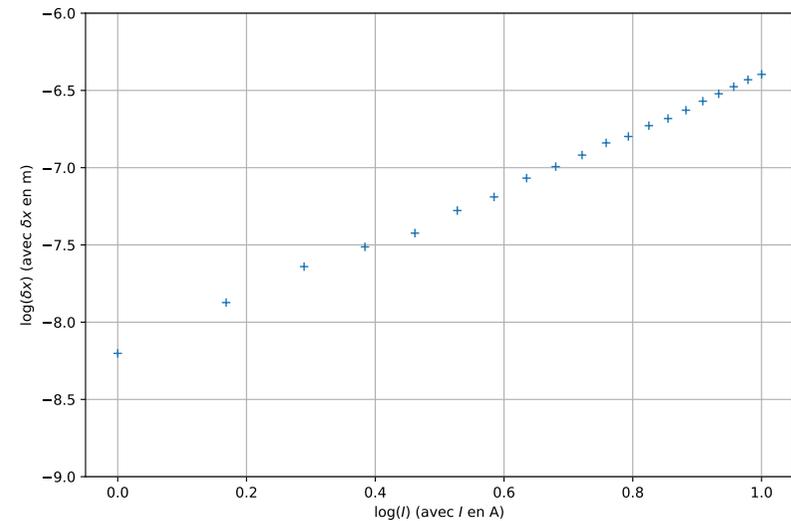
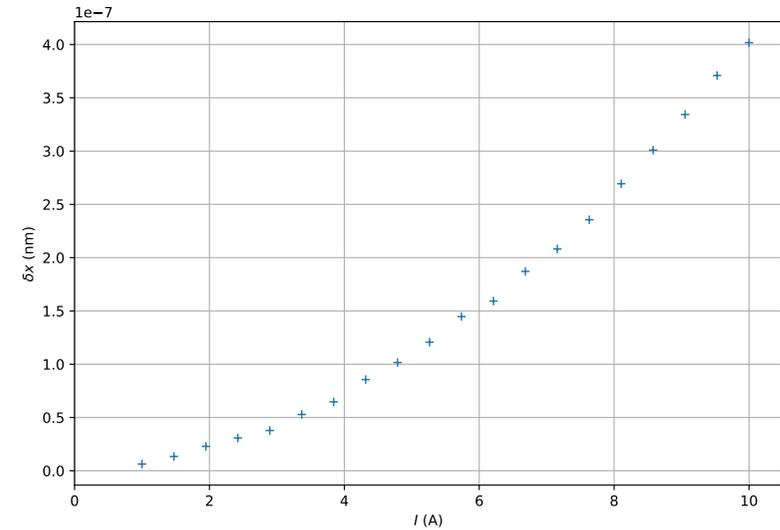
En réalité, la distance AA' n'est pas égale à d lorsque les deux fils sont alimentés. En effet, le fil de gauche est attiré par le fil de droite, ce qui provoque un déplacement $\delta x > 0$ du fil de gauche vers la droite.

On conservera l'hypothèse selon laquelle $\delta x \ll D$. On négligera le poids.

6. Faire le bilan des actions mécaniques appliquées au fil de gauche. En déduire que, à l'équilibre du fil de gauche, on a $\mu_0 I^2 L \approx 2\pi k D \times \delta x$.

On trace en annexe le déplacement δx du fil de gauche, en nanomètres, en fonction de l'intensité I , en ampère, des courants parcourant les deux fils. Un deuxième graphe présente $\log(\delta x)$ en fonction de $\log I$. Expérimentalement, on a $D = 1,0 \text{ cm}$, $L = 2 \text{ m}$ et $k = 1 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

7. Justifier les allures des deux graphes de l'annexe.
8. (**Question ouverte**) À l'aide du deuxième graphe de l'annexe, proposer une valeur pour μ_0 . La comparer à celle déterminée précédemment ; commenter. On prendra $10^{8.5} = 3,1 \times 10^8$.



Chapitre 2 : Théorème d'Ampère

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini, câble coaxial, tore, solénoïde « infini », nappe de courant supposée « infinie »)	2.1, 2.2

Exercices

2.1 Champs à savoir calculer expressément !

Exprimer le champ magnétostatique en tout point M pour :

1. Un fil infini (courant I);
2. Un cylindre de rayon R de densité volumique de courant uniforme $\vec{j} = j_0 \cdot \vec{u}_z$;
3. Un câble coaxial, constitué d'un cylindre creux de rayon R_1 (courant I) et d'un cylindre creux de rayon R_2 (courant $-I$);
4. Un tore à section rectangulaire (dimensions a et b selon les axes que vous préférez) constitué N spires parcourues par un courant I ;
5. Un solénoïde de rayon R et de longueur $\ell \gg R$, constitué de N spires parcourues par un courant I ;
6. Une nappe de courant infinie de densité surfacique de courant $\vec{j}_s = j_{s,0} \cdot \vec{u}_x$.

2.2 Un champ un peu moins usuel

Exprimer le champ magnétostatique en tout point M pour un cylindre de rayon R de densité volumique de courant $\vec{j}(r) = j_0 \frac{r}{R} \cdot \vec{u}_z$;

Chapitre 4 : Induction mutuelle

Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique, le fonctionnement d'un alternateur	4.1, problème
Définir les flux mutuels. Indiquer l'égalité des inductances mutuelles	4.2, 4.3

Exercices

4.1 Chauffage inductif

Soit une casserole métallique assimilée à une spire fermée de section S et de résistance R ; on néglige son inductance propre. On note \vec{n} le vecteur unitaire normal à la spire; la casserole étant statique, \vec{n} est fixe.

La plaque à induction génère un champ magnétique \vec{B} uniforme et tournant à la vitesse angulaire ω_0 constante. On note $\theta(t) = (\vec{n}, \vec{B})$ l'angle orienté allant de \vec{n} vers \vec{B} .

Initialement, on a $\theta = 0$.

1. Faire un schéma représentant la spire vue de côté, le vecteur \vec{n} , le vecteur \vec{B} et $\theta(t)$.
2. Exprimer $\theta(t)$ en fonction de ω_0 . En déduire l'expression du flux magnétique Φ_B à travers la spire (sans se soucier du signe).
3. En déduire l'expression de la tension induite e dans la casserole, puis celle du courant induit i (toujours sans se soucier du signe).
4. Déterminer alors la puissance \mathcal{P} dissipée dans la casserole par effet Joule. D'où provient cette puissance?
5. Donner l'expression de $\langle \mathcal{P} \rangle$, puissance moyenne dissipée par effet Joule.

4.2 Inductance et mutuelle

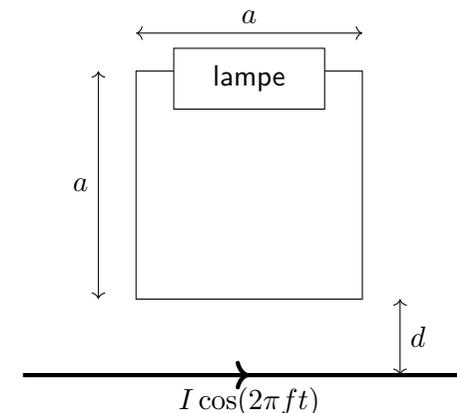
Soient deux solénoïdes imbriqués et coaxiaux, l'un de rayon R_1 inférieur à l'autre de rayon R_2 .

Le petit solénoïde a n_1 spires par unité de longueur, et est parcouru par un courant I_1 (notations similaires n_2 et I_2 pour le grand solénoïde). On note ℓ la longueur des solénoïdes.

1. À l'aide du cours sur la bobine, redémontrer l'expression de l'auto-inductance du solénoïde seul.
2. Déterminer le flux créé par 2 à travers 1; en déduire $M_{2 \rightarrow 1}$.
3. Vérifier que l'on arrive au même résultat en exprimant le flux créé par 1 à travers 2.

4.3 Piratage d'une ligne EDF

Une ligne à haute tension transporte un courant sinusoïdal de fréquence $f = 50$ Hz et d'intensité $I = 1400$ A. On approche une bobine d'épaisseur négligeable constituée de N spires carrées de côté $a = 30$ cm à une distance $d = 2$ cm comme indiqué sur le schéma. Cette bobine de résistance négligeable est fermée sur une ampoule qui s'éclaire si la tension à ses bornes est supérieure à $U = 21$ V.



Déterminer le nombre de spires nécessaires à ce piratage.

4.4 Spire en régime sinusoïdal forcé

Soit une spire circulaire de rayon a , de résistance R , d'inductance propre L et d'axe (O, z) , plongée dans un champ magnétique externe et uniforme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \cdot \vec{u}_z$.

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ puis exprimer l'amplitude et la phase de $i(t)$ en régime permanent.

4.5 Résolution d'un système d'équations couplées

On a établi dans le cours que deux circuits en influence vérifient le système d'équations suivant : $L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 = -M \frac{di_1}{dt}$ et $L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 = -M \frac{di_2}{dt}$. On va chercher à résoudre ce système, en se plaçant dans le cas simplifié où $R_1 = R_2 = R$ et $L_1 = L_2 = L$.

Posons $\underline{I} = i_1 + j \times i_2$ avec $j^2 = -1$. En multipliant la première équation par j puis en sommant la nouvelle équation à la deuxième équation, montrer que l'on a $\underline{A} \frac{d\underline{I}}{dt} + R \underline{I} = 0$. Résoudre alors l'équation différentielle portant sur \underline{I} ; en déduire $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

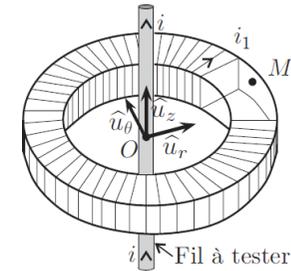
Problème

Une pince ampèremétrique est un appareil dont l'extrémité possède la forme d'un tore. En disposant ce tore autour d'un conducteur parcouru par un certain courant, le dispositif équipant la pince permet d'en mesurer l'intensité.

Son principal intérêt est l'absence de contact physique avec le conducteur et le fait qu'il ne soit pas nécessaire d'ouvrir le circuit pour mesurer le courant qui le traverse contrairement à l'implantation d'un ampèremètre classique.

Le dispositif de mesure de la pince ampèremétrique est formé d'un bobinage torique comportant N spires enroulées sur un tore de section rectangulaire

de rayon intérieur a , de rayon extérieur b , d'épaisseur c et d'axe (O, z) . Le fil conducteur utilisé par la bobine a une résistance linéique λ .



Un point M intérieur au tore est repéré par ses coordonnées cylindriques : $\vec{OM} = r \cdot \vec{u}_r + z \cdot \vec{u}_z$ avec $r \in [a, b]$ et $z \in [0, c]$.

Un fil rectiligne infini de même axe (O, z) est parcouru par un courant d'intensité $i(t)$. On note $i_1(t)$ l'intensité du courant circulant dans la bobine torique. On suppose que les résultats de la magnétostatique sont valables même en régime variable.

On donne la conductivité du cuivre $\gamma_{Cu} = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

1. Énoncer le théorème d'Ampère de la magnétostatique.
2. Montrer qu'au point M intérieur au tore, le champ magnétique peut se mettre sous la forme $\vec{B} = B(r, t) \cdot \vec{u}_\theta$.
3. En choisissant comme contour d'Ampère \mathcal{C} un cercle centré en O passant par M et orienté selon \vec{u}_θ , exprimer $B(r, t)$ en fonction de μ_0 , $i(t)$, $i_1(t)$, N et r .
4. Calculer le flux Φ de \vec{B} à travers le bobinage et en déduire les expressions des coefficients d'auto-inductance L du bobinage et de mutuelle inductance \mathcal{M} entre le fil et le bobinage.
5. Exprimer la résistance totale R_p du bobinage en fonction de N , λ , a , b et c .

On se place en régime sinusoïdal forcé avec $i(t) = I_0 \sqrt{2} \cos(\omega t)$ associée à l'intensité complexe $\underline{i}(t) = I_0 \sqrt{2} e^{j\omega t}$ et $i_1(t) = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1)$ associée à l'intensité complexe $\underline{i}_1(t) = I_1 \sqrt{2} e^{j\omega t} e^{j\varphi_1}$.

6. Le bobinage formant un circuit fermé, déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\dot{i}_1}{\dot{i}}$ en fonction de \mathcal{M} , ω , R_p et L .
7. Dans quel régime de pulsation ce dispositif peut-il former une pince ampèremétrique ? Commenter.

Chapitre 5 : Électromécanique

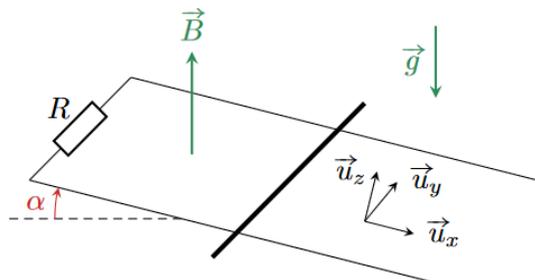
Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Établir des équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe	tous
Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique	5.1, 5.4, problème
Effectuer un bilan énergétique	5.4, 5.3
Expliquer le fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique. Effectuer une étude en régime sinusoïdal forcé du haut-parleur électrodynamique	problème

Exercices

5.1 Rail de Laplace incliné

Un barreau métallique de masse m glisse sans frottement mécanique sur deux rails conducteurs, séparés d'une distance a et inclinés d'un angle α par rapport à l'horizontale. Les rails sont fermés sur une résistance R , et un champ magnétique uniforme \vec{B} , dirigé selon la verticale ascendante, règne entre eux. On repère par $x(t)$ la position du barreau le long des rails.



1. En appliquant la loi de Lenz, donner le sens du courant i qui circule dans le circuit. La force de Laplace accélère-t-elle ou freine-t-elle la chute du barreau ? Le barreau peut-il s'immobiliser ?

2. Exprimer la force de Laplace \vec{F}_L qui s'exerce sur le barreau mobile en fonction de i , a , B et α .
3. En exploitant la conservation de la puissance, obtenir une relation entre i , R , a , B , α et la vitesse v du barreau.
4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par v et la résoudre, sachant que le barreau est lâché en $x = 0$ sans vitesse initiale. Justifier que le mouvement présente un régime transitoire de durée caractéristique τ à déterminer.
5. En déduire $x(t)$.
6. Les rails ont une longueur totale L . Déterminer l'énergie électrique totale transmise à la résistance R lors du mouvement du barreau sur les rails, en supposant la durée de chute très grande devant τ . Interpréter.

5.2 Léviton d'une spire

Soit un aimant cylindrique de longueur infinie, d'axe (O, z) et de rayon a . Cet aimant produit un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{u}_r$ (on se place en coordonnées cylindriques).

On enfle une spire circulaire de rayon $R > a$ et de masse m autour de lui et on y fait circuler un courant I dans le sens indirect par rapport à (O, z) .

En négligeant le champ magnétique créé par la spire, exprimer le courant nécessaire pour maintenir la spire en état d'équilibre.

5.3 Rotation d'une spire rectangulaire dans un champ



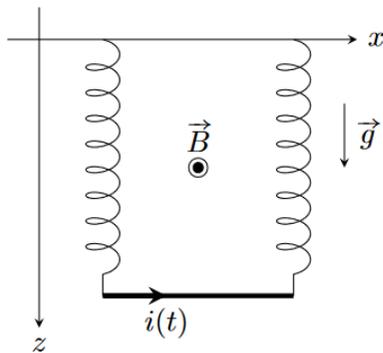
Soit une spire carrée de côté a tournant, grâce à l'action d'un couple moteur, à la vitesse angulaire ω constante autour de son axe vertical (O, z) . On repère la position angulaire de la spire par l'angle θ entre l'axe (O, x) et le vecteur \vec{n} orthogonal à la spire. La spire en rotation est plongée dans un champ magnétique constant $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{u}_x$.

1. Faire un schéma du problème en vue de dessus. Y indiquer les directions (O, x) , (O, y) et (O, z) ainsi que \vec{n} .
2. Déterminer le flux du champ magnétique Φ_B à travers la spire en fonction de a , B_0 et ω .
3. On note R la résistance de la spire. Déterminer le courant I la traversant.

5.4 Oscillateur amorti par induction



Considérons une barre de masse m et de longueur a , suspendue à deux ressorts conducteurs identiques de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_y$. La barre, les ressorts et le support forment un circuit fermé.



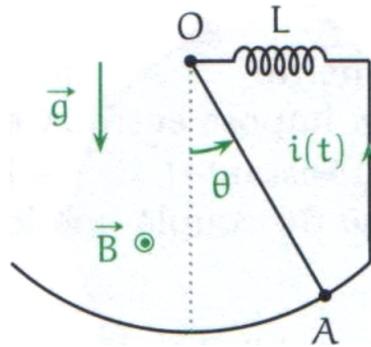
1. Établir l'équation du mouvement sur la position $z(t)$ de la barre.
2. Réaliser et interpréter le bilan de puissance.

3. À l'instant $t = 0$ on écarte la barre de sa position initiale d'une distance b . Déterminer $z(t)$ et $i(t)$.

5.5 Pendule conducteur dans un champ magnétique



Une tige métallique OA , de masse m et de longueur ℓ peut tourner autour d'un axe horizontale (O, z) . L'extrémité mobile A glisse sans frotter sur un profil circulaire, de sorte qu'à chaque instant l'ensemble tige+profil assure la fermeture d'un circuit électrique constitué d'une bobine d'inductance L . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{e}_z$. On négligera la résistance du circuit.

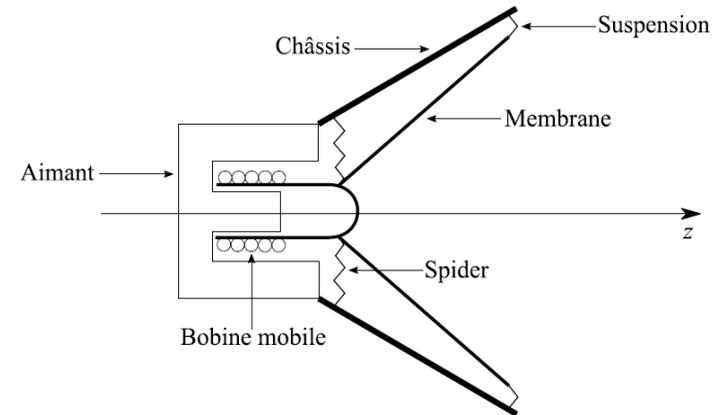


1. Déterminer la force de Laplace s'appliquant sur la tige en fonction de $i(t)$, B_0 , ℓ et d'un vecteur de la base cylindrique à ajouter sur le schéma. En déduire la puissance que la barre reçoit d'elle en admettant que la résultante de cette force s'applique au milieu de la tige.
2. Exprimer la force électromotrice e induite dans le circuit en fonction de $\dot{\theta}$, B_0 et ℓ .
3. Exprimer $i(t)$ en fonction de θ , B_0 , ℓ , L et θ_0 , angle que fait le pendule à l'instant initial (le pendule étant alors immobile).

Problème

Le schéma d'un haut-parleur est donné ci-dessous. Il est constitué :

- d'un aimant fixe d'axe (O, z) créant un champ magnétique radial permanent $\vec{B} = B \cdot \vec{u}_r$ où B est la norme du champ magnétique supposée constante en tous points de l'entrefer et \vec{u}_r est un vecteur unitaire dirigé selon le rayon de la bobine mobile et perpendiculaire à l'axe (O, z) ;
- d'une bobine d'axe (O, z) comportant N spires de rayon a et située dans l'entrefer de l'aimant. La longueur totale du bobinage est notée ℓ ;
- d'une membrane solidaire de la bobine.



L'ensemble { bobine + membrane } est un solide de masse m , mobile en translation selon l'axe (O, z) . Le spider et la suspension exercent sur cet ensemble une force de rappel élastique vers la position d'équilibre $z = 0$:

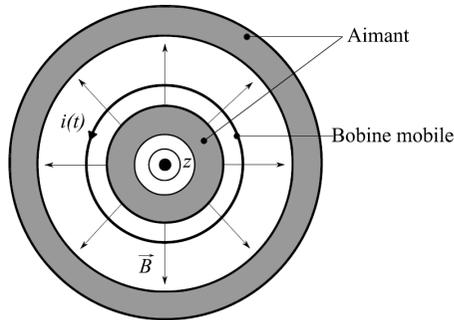
$$\vec{F}_e = -kz \cdot \vec{u}_z$$

Cet ensemble est également soumis à une force de frottement visqueux de la part de l'air de la forme :

$$\vec{F} = -f \frac{dz}{dt} \cdot \vec{u}_z$$

où f et k sont des constantes.

Le vecteur \vec{u}_z est un vecteur unitaire dirigé selon l'axe z et orienté dans le sens des z positifs. La bobine est alimentée par un générateur extérieur délivrant la tension $u(t)$. Il apparaît un courant $i(t)$ dans la bobine orienté dans le sens indiqué sur la figure ci-dessous.



1. Expliquer, sans calcul, le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique.
2. Déterminer l'expression vectorielle de la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur la bobine en fonction de l'intensité du courant $i(t)$, du nombre de spires N , du rayon a d'une spire et de la norme du champ magnétique B .
3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique projeté sur l'axe (O, z) pour en déduire l'équation mécanique.
4. La bobine mobile étant dans un champ magnétique permanent, la puissance des forces de Laplace et celle de la force électromotrice induite se compensent exactement. En déduire que l'expression de la force électromotrice $e(t)$ induite par le mouvement de la bobine à la vitesse $v(t)$ dans le champ magnétique est donnée par la relation :

$$e(t) = 2\pi NaBv(t)$$

5. L'ensemble du circuit mobile possède une résistance électrique R et une inductance propre L . Représenter le schéma électrique équivalent du circuit mobile.

6. En déduire l'équation électrique du système.

7. Le générateur extérieur délivre une tension $u(t) = u_0 \cos(\omega t)$. À partir des équations mécanique et électrique, à réécrire en notations complexes, montrer que l'expression de l'impédance électrique totale du circuit $\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$ est donnée par la relation :

$$\underline{Z} = \frac{(2\pi NaB)^2}{jm\omega + \frac{k}{j\omega} + f} + R + jL\omega$$

8. Pourquoi le fait d'associer plusieurs hauts-parleurs permet-il de restituer toutes les plages de fréquences audibles de manière optimale ?