
Thème 4 : Thermodynamique industrielle

Cours



FIGURE 1 – Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796 – 1832) est un physicien et ingénieur français. Durant sa courte carrière (il meurt du choléra à l'âge de 36 ans), Sadi Carnot ne publia qu'un seul livre : *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, en 1824, dans lequel il exprima, à l'âge de 27 ans, ce qui s'avéra être le travail de sa vie et un livre important dans l'histoire de la physique. Dans cet ouvrage il posa les bases d'une discipline entièrement nouvelle (la thermodynamique) et formula l'exposé raisonné du moteur thermique et les principes de base selon lesquels toute centrale énergétique, toute automobile, tout moteur à réaction est aujourd'hui conçu.

Table des matières

1	Introduction aux machines thermiques	1
1.1	Exemple introductif des moteurs thermiques	1
1.1.1	Moteurs à deux temps et à quatre temps	1
1.1.2	Cycle réel d'un moteur à essence et modélisation	2
1.1.3	Diagramme de Clapeyron	3
1.1.4	Cycle thermodynamique	5
1.2	Propriétés générales des machines thermiques	7
1.2.1	Applications des deux principes sur un cycle	7
1.2.2	Impossibilité d'une moteur monotherme	8
1.2.3	Machines dithermes	8
1.3	Retour sur le cycle à quatre temps	11
2	Performance d'une machine thermique	14
2.1	Performance d'une machine thermique	14
2.2	Moteur ditherme	14
2.3	Machine frigorifique	16
2.4	Pompe à chaleur (PAC)	17
3	Structure d'une machine thermique	22
3.1	Introduction aux systèmes mésoscopiques	22
3.1.1	Échelles d'étude d'un système	22
3.1.2	Grandeurs massiques	22
3.2	Bilan d'énergie en système ouvert	24
3.2.1	Description du problème	24
3.2.2	Adaptation du premier principe à un système ouvert	24
3.2.3	Lien avec la puissance	27
3.3	Description de quelques organes de machines thermiques	28
3.3.1	Détendeur et compresseur	28
3.3.2	Condenseur et évaporateur	29
3.3.3	Turbine	30
3.3.4	Chambre de combustion	31
4	Diagrammes thermodynamiques	32
4.1	Motivation	32
4.2	Diagramme des frigoristes	32
4.3	Diagramme entropique	36
4.4	Diagramme de Mollier	38
4.5	Application au CoP d'un cycle	40
4.6	Théorème des moments	41

Chapitre 1 : Introduction aux machines thermiques

📌 Objectifs :

- Prévoir les signes de transferts d'énergie.
- Écrire un bilan énergétique pour un cycle ditherme.
- Distinguer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) et identifier les temps thermodynamiques (modélisation par des transformations thermodynamiques).
- Tracer un cycle dans le diagramme de Clapeyron.
- Lier la puissance au nombre de tours par minute.

✍ Au concours ATS : ∅.

Une **machine thermique** est un dispositif permettant de convertir travaux et chaleurs. Elle est constituée de pièces mécaniques, mobiles ou non, et d'un fluide subissant des transformations thermodynamiques au contact desdites pièces ou de thermostats.

L'objectif de ce chapitre est de déterminer des propriétés générales sur les machines thermiques (en particulier : les machines dithermes). Les prochains chapitres aborderont leur fonctionnement et leur structure internes.

1.1 Exemple introductif des moteurs thermiques

1.1.1 Moteurs à deux temps et à quatre temps

Les moteurs thermiques à combustion-explosion sont souvent séparés en deux catégories : les moteurs à deux temps et les moteurs à quatre temps. Les « temps » correspondent à un mouvement du piston (du haut vers le bas, ou inversement).

Moteurs à deux temps

Les moteurs à deux temps consistent donc en deux mouvements du piston : sa montée et sa redescente dans le cylindre, qui correspondent donc à un tour du vilebrequin à l'aide de la bielle (figure 1.1).

- Initialement, le piston est au point mort bas : c'est la phase d'**admission** du gaz dans le cylindre (et les anciens gaz brûlés sont refoulés en même temps en sortie). Lors de la remontée du piston, il y a **compression** du nouveau gaz puis, lorsque le piston est au point mort haut, **explosion** de celui-ci à l'aide d'un injecteur de carburant ;
- Le piston redescend alors dans le cylindre, ce qui permet une **détente** du gaz puis son **échappement** vers l'extérieur (et on fait entrer un gaz imbrûlé en même temps).

On en déduit que la puissance $\mathcal{P}_{2T} \triangleq -\frac{W_{1 \text{ cycle}}}{\Delta t_{1 \text{ cycle}}}$ fournie par un moteur deux temps est proportionnelle au nombre de tours par minute N du vilebrequin :

$$\mathcal{P}_{2T} = k \times N$$

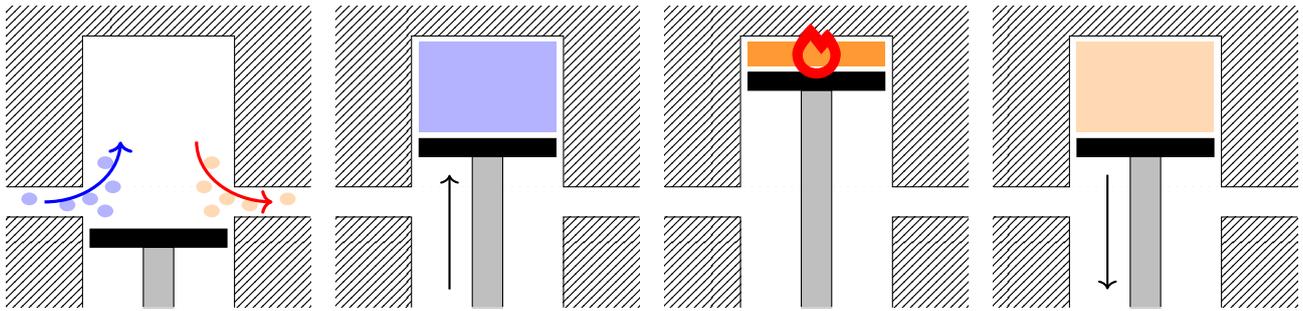


FIGURE 1.1 – Fonctionnement d'un moteur à deux temps. De gauche à droite : admission du nouveau gaz et échappement de l'ancien gaz (point mort bas) ; compression du nouveau gaz (montée) ; explosion du nouveau gaz (point mort haut) ; détente du nouveau gaz (descente). Il s'agit d'un cycle : on repart ensuite à la première image pour le refoulement du nouveau gaz brûlé.

Moteurs à quatre temps

Les moteurs à quatre temps font, dans l'idée, la même chose que les moteurs à deux temps, mais en deux descentes et deux montées du piston (figure 1.2).

- Initialement, le piston est au point mort haut. Lors de sa descente, le gaz rentre par la soupape d'**admission**. Comme nous le verrons plus tard, aucun gaz brûlé n'est présent dans le cylindre à ce moment ;
- Arrivé à son premier point mort bas, le piston remonte : c'est la **compression** du gaz. Les soupapes d'admission et d'échappement sont fermées : le gaz est piégé dans le cylindre ;
- Lorsque le piston est au second point mort haut, l'injecteur enclenche l'**explosion** du gaz. Le piston redescend alors pour permettre la **détente** du gaz ;
- Arrivé à son second point mort bas, le piston remonte à nouveau. La soupape d'**échappement** étant ouverte, le gaz peut être refoulé vers l'extérieur.

Le travail cédé étant le même lors du cycle, mais la durée étant deux fois plus longue, la puissance \mathcal{P}_{4T} est divisée par deux :

$$\mathcal{P}_{4T} = \frac{k}{2} N = \frac{1}{2} \mathcal{P}_{2T}$$

En réalité, même si le moteur à deux temps possède une meilleure puissance théorique, celui à quatre temps possède de nombreux avantages : davantage de couple, une consommation réduite en carburant, une pollution moindre en sortie et une usure moins importante des pièces en mouvement. On a donc tendance à préférer ce dernier dans les motorisations des véhicules automobiles.

1.1.2 Cycle réel d'un moteur à essence et modélisation

Observons en figure 1.3 le cycle d'un moteur à essence. La particularité des moteurs à essence est que l'on force l'explosion par apparition d'une étincelle après injection de carburant : la combustion se fait donc à volume constant mais en augmentant la pression (et la température).

Tentons de modéliser le cycle à quatre temps, davantage utilisé dans l'industrie :

1. On ouvre la soupape d'admission pour faire entrer le gaz : c'est une transformation ;
2. On comprime le gaz en essayant de limiter les échanges de chaleur : c'est une transformation ;
3. On enflamme le gaz à volume constant : c'est une transformation ;
4. On détend le gaz en essayant de limiter les échanges de chaleur : c'est une transformation ;
5. On ouvre la soupape d'échappement : c'est une transformation ;
6. On relâche le gaz dans l'atmosphère : c'est une transformation .

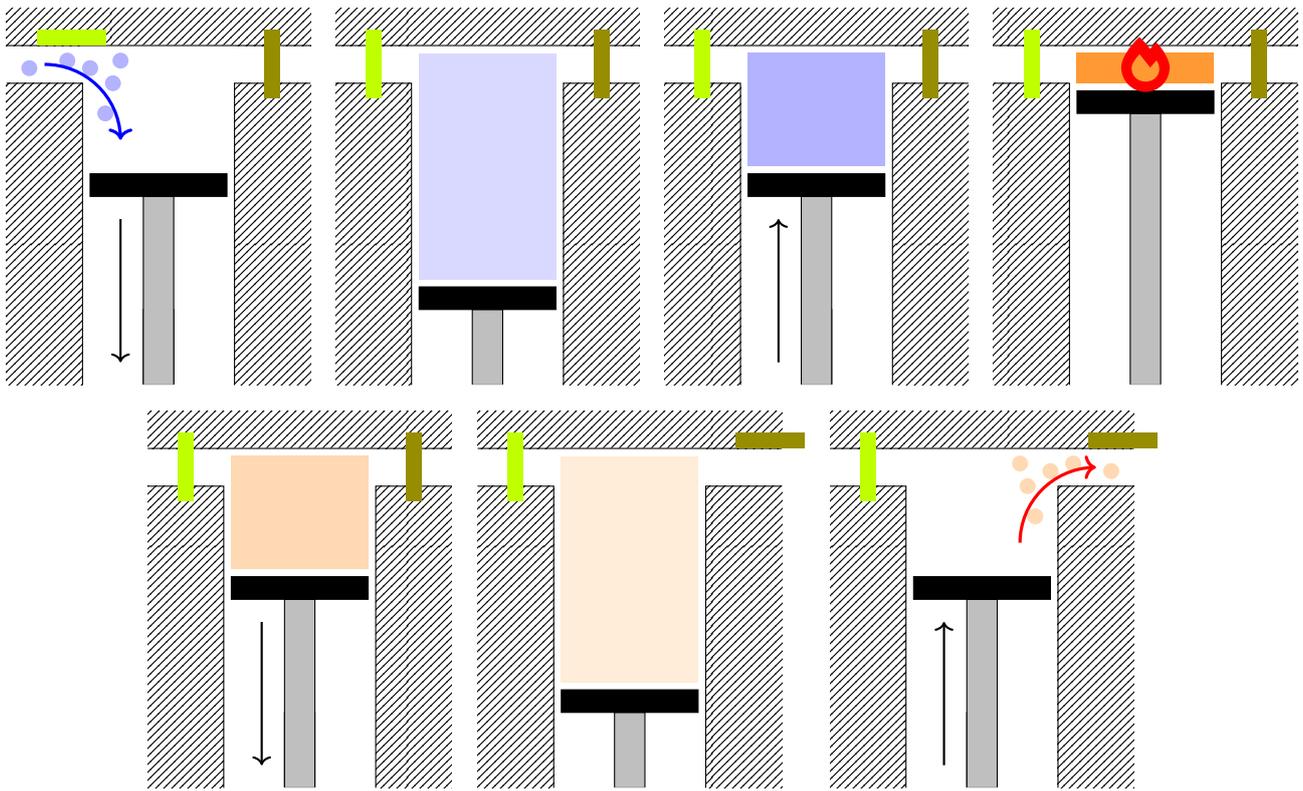


FIGURE 1.2 – Fonctionnement d'un moteur à quatre temps. De gauche à droite puis de haut en bas : admission du gaz (descente); fermeture de la soupape d'admission (point mort bas); compression (montée); explosion (point mort haut); détente (descente); ouverture de la soupape d'échappement (point mort bas); échappement du gaz (montée). Il s'agit d'un cycle : on repart ensuite à la première image pour l'admission d'un nouveau gaz, après avoir fermé la soupape d'échappement et ouvert la soupape d'admission.

1.1.3 Diagramme de Clapeyron

Diagramme de Clapeyron

On appelle **diagramme de Clapeyron** un diagramme traçant l'évolution d'un système thermodynamique avec son volume V en abscisse et sa pression p en ordonnée.

Si l'on peut tracer l'évolution de la pression et du volume du fluide dans un diagramme (p, V) de manière continue, la transformation est alors nécessairement quasi-statique (la réciproque étant également vraie).

Question 1 : Tracer, en justifiant, l'allure d'une transformation isochore dans un diagramme de Clapeyron.



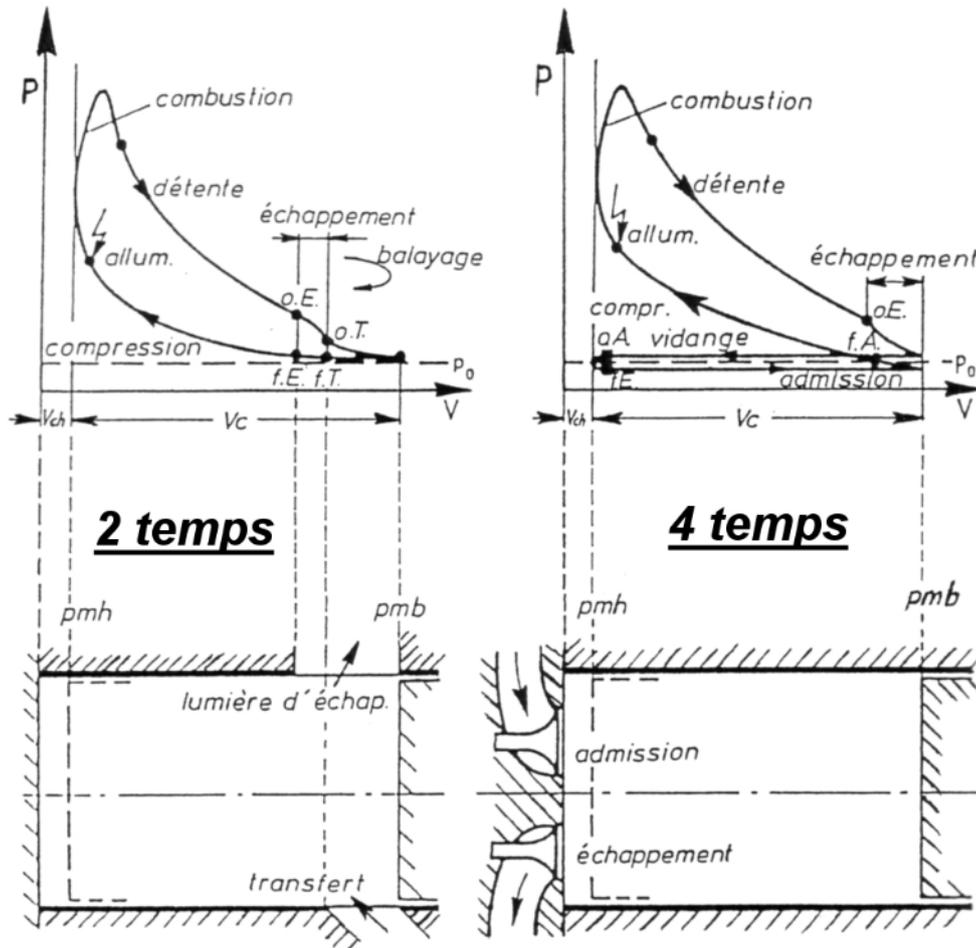
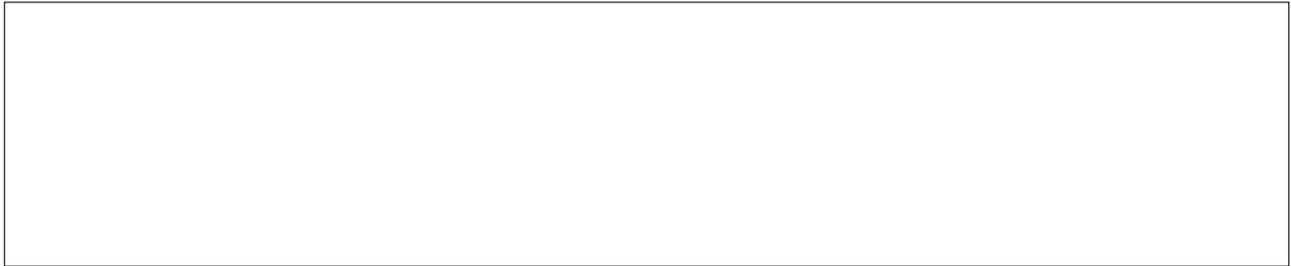


FIGURE 1.3 – Cycle d'un moteur à essence dans un diagramme de Clapeyron.

Question 2 : Tracer, en justifiant, l'allure d'une transformation isobare dans un diagramme de Clapeyron.

Question 3 : Tracer, en justifiant, l'allure d'une transformation isotherme dans un diagramme de Clapeyron.

Question 4 : Tracer, en justifiant, l'allure d'une transformation adiabatique et réversible dans un diagramme de Clapeyron.



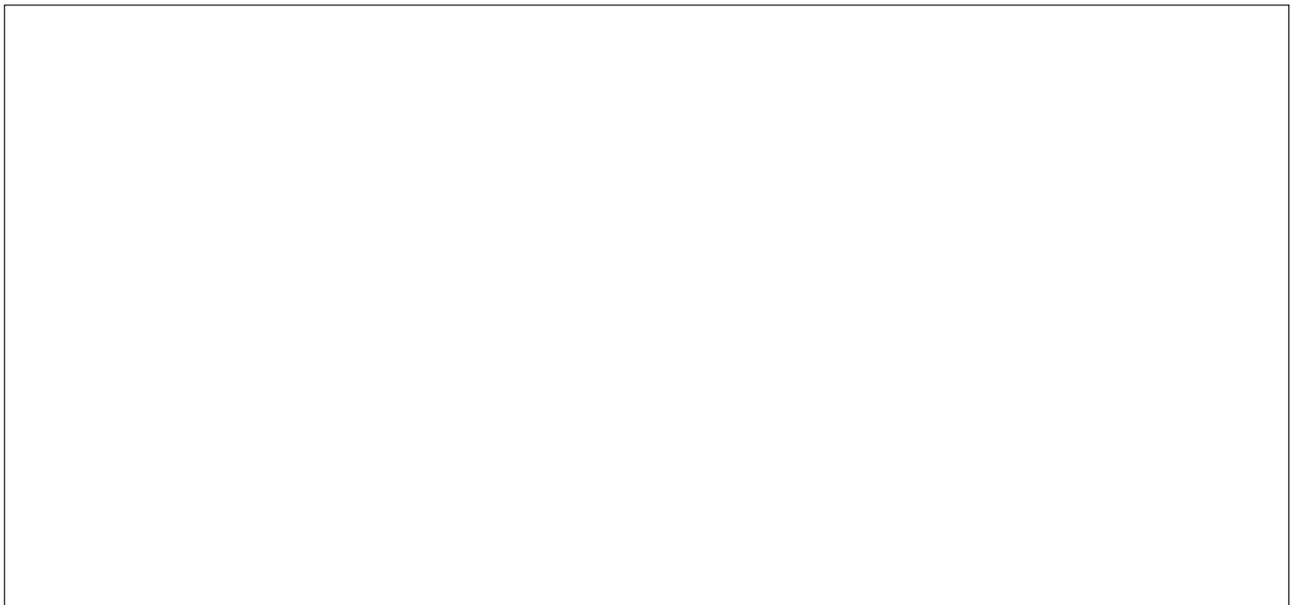
1.1.4 Cycle thermodynamique

Très souvent, le fluide circulant dans la machine thermique parcourt un cycle : l'état initial est alors toujours égal à l'état final. On peut citer par exemple le moteur à combustion et explosion (Stirling, Diesel, essence...), qui fonctionne de manière cyclique, ou bien les cycles frigorifiques, que l'on étudiera plus tard.

Diagramme de Clapeyron pour un cycle

Pour un cycle thermodynamique, on a forcément $p_i = p_f$ et $V_i = V_f$, ce qui induit la formation d'une courbe fermée sur le diagramme de Clapeyron.

Question 5 : Tracer l'allure du cycle à quatre temps dans un diagramme de Clapeyron à l'aide des modélisations précédentes. On notera 0 l'état initial, 1 l'état suivant, etc.



Prenons l'exemple du cycle présent sur la figure 1.4.

On rappelle que le travail reçu de la part des forces de pression est $W = \int_{\text{cycle}} -p_{\text{ext}} dV$, avec $p_{\text{ext}} = p$ pour des transformations quasi-statiques.

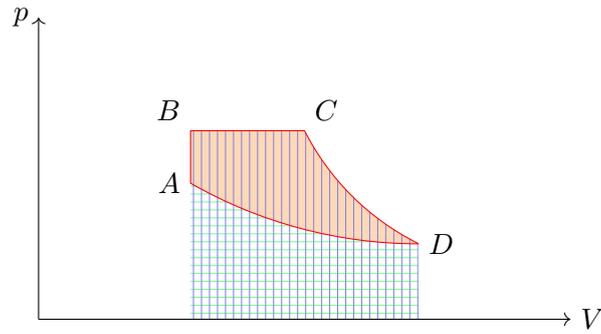


FIGURE 1.4 – Évolution du système dans un diagramme de Clapeyron.

Question 6 : On suppose que l'on effectue le cycle dans le sens horaire $ABCD A$. Expliquer graphiquement pourquoi $W < 0$.

Question 7 : Quel est le signe de W si l'on effectue le cycle dans le sens anti-horaire $ADCBA$?

Travail sur un diagramme de Clapeyron

Un cycle peut être représenté sur un diagramme de Clapeyron.

- Si la courbe est parcourue dans le sens horaire, le cycle est **moteur** : le système fournit globalement du travail à l'extérieur ;
- Si la courbe est parcourue dans le sens trigonométrique, le cycle est **récepteur** : le système reçoit globalement du travail de l'extérieur.

Question 8 : Que dire du cycle quatre temps ? Est-ce cohérent ?

1.2 Propriétés générales des machines thermiques

On étudie dans cette partie un fluide quelconque au sein d'une machine thermique, dont l'évolution est cyclique.

1.2.1 Applications des deux principes sur un cycle

On suppose que le fluide au sein de la machine thermique est au contact de n thermostats $\mathbb{T}_1, \dots, \mathbb{T}_n$ de températures respectives T_1, \dots, T_n durant le cycle. On note Q_i la chaleur fournie du thermostat \mathbb{T}_i vers le fluide au cours d'un cycle et W le travail (pas forcément de pression !) reçu par le fluide au cours d'un cycle.

Question 9 : Quelle égalité entre W et les Q_i le premier principe impose-t-il au cours d'un cycle ?

Question 10 : Quelle inégalité liant les Q_i et les T_i le second principe impose-t-il au cours d'un cycle ?

Inégalité de Clausius

Si l'on note Q_i la chaleur fournie par un thermostat \mathbb{T}_i de température T_i au fluide au cours d'un cycle, on a :

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Le cas d'égalité n'arrive que pour un cycle réversible.

1.2.2 Impossibilité d'un moteur monotherme

Supposons qu'il n'y ait qu'un seul thermostat \mathbb{T}_0 de température T_0 .

Question 11 : Montrer que $Q_0 \leq 0$ et $W \geq 0$.

Question 12 : Interpréter ces résultats physiquement. Expliquer pourquoi un moteur monotherme ne peut exister.

Question 13 : Quelle machine thermique décrit-on ici ?

1.2.3 Machines dithermes

Une machine ditherme est constituée d'un fluide en contact avec deux thermostats. On appelle **source chaude** le thermostat de plus grande température T_C , et **source froide** le thermostat de plus faible température T_F .

On notera W le travail reçu par le fluide de l'extérieur, Q_C la chaleur reçue par la source chaude et Q_F la chaleur reçue par la source froide.

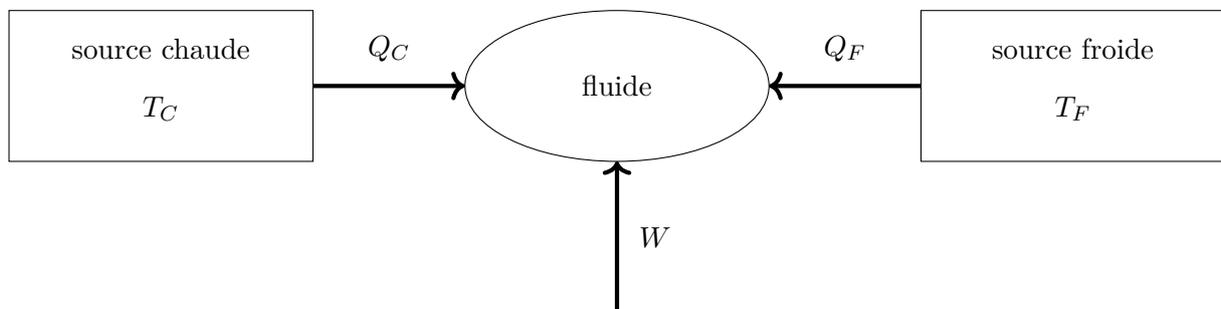


FIGURE 1.5 – Modélisation d'une machine ditherme.

Question 14 : Adapter les deux principes à un cycle ditherme.

On trace en figure 1.6 le diagramme de Raveau. Il correspond au tracé de Q_C en fonction de Q_F pour un cycle. Par le second principe, on a $Q_C \leq -\frac{T_C}{T_F} \times Q_F$. Le domaine où $Q_C > -\frac{T_C}{T_F} \times Q_F$ est donc impossible à atteindre.

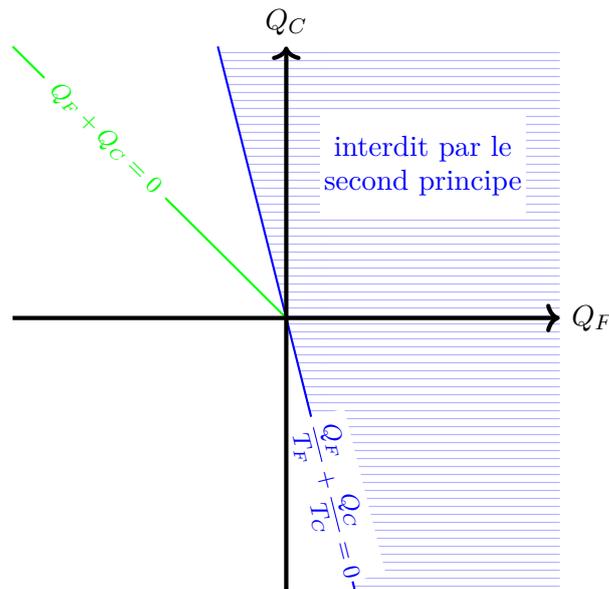


FIGURE 1.6 – Diagramme de Raveau.

Question 15 : Pour un cycle moteur, quel est le signe de W ? En déduire que $Q_C > -Q_F$. Placer alors le domaine des moteurs dithermes sur le diagramme de Raveau.

Question 16 : Quels sont les signes de W , Q_F et Q_C dans le reste du quadrant supérieur gauche ? À quoi cela correspond-il physiquement ? La machine est-elle utile ?

Question 17 : Mêmes questions pour le quadrant inférieur gauche.

Question 18 : Mêmes questions pour le domaine restant dans le quadrant inférieur droit.

1.3 Retour sur le cycle à quatre temps

Le cycle modélisé précédemment, appelé cycle de Beau de Rochas (ou cycle d'Otto), est représenté en figure 1.7.

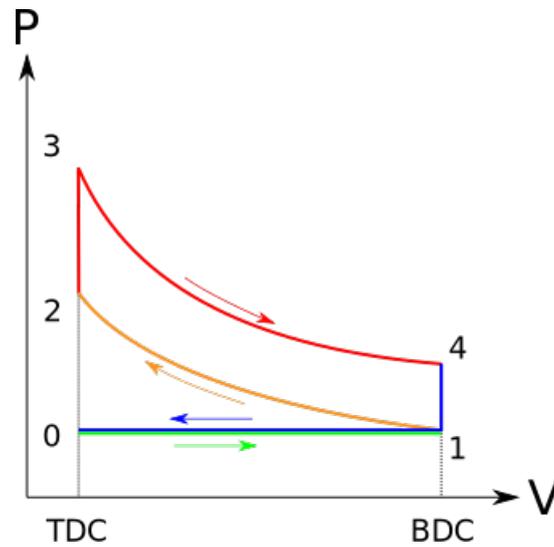


FIGURE 1.7 – Cycle de Beau de Rochas dans un diagramme de Clapeyron. TDC : *top dead center* (point mort haut) ; BDC : *bottom dead center* (point mort bas). Par Luc1992 — Travail personnel, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=41130463>

On suppose que le fluide du moteur à essence est constitué de $n = 1$ mol de gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,4$. On note $\alpha = \frac{V_{14}}{V_{23}} = 9$ le rapport volumétrique entre les isochores $2 \rightarrow 3$ et $4 \rightarrow 1$. Les températures du mélange en 1 et en 3 sont $T_1 = 293$ K et $T_3 = 1220$ K.

Question 19 : Déterminer les températures T_2 et T_4 , en supposant que les étapes $1 \rightarrow 2$ et $3 \rightarrow 4$ sont réversibles.

Question 20 : À quelles étapes du cycle 12341 le fluide reçoit-il/cède-t-il de la chaleur ? Indiquer sur la figure 1.7 les échanges thermiques réels $|Q_C|$ et $|Q_F|$ provenant de la source chaude et envoyés vers la source froide. Les exprimer en fonction des différentes températures ; les calculer également.

Question 21 : L'inégalité de Clausius est-elle vérifiée ?

Question 22 : Exprimer le travail W_{12} reçu à l'étape $1 \rightarrow 2$ et le travail W_{34} cédé à l'étape $3 \rightarrow 4$. En déduire le travail fourni W total ; faire l'application numérique.

Question 23 : Comparer $-W$ à $Q_C + Q_F$. Commenter.

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Tracer, en justifiant, l'allure d'une transformation isochore dans un diagramme de Clapeyron. Mêmes questions pour une transformation isobare, une transformation isotherme et une transformation adiabatique et réversible.
- Soit un fluide appartenant à une machine thermique au contact d'une source chaude et d'une source froide. Établir avec détail le lien entre Q_C , chaleur reçue de la part de la source chaude au cours d'un cycle, Q_F , chaleur reçue de la part de la source froide au cours d'un cycle, et W , travail reçu au cours d'un cycle.
- Rappeler l'inégalité de Clausius, en expliquant à quoi correspondent chacun des termes. Quand arrive le cas d'égalité ?

Chapitre 2 : Performance d'une machine thermique

🔑 Objectifs :

- Prévoir les signes de transferts d'énergie.
- Écrire un bilan énergétique pour un cycle ditherme.
- Définir le rendement d'un moteur.
- Définir le coefficient de performance (CoP) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
- Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement.
- Majorer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) des machines dithermes cycliques.

✍ **Au concours ATS** : Aux écrits en 2023, 2021, 2020, 2018. Tombe régulièrement aux oraux.

2.1 Performance d'une machine thermique

Une « bonne » machine thermique transfère beaucoup d'énergie désirée pour une très faible dépense d'énergie. On mesure donc la performance d'une machine thermique à l'aide du rapport :

$$\text{performance} = \frac{|\text{transfert énergétique désiré}|}{|\text{transferts énergétiques dépensés}|}$$

Pour un moteur, la performance est souvent notée η , et appelée rendement.

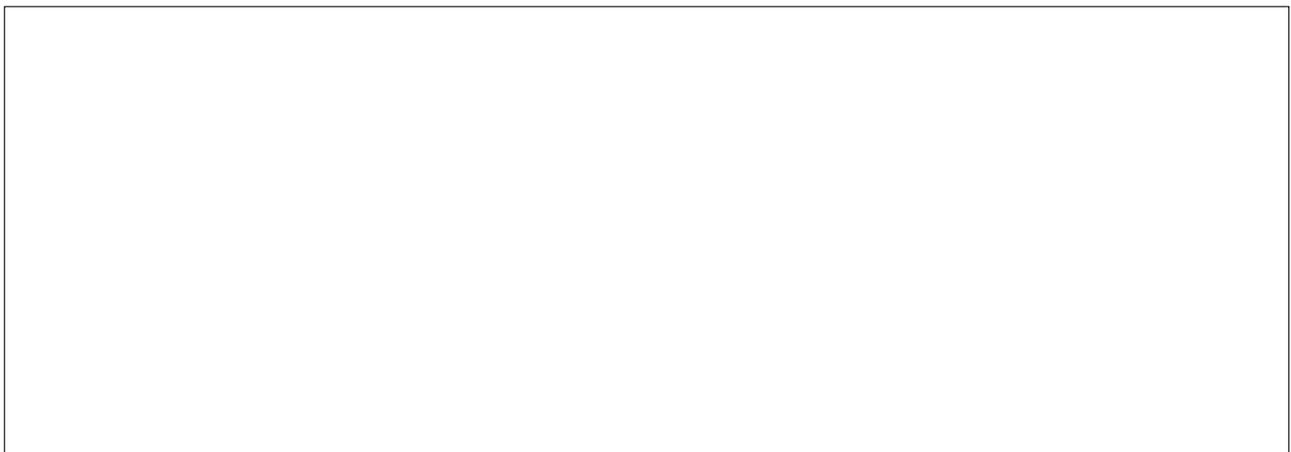
Pour une machine frigorifique ou une pompe à chaleur, la performance est souvent notée CoP (coefficient de performance) ou e (efficacité).

2.2 Moteur ditherme

Moteur ditherme

Un **moteur ditherme** est une machine thermique qui convertit une part de la chaleur s'écoulant de la source chaude vers la source froide en travail mécanique.

Question 1 : Tracer une modélisation du moteur en représentant les échanges en valeur absolue. Donner le signe réel de chaque échange.



Question 2 : Quelle grandeur en sortie du moteur est utile ? Quelle grandeur sert à l'alimenter ? En déduire l'expression du rendement η d'un moteur thermique.

Rendement d'un moteur ditherme

Le rendement η d'un moteur ditherme est défini par :

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_C|} = -\frac{W}{Q_C}$$

Question 3 : En utilisant le premier principe pour réexprimer W , puis le second principe pour réexprimer $\frac{Q_F}{Q_C}$, en déduire une expression pour le rendement maximal du moteur thermique.

Rendement de Carnot d'un moteur ditherme

Le rendement d'un moteur ditherme est toujours inférieur à $\eta_{\text{Carnot}} \triangleq 1 - \frac{T_F}{T_C}$.

Question 4 : Montrer que le rendement de Carnot est toujours compris entre 0 et 1.

2.3 Machine frigorifique

Machine frigorifique

Une **machine frigorifique** est une machine thermique qui reçoit du travail pour transférer la chaleur de la source froide (l'intérieur d'un réfrigérateur ou d'une pièce à rafraîchir) vers la source chaude (l'extérieur).

Question 5 : Tracer une modélisation de la machine frigorifique en représentant les échanges en valeur absolue. Donner le signe réel de chaque échange.

Question 6 : Quelle grandeur est utile pour l'utilisateur ? Quelle grandeur sert à alimenter la machine ? En déduire l'expression du CoP d'une machine frigorifique.

Coefficient de performance d'une machine frigorifique

Le **CoP d'une machine frigorifique** est défini par :

$$\text{CoP}^{\text{MF}} = \frac{|Q_F|}{|W|} = \frac{Q_F}{W}$$

Question 7 : En utilisant le premier principe pour réexprimer W , puis le second principe pour réexprimer $\frac{Q_C}{Q_F}$, en déduire une expression pour le CoP maximal de la machine frigorifique.

CoP de Carnot d'une machine frigorifique

Le CoP d'une machine frigorifique est toujours inférieur à $\text{CoP}_{\text{Carnot}}^{\text{MF}} \triangleq \frac{T_F}{T_C - T_F}$.

☛ *Remarque :* Le CoP d'une machine frigorifique peut être inférieur ou supérieur à 1. Cela ne signifie pas que l'on crée de l'énergie ! En effet, le travail n'est pas converti en chaleur : il aide seulement à la déplacer de la source froide vers la source chaude, ce qui est bien plus simple.

2.4 Pompe à chaleur (PAC)

Pompe à chaleur

Une **pompe à chaleur** est une machine thermique qui reçoit du travail pour injecter la chaleur de la source froide vers la source chaude.

Question 8 : Tracer une modélisation de la pompe à chaleur en représentant les échanges en valeur absolue. Donner le signe réel de chaque échange.

Question 9 : Quelle grandeur est utile pour l'utilisateur ? Quelle grandeur sert à alimenter la machine ? En déduire l'expression du CoP d'une pompe à chaleur.

Coefficient de performance d'une pompe à chaleur

Le CoP d'une pompe à chaleur est défini par :

$$\text{CoP}^{\text{PAC}} = \frac{|Q_C|}{|W|} = -\frac{Q_C}{W}$$

Question 10 : En utilisant le premier principe pour réexprimer W , puis le second principe pour réexprimer $\frac{Q_F}{Q_C}$, en déduire une expression pour le CoP maximal de la pompe à chaleur.

CoP de Carnot d'une pompe à chaleur

Le CoP d'une pompe à chaleur est toujours inférieur à $\text{CoP}_{\text{Carnot}}^{\text{PAC}} \triangleq \frac{T_C}{T_C - T_F}$.

👉 *Remarque :* Même remarque que pour la machine frigorifique.

Complément sur le cycle de Carnot

Pour s'approcher des performances maximales, il faut accéder au cas d'égalité dans l'inégalité de Clausius, c'est-à-dire au cas de réversibilité pour chaque étape. On a donc quatre étapes :

$A \rightarrow B$ Le fluide est au contact de la source chaude : évolution isotherme à la température $T_1 (\triangleq T_C)$;

$B \rightarrow C$ Le fluide passe de T_1 à $T_2 (\triangleq T_F)$ de manière réversible. Il ne peut pas y avoir de transfert de chaleur (qui est une transformation irréversible) lors de cette étape : évolution adiabatique de T_1 vers T_2 ;

$C \rightarrow D$ Le fluide est au contact de la source froide : évolution isotherme à la température T_2 ;

$D \rightarrow A$ Le fluide passe de T_2 à T_1 de manière réversible : évolution adiabatique de T_2 vers T_1 .

Ce cycle est appelé cycle de Carnot (figure 2.1). C'est l'unique cycle qui permet d'obtenir les meilleures performances pour une machine thermique.

Cependant, ce dispositif présente peu d'intérêt en pratique. Effectivement, un cycle de Carnot est forcément décrit de manière quasi-statique, donc par des mouvements infiniment lents. Une machine utilisant ce cycle fournit alors une énergie $\Delta \mathcal{E}$ en une durée Δt infinie : la puissance $\mathcal{P} = \frac{\Delta \mathcal{E}}{\Delta t}$ est donc nulle...

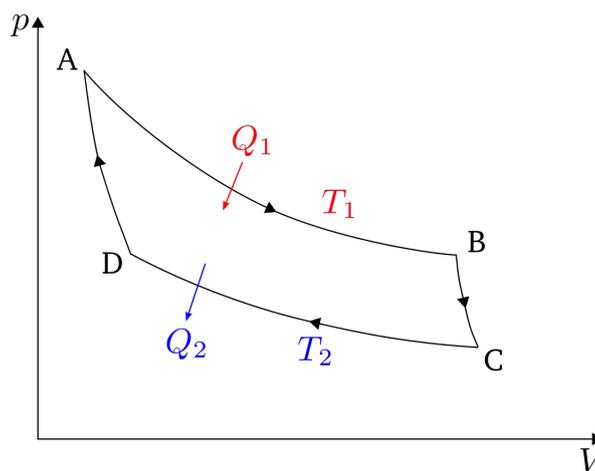


FIGURE 2.1 – Cycle de Carnot.

Nous allons démontrer que le cycle de Carnot, parcouru dans le sens moteur, est bien le cycle permettant une performance maximale.

On note n la quantité de gaz parfait (indice adiabatique γ) parcourant le cycle et $\alpha = \frac{T_1}{T_2}$.

Question 11 : Exprimer V_C en fonction de V_B , α et γ . De même, exprimer V_D en fonction de V_A , α et γ . En déduire que $\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$. On note β ce rapport.

Question 12 : Exprimer Q_1 et Q_2 en fonction de n , R , T_1 , T_2 et β .

Question 13 : Montrer que l'égalité de Clausius est vérifiée (et pas l'inégalité...). Qu'en conclut-on ?

Question 14 : Exprimer W en fonction de Q_1 et Q_2 . Montrer alors que le rendement η est égal à celui de Carnot.

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Définir ce qu'est un moteur ditherme. Tracer une représentation schématique d'une telle machine, en faisant également figurer les échanges énergétiques réels (c'est-à-dire en valeur absolue). Déterminer alors l'expression du rendement d'un moteur ditherme.
- À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius, montrer que le rendement d'un moteur ditherme est majoré par $1 - \frac{T_F}{T_C}$, où T_F et T_C sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude.
- Définir ce qu'est une machine frigorifique. Tracer une représentation schématique d'une telle machine, en faisant également figurer les échanges énergétiques réels (c'est-à-dire en valeur absolue). Déterminer alors l'expression du CoP d'une machine frigorifique.
- À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius, montrer que le CoP d'une machine frigorifique est majoré par $\frac{T_F}{T_C - T_F}$, où T_F et T_C sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude.
- Définir ce qu'est une pompe à chaleur. Tracer une représentation schématique d'une telle machine, en faisant également figurer les échanges énergétiques réels (c'est-à-dire en valeur absolue). Déterminer alors l'expression du CoP d'une pompe à chaleur.
- À l'aide du premier principe de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius, montrer que le CoP d'une pompe à chaleur est majoré par $\frac{T_C}{T_C - T_F}$, où T_F et T_C sont les températures respectives de la source froide et de la source chaude.

Chapitre 3 : Structure d'une machine thermique

📌 Objectifs :

- Utiliser des grandeurs massiques ; définir le travail indiqué massique sur les parties mobiles.
- Définir un système ouvert en écoulement stationnaire.
- Appliquer le premier principe en système ouvert.
- Décrire les différents organes des machines (détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion).
- Prévoir les signes des transferts d'énergie.
- Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement.

✍ **Au concours ATS** : Aux écrits en 2023, 2021, 2020, 2018. Tombe régulièrement aux oraux.

3.1 Introduction aux systèmes mésoscopiques

3.1.1 Échelles d'étude d'un système

Dans un fluide, les molécules sont libres de se déplacer. On appelle **libre parcours moyen**, noté ℓ_p , la distance moyenne parcourue par les molécules d'un fluide entre deux chocs successifs :

- Dans un liquide, où les molécules sont au contact les unes des autres, on a $\ell_p \sim 10^{-10}\text{m}$;
- Dans un gaz à pression et température ambiantes, les molécules peuvent se déplacer avant de subir un choc sur des distances correspondant à plusieurs centaines de fois leurs tailles. On a donc $\ell_p \sim 10^{-7}\text{m}$.

Lorsque l'on veut étudier un fluide, il se pose alors la question de l'échelle d'étude. Doit-on étudier ce qu'il se passe dans un volume **microscopique** de l'ordre de ℓ_p^3 , où seuls quelques molécules tout au plus sont contenues ? Ou bien dans un volume **macroscopique** d'échelle (sur-)humaine de l'ordre¹ de L^3 ?

La réponse est comprise entre les deux : on va étudier à l'échelle **mésoscopique**. C'est une échelle intermédiaire de volume ℓ^3 tel que $\ell_p \ll \ell \ll L$. Un volume de cet ordre de grandeur est suffisamment petit à l'échelle macroscopique pour pouvoir être considéré comme ponctuel, et contient toutefois suffisamment de molécules pour que l'on puisse effectuer des moyennes statistiques.

3.1.2 Grandeurs massiques

Dans de nombreuses machines industrielles, les fluides ne sont pas conservés au cours du temps. Par exemple, on peut faire entrer de l'air chaud, utiliser l'énergie thermique pour la convertir en chaleur puis en travail utile, et relâcher l'air refroidi. Cet air refroidi ne sera a priori pas réutilisé, sauf s'il revient d'une manière ou d'une autre en étant réchauffé.

Ainsi, si l'on étudie l'air en tant que système thermodynamique, les frontières sont assez floues : où les commencer et où les finir ?

Pour remédier à ce problème, on s'intéresse souvent aux grandeurs massiques. Par exemple, on ne cherchera pas à calculer la chaleur que peut apporter l'air de manière générale, mais plutôt la chaleur qu'un kilogramme d'air peut apporter.

Sous quelques hypothèses (régime permanent, essentiellement), on peut alors en déduire le gain en énergie cinétique d'un kilogramme d'air, la perte d'énergie potentielle d'un kilogramme d'air, etc.

Certaines grandeurs peuvent cependant dépendre du point de mesure : elles ne sont pas homogènes (par exemple : vitesse d'un fluide). On choisit alors un volume mésoscopique pour les définir localement ;

1. $L \sim 10^{-1}\text{m}$ pour une flaque ; $L \sim 10^2$ à 10^3m pour un lac...

par exemple, la masse volumique d'un fluide en un point M correspond au quotient de la masse δm par le volume mésoscopique δV encerclant le point M : $\rho(M) = \frac{\delta m}{\delta V}$.

Grandeur massique

Soit une grandeur X extensive associée à une substance. On appelle grandeur massique x le rapport de cette grandeur par unité de masse de ladite substance :

$$x = \frac{X}{m}$$

Si la grandeur X n'est pas homogène, on définit localement la grandeur massique $x(M)$ par :

$$x(M) = \frac{\delta X_M}{\delta m_M}$$

où δX_M est la grandeur infinitésimale du volume mésoscopique associé au point M , et δm_M sa masse.

Question 1 : Définir et exprimer l'énergie cinétique massique et l'énergie potentielle de pesanteur massique.

Question 2 : Définir et exprimer l'énergie interne massique et l'enthalpie massique.

Question 3 : Définir et exprimer le volume massique. Établir son lien avec la masse volumique.

3.2 Bilan d'énergie en système ouvert

3.2.1 Description du problème

Étudions un fluide pouvant entrer et sortir librement d'une machine thermique. On définit le système d'étude comme le fluide remplissant le compartiment ainsi qu'une petite portion en entrée. Si l'on attend une durée infinitésimale dt , ce fluide va se déplacer vers la sortie.

On note $\Sigma_{E \rightarrow S}(t)$ le système propre à l'enceinte à l'instant t , et $\Sigma_E(t)$ le méso-système contenu en entrée à l'instant t et $\Sigma_S(t + dt)$ le méso-système contenu en sortie à l'instant $t + dt$. Ainsi :

$$\Sigma = \Sigma_E(t) \cup \Sigma_{E \rightarrow S}(t) = \Sigma_{E \rightarrow S}(t + dt) \cup \Sigma_S(t + dt)$$

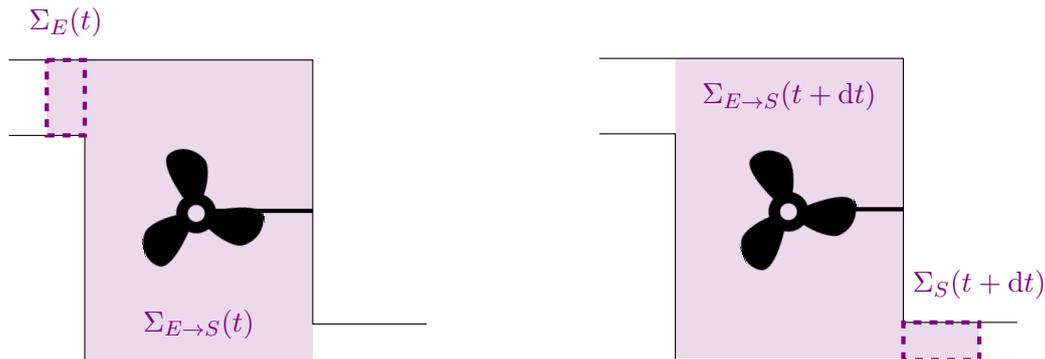


FIGURE 3.1 – Définition du système. Gauche : à l'instant t ; droite : à l'instant $t + dt$.

On fait l'importante hypothèse d'écoulement stationnaire, ce qui signifie que les grandeurs ne dépendent pas du temps (on est en régime permanent).

On note :

- S_E la section du tuyau d'entrée et S_S la section du tuyau de sortie ;
- $\mathcal{E}(t)$ l'énergie du système $\Sigma_{E \rightarrow S}(t)$;
- $\delta\mathcal{E}_E$ l'énergie de $\Sigma_E(t)$ et $\delta\mathcal{E}_S$ l'énergie de $\Sigma_S(t + dt)$;
- δm_E la masse de $\Sigma_E(t)$ et δm_S la masse de $\Sigma_S(t)$;
- $e_E = \frac{\delta\mathcal{E}_E}{\delta m_E}$ l'énergie massique de $\Sigma_E(t)$ et $e_S = \frac{\delta\mathcal{E}_S}{\delta m_S}$ l'énergie massique de $\Sigma_S(t)$;
- $\mathcal{E}^*(t)$ l'énergie totale du système Σ à l'instant t .

3.2.2 Adaptation du premier principe à un système ouvert

Question 4 : Exprimer $\mathcal{E}^*(t)$ en fonction notamment de $\mathcal{E}(t)$ et e_E , puis $\mathcal{E}^*(t + dt)$ en fonction notamment de $\mathcal{E}(t + dt)$ et e_S .

Question 5 : En écoulement stationnaire, quel lien peut-on faire entre $\mathcal{E}(t)$ et $\mathcal{E}(t + dt)$? Montrer également que $\delta m_E = \delta m_S \triangleq \delta m$.

Question 6 : En appliquant le premier principe à Σ , montrer que l'on a $\delta m(e_S - e_E) = \delta W + \delta Q$, où δW et δQ sont respectivement le travail et la chaleur apportés à Σ pendant δt .

Question 7 : En déduire que $\Delta(e_c + e_p + u) = w + q$, où chaque grandeur en minuscule représente la grandeur massique associée ($w = \frac{\delta W}{\delta m}$, etc.).

Une partie du travail w est lié au transfert de masse et donné au fluide pour ce transfert (on le « pousse » pour qu'il avance). Il est d'usage de différencier ce travail de transfert w_p du reste du travail, appelé travail « utile » w_u (c'est celui qui va permettre de faire tourner une turbine, par exemple). On écrit donc :

$$w = w_p + w_u$$

On rappelle que $w = \frac{\delta W}{\delta m}$, et donc $w_p = \frac{\delta W_p}{\delta m}$. En exprimant δW_p , on peut donc exprimer w_p .

Question 8 : Exprimer le travail élémentaire δW_E apporté au fluide pour se déplacer en entrée en fonction de p_E , pression en entrée, et de δV_E , volume déplacé en entrée.

Question 9 : De même, exprimer le travail élémentaire δW_S cédé par le fluide en sortie pour se déplacer en fonction de p_S , pression en sortie, et de δV_S , volume déplacé en sortie.

Question 10 : Exprimer δW_p en fonction de δW_S et δW_E . En déduire que $w_p = -\Delta(pv)$, où $v = \frac{\delta V}{\delta m}$ est le volume massique en entrée ou en sortie.

Question 11 : Réinjecter cette expression de w_p dans celle de la question 4 pour en déduire une équation sur e_c , e_p , h (enthalpie massique), w_u et q .

Premier principe de la thermodynamique en système ouvert

Soit un fluide caractérisé en entrée et en sortie par son énergie cinétique massique e_c , son énergie potentielle massique e_p et son enthalpie massique h . On a alors, en régime permanent :

$$\Delta(e_c + e_p + h) = q + w_u$$

où q est la chaleur massique absorbée par le fluide et w_u le travail massique utile (parfois noté w_i pour « travail massique indiqué ») apporté au fluide.

On peut réécrire explicitement cette loi sous la forme :

$$(e_c(S) - e_c(E)) + (e_p(S) - e_p(E)) + (h(S) - h(E)) = w_u + q$$

où les indices E et S se réfèrent respectivement aux états du fluide en entrée et en sortie de la machine. C'est le **premier principe de la thermodynamique en système ouvert**.

3.2.3 Lien avec la puissance

L'étude d'une machine thermique en système ouvert n'est pas la même pour l'utilisateur et le producteur. En effet, ce dernier ne doit répondre qu'à un besoin de puissance : si le consommateur veut davantage d'énergie, il n'a qu'à attendre plus longtemps !

Débit massique

Le débit massique \mathcal{D}_m d'un fluide en écoulement correspond à la masse se déplaçant en une unité de temps :

$$\mathcal{D}_m = \frac{\delta m}{\delta t}$$

Pour une installation en régime stationnaire, le débit massique ne dépend pas de l'endroit où on le mesure.

Question 12 : Montrer que $\mathcal{D}_m \times w_u$ et $\mathcal{D}_m \times q$ correspondent respectivement à la puissance utile et à la puissance thermique reçues par le fluide.

Réécriture du premier principe de la thermodynamique en système ouvert

Soit un fluide caractérisé en entrée et en sortie par son énergie cinétique massique e_c , son énergie potentielle massique e_p et son enthalpie massique h . On a alors, en régime permanent :

$$\mathcal{D}_m \times \Delta(e_c + e_p + h) = \mathcal{P}_{\text{th}} + \mathcal{P}_u$$

où \mathcal{P}_{th} est la puissance thermique absorbée par le fluide et \mathcal{P}_u la puissance utile apportée au fluide.

☛ *Remarque :* En thermodynamique industrielle, on a dans la plupart des cas² Δe_p et Δe_c négligeables devant Δh .

2. Voir DM pour une idée des ordres de grandeur.

3.3 Description de quelques organes de machines thermiques

Une machine thermique est constituée d'organes ayant différents rôles. On note w_u le travail massique utile et q la quantité de chaleur massique qu'ils peuvent recevoir.

3.3.1 Détendeur et compresseur



FIGURE 3.2 – Gauche : détendeur ; droite : compresseur.

Un **détendeur** (figure 3.2) est un dispositif calorifugé permettant d'abaisser la pression d'un fluide entre son entrée et sa sortie. On en retrouve sur les bouteilles de gaz, de plongée...

Le mode de fonctionnement est généralement fondé sur le principe de ralentissement du fluide lors de la détente (voir figure 3.3). Un frittage poreux permet de ne libérer le fluide sous haute pression par petits volumes, ce qui diminue la pression en sortie.

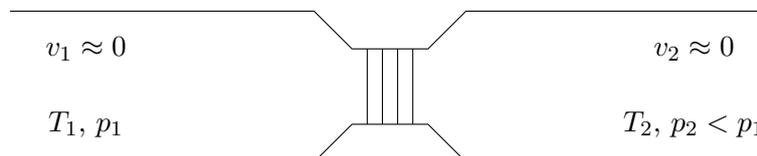


FIGURE 3.3 – Ralentissement d'un fluide par un détendeur.

Les vitesses très loin en amont et en aval du détendeur sont considérées comme quasi-nulles, même si elles augmentent en approchant le frittage poreux. On considère que les parois du détendeur sont calorifugées.

Question 13 : Y a-t-il des parties mobiles dans le détendeur ? En déduire les valeurs de w_u et q .

Question 14 : Que valent Δe_c et Δe_p ? En déduire que la réaction est isenthalpique ($h = \text{cste}$).

Un **compresseur** (figure 3.2) a le rôle opposé d'un détendeur : c'est un dispositif actif qui augmente la pression d'un fluide. Une de ses utilités est de pouvoir stocker des gaz sous forme liquide mais à température ambiante. Il faut l'alimenter (en général électriquement), d'où $w_u > 0$. Le fonctionnement explicite est donné en figure 3.4.

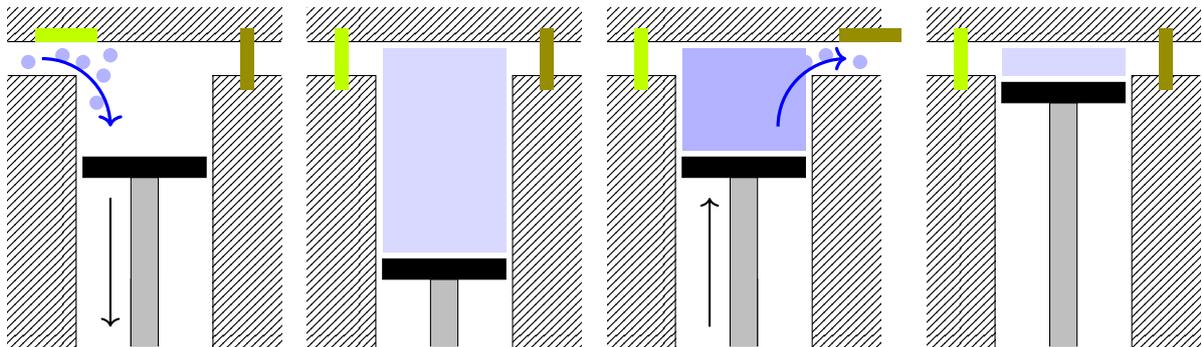


FIGURE 3.4 – Fonctionnement d'un compresseur. De gauche à droite : admission du gaz (descente) ; fermeture de la soupape d'admission (point mort bas) ; compression, ouverture de la soupape d'échappement et échappement du gaz (montée) ; fermeture de la soupape d'échappement (point mort haut). Il s'agit d'un cycle : on repart ensuite à la première image pour l'admission d'un nouveau gaz, après avoir ouvert la soupape d'admission.

3.3.2 Condenseur et évaporateur

Les **condenseurs** et **évaporateurs** (figure 3.5) sont souvent présents sous forme de canalisations en serpentín, au contact d'un thermostat, dans lesquels on cherche à provoquer la liquéfaction d'un gaz ou la vaporisation d'un liquide. Les changements d'état nécessitant des transferts de chaleur, on a nécessairement $q \neq 0$.

Question 15 : Quel est le signe de q pour un condenseur? Pour un évaporateur? Justifier.

Ces éléments sont généralement couplés avec des détendeurs et compresseurs (voir figure 3.6 pour l'exemple d'une machine frigorifique).

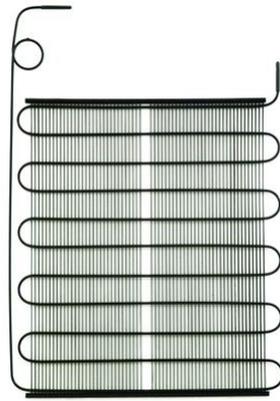


FIGURE 3.5 – Condenseur-évaporateur (serpentin), associé à des ailettes de (traits verticaux) permettant de meilleurs échanges de chaleur.

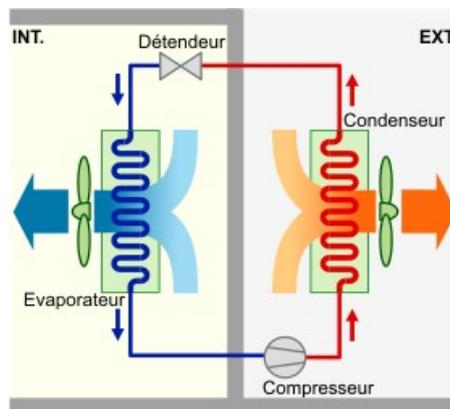


FIGURE 3.6 – Fonctionnement schématique d’une machine frigorifique.

3.3.3 Turbine

Une **turbine** (figure 3.7) est un dispositif servant à extraire du travail d’un écoulement. Une éolienne est un type de turbine.



FIGURE 3.7 – Turbine.

Question 16 : Quel est le signe de w_u ? Justifier.

Question 17 : On considère un écoulement d'air horizontal, de section constante, permettant de faire tourner une turbine. La vitesse du fluide est en amont $v_1 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; elle est divisée par deux en aval de la turbine. Sachant que l'air est considéré comme un gaz parfait, qu'il n'y a pas de variation sensible de température et que l'ensemble est calorifugé, que vaut le travail utile w_u ?

3.3.4 Chambre de combustion

Une chambre de combustion est un dispositif dans lequel le fluide reçoit de la chaleur suite à une réaction chimique.

Question 18 : Quel est le signe de q ? Justifier.

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Donner les expressions du premier principe industriel (ou premier principe appliqué à un système ouvert) en termes d'énergie et en termes de puissance. On donnera les significations physiques et unités de chacune des grandeurs, ainsi que toutes les hypothèses de travail.
- Décrire ce que sont un détendeur, un compresseur, une turbine, un condenseur, un évaporateur et une chambre de combustion. Donner les signes de w_u et q dans chacun des cas.

Chapitre 4 : Diagrammes thermodynamiques

📌 Objectifs :

- Calculer ou exploiter un titre massique en vapeur.
- Exploiter les diagrammes (T, s) , (h, s) et (p, h) .
- Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement.

✍ **Au concours ATS** : Aux écrits en 2023, 2021, 2020, 2018.

4.1 Motivation

Jusqu'à présent, nous avons modélisé les liquides et les gaz respectivement par des phases condensées idéales et des gaz parfaits. Cependant, ces modélisations ne sont pas toujours satisfaisantes :

- La pression et la température ont un effet sur les propriétés des liquides ;
- Les hautes pressions et basses températures ont un effet sur les propriétés des gaz (les interactions molécules ne sont plus négligeables) ;
- Lors d'un changement d'état, aucun des deux modèles n'est adapté.

Le but de ce chapitre est d'étudier des fluides réels *via* des diagrammes thermodynamiques, tout en conservant les équations maîtresses de la thermodynamique (le premier et le second principe).

4.2 Diagramme des frigoristes

Diagramme des frigoristes (ou diagramme (p, h))

Le diagramme des frigoristes d'un équilibre liquide-gaz consiste à tracer la pression p (en échelle logarithmique) d'un système diphasé en fonction de son enthalpie massique h : on parle donc souvent de diagramme (p, h) ou $(\log(p), h)$.

On aperçoit, sur ce diagramme (voir page suivante), une courbe en cloche :

- Le côté gauche de cette courbe représente l'état où la première bulle de vapeur peut se former : c'est **la courbe d'ébullition** ($x_\ell = 1$ et $x_v = 0$) ;
- Le côté droit de cette courbe représente l'état où la première goutte de liquide peut se former : c'est **la courbe de rosée** ($x_\ell = 0$ et $x_v = 1$) ;
- L'intérieur de la cloche représente l'**équilibre liquide-vapeur**.

Le sommet de la cloche représente le point critique C , où la vapeur et le liquide commencent à être confondus.

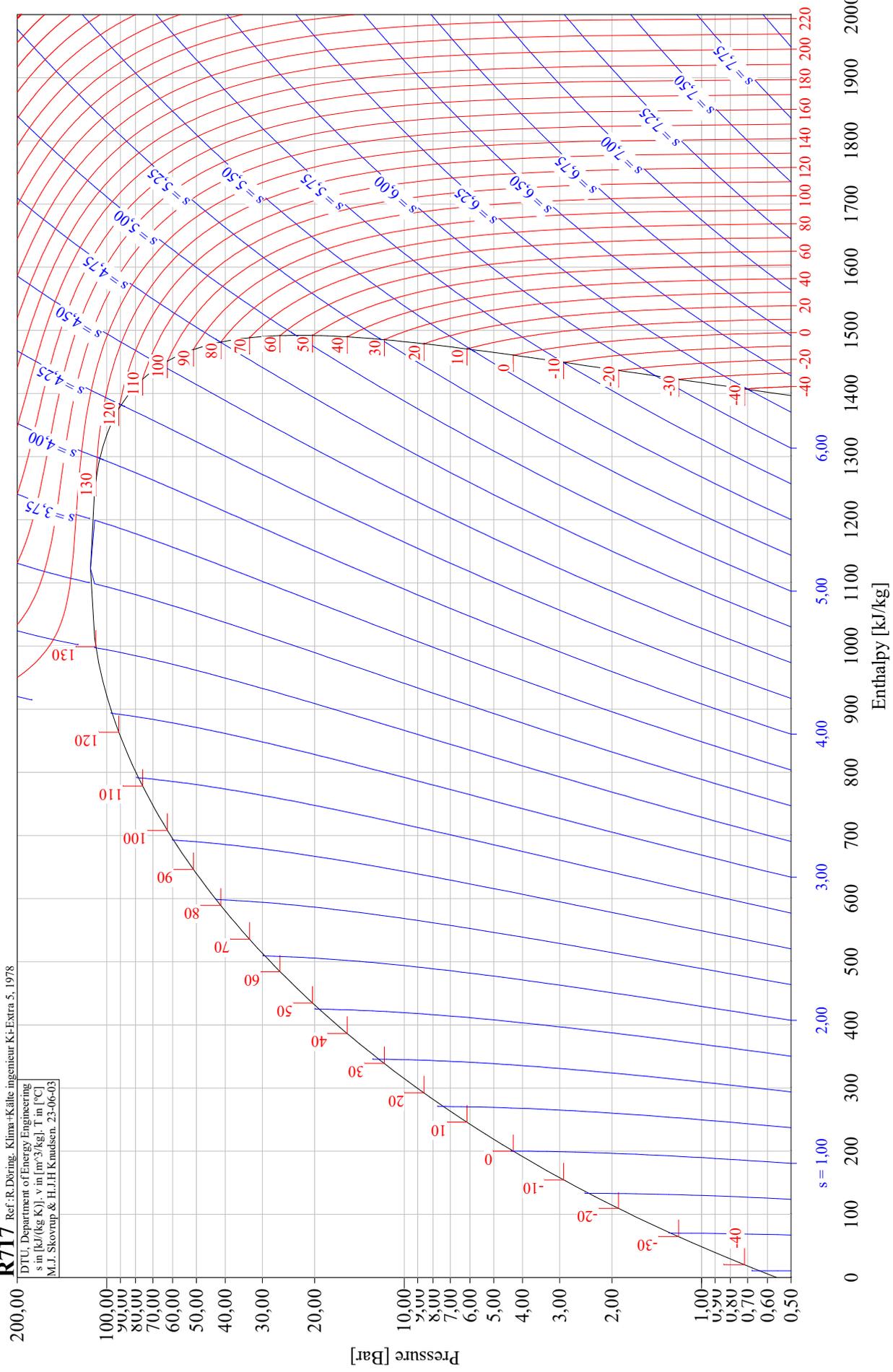
Sont également présentes des isothermes $T = \text{cste}$ commençant et finissant horizontalement dans le domaine de l'équilibre liquide-vapeur et des isentropiques $s = \text{cste}$.

Les unités de chacune des grandeurs sont généralement données soit sur les axes, soit dans un encadré du diagramme (ici : en haut à gauche).

R717

Ref.: R. Döring, Klima-Kälte Ingenieur Ki-Extra 5, 1978

DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg K)], v in [m³/kg], T in [°C]
M.J. Skovrup & H.L.H. Knudsen, 23-06-03



Question 1 : Que peut-on dire des isothermes dans le domaine du mélange liquide-vapeur ? Commenter.

Question 2 : À quoi peuvent servir les isentropiques lorsque l'on étudie un cycle thermodynamique ?

Le cycle frigorifique utilisé par de nombreuses machines frigorifiques à ammoniac est le suivant (voir figure 4.1) :

1. Le fluide sort de l'évaporateur sous forme de vapeur saturante sèche à l'état A à la température $T_A = 263 \text{ K}$;
2. Il subit, dans le compresseur, une compression adiabatique réversible qui l'amène à l'état B , de pression $p_B = 10,0 \text{ bar}$;
3. La vapeur subit dans le condenseur une transformation à pression constante : refroidissement jusqu'à la température $T_C = 298 \text{ K}$, puis liquéfaction totale à cette température (état C) ;
4. Le liquide passe dans le détendeur et y subit une détente isenthalpique qui le ramène à la pression initiale p_A et à la température T_D (état D). La vaporisation du liquide se termine dans l'évaporateur pour un retour à l'état A .

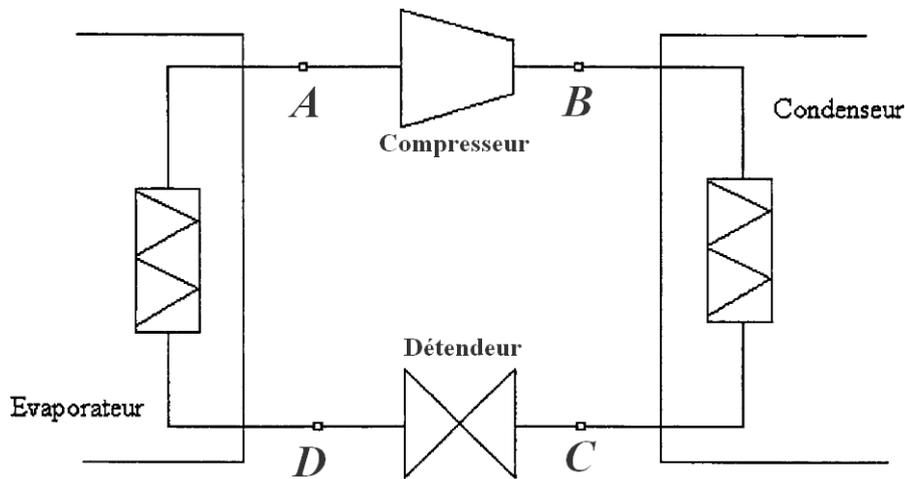


FIGURE 4.1 – Modélisation de la machine frigorifique.

Question 3 : Placer le point A sur le diagramme des frigorigènes de l'ammoniac. Que vaut p_A ?

Question 4 : Placer le point B ainsi que la courbe AB du cycle. Relever graphiquement T_B .

Question 5 : Placer le point C ainsi que la courbe BC du cycle. Déterminer graphiquement la chaleur échangée par le fluide avec l'extérieur. Commenter son signe.

Question 6 : Placer le point D ainsi que la courbe CD du cycle. Relever graphiquement T_D . Est-il étonnant que $T_D \neq T_C$ pour une transformation isenthalpique ?

Question 7 : Finir l'allure du cycle $ABCD A$.

4.3 Diagramme entropique

Diagramme entropique (ou diagramme (T, s))

Le diagramme entropique d'un équilibre liquide-gaz consiste à tracer la température T d'un système diphasé en fonction de son entropie massique s : on parle donc souvent de diagramme (T, s) .

On aperçoit, sur ce diagramme, une courbe en cloche :

- Le côté gauche de cette courbe représente l'état où la première bulle de vapeur peut se former : c'est **la courbe d'ébullition** ($x_\ell = 1$ et $x_v = 0$) ;
- Le côté droit de cette courbe représente l'état où la première goutte de liquide peut se former : c'est **la courbe de rosée** ($x_\ell = 0$ et $x_v = 1$) ;
- L'intérieur de la cloche représente l'**équilibre liquide-vapeur**.

Le sommet de la cloche représente le point critique C , où la vapeur et le liquide commencent à être confondus.

Sont également présentes des isobares $p = \text{cste}$ commençant et finissant horizontalement dans le domaine de l'équilibre liquide-vapeur et des isenthalpiques $h = \text{cste}$.

Les unités de chacune des grandeurs sont généralement données soit sur les axes, soit dans un encadré du diagramme (ici : en haut à gauche).

Question 8 : Que peut-on dire des isobares sous la cloche ?

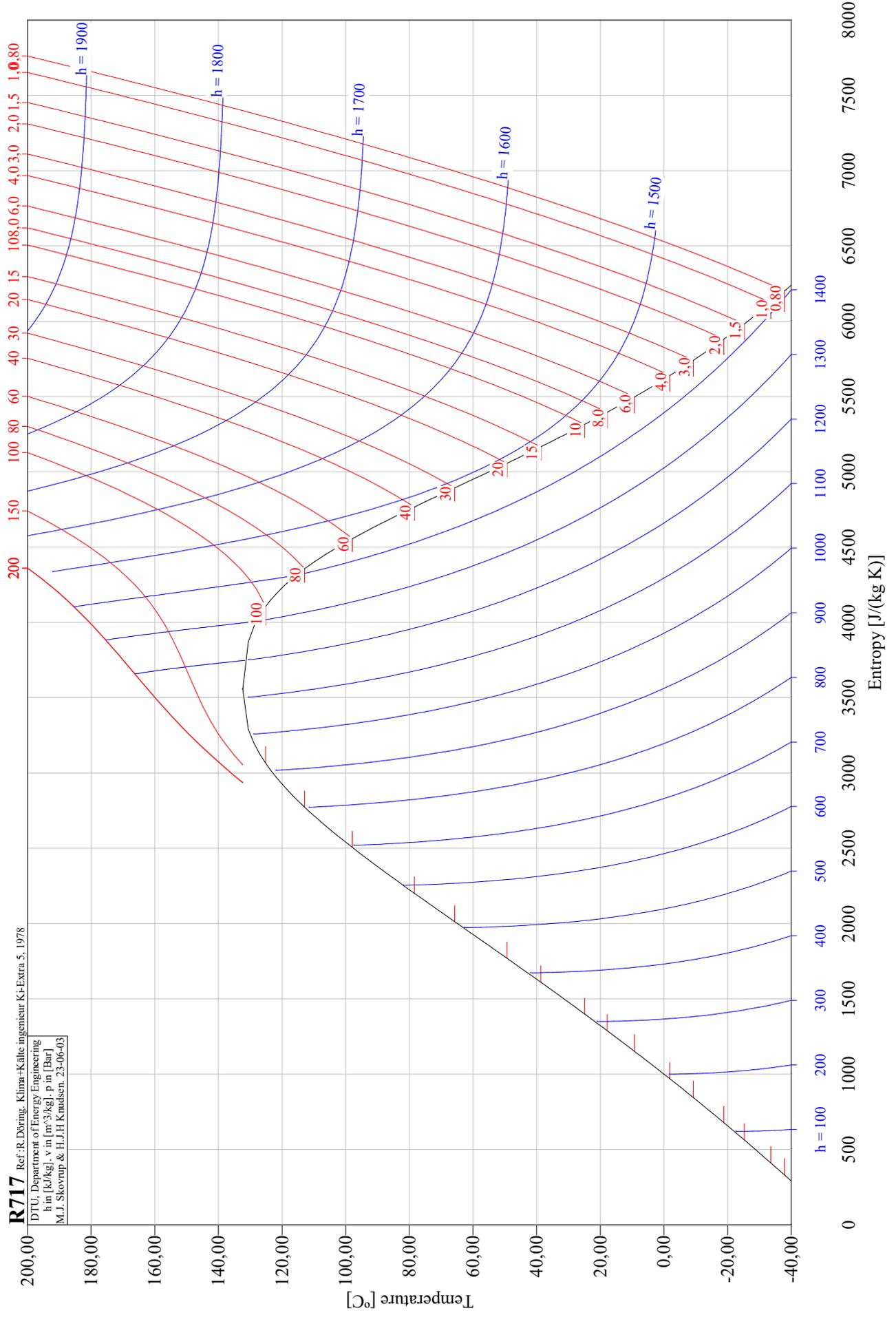
Question 9 : Pourquoi les isobares sont-elles proches les unes des autres près de la courbe d'ébullition ?

Question 10 : Tracer l'allure du cycle ABCDA donné dans la première partie. Justifier l'intérêt de ce type de diagramme pour un cycle contenant des processus adiabatiques réversibles.

R717

Ref.: R. Döring, Klima-Kälte ingenieur Kf-Extra 5, 1978

DTU, Department of Energy Engineering
h in [kJ/kg], v in [m³/kg], p in [Bar]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen, 23-06-03



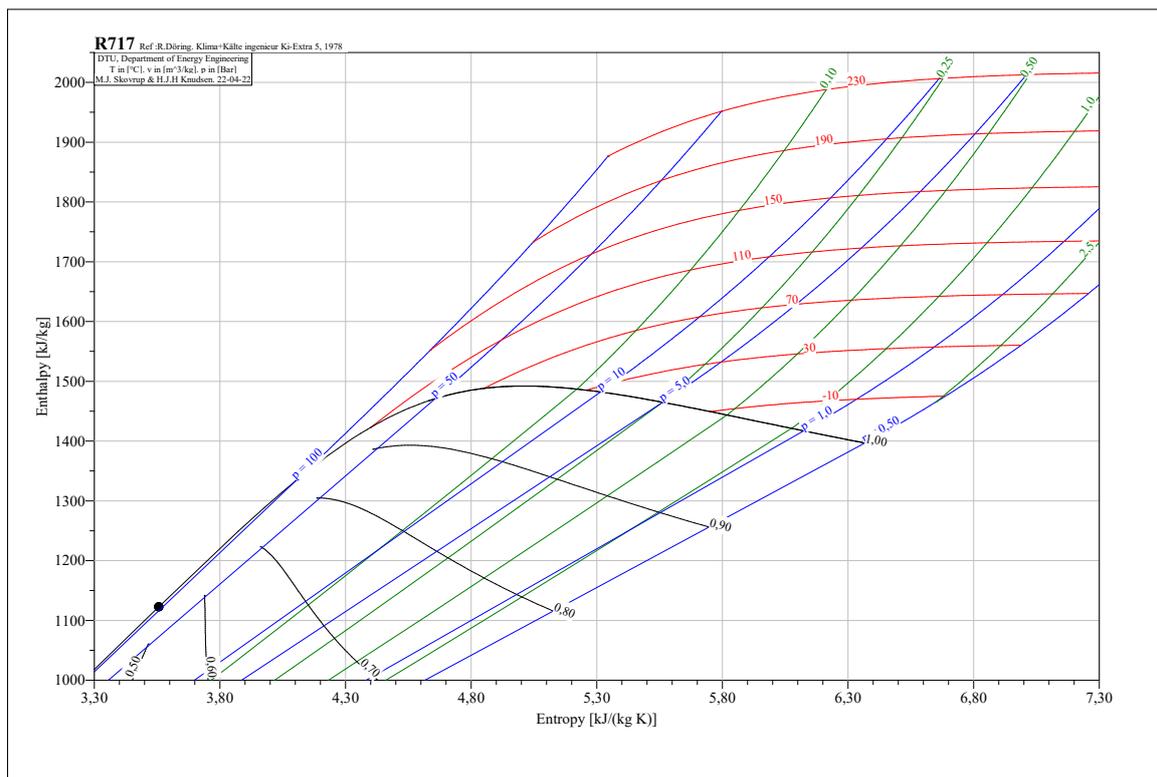
4.4 Diagramme de Mollier

Diagramme de Mollier (ou diagramme (h, s))

Le diagramme de Mollier d'un équilibre liquide-gaz consiste à tracer l'enthalpie massique h d'un système diphasé en fonction de son entropie massique s : on parle donc souvent de diagramme (h, s) .

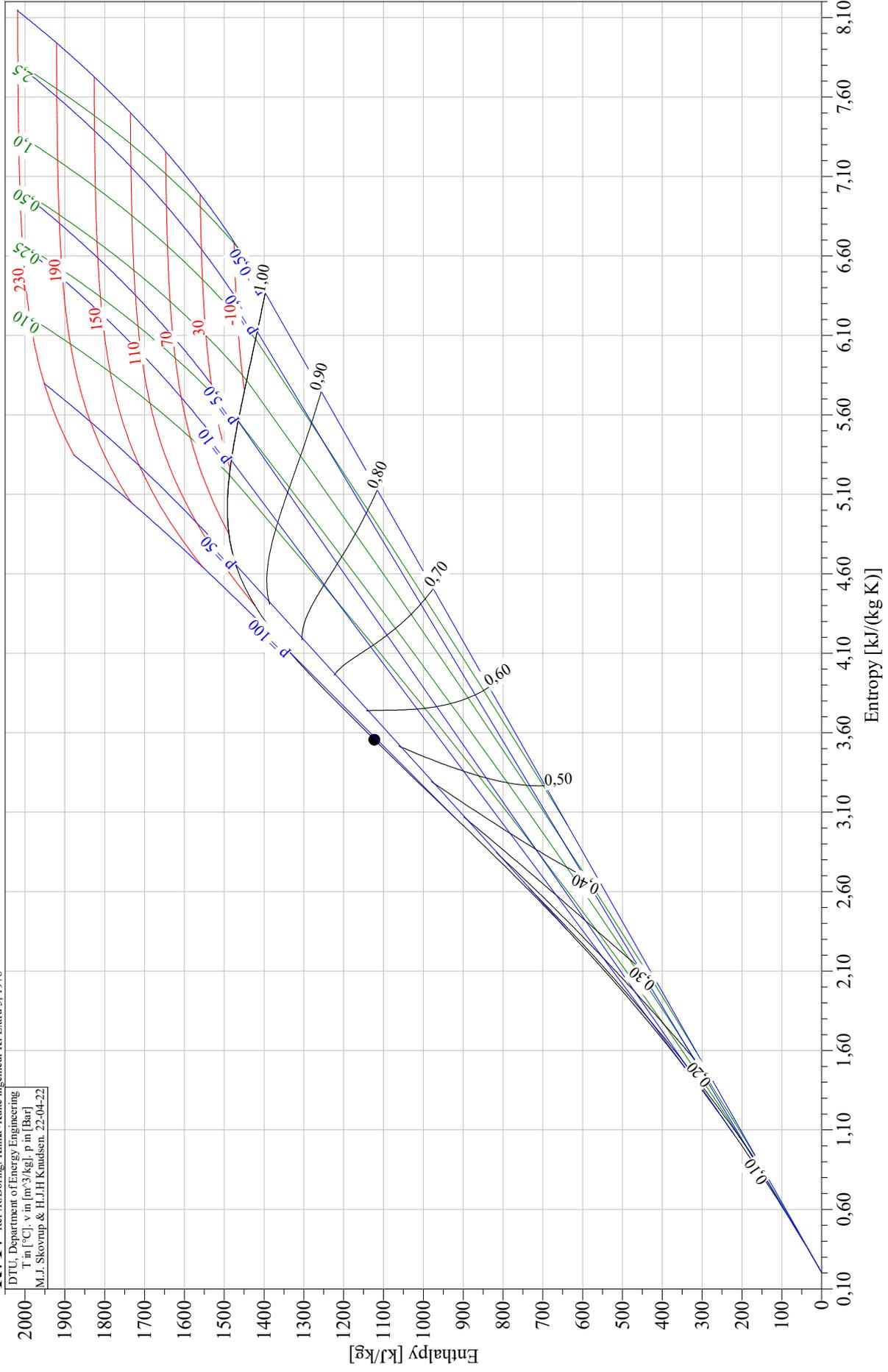
Certaines valeurs d'enthalpie massique et d'entropie massique sont incompatibles : le diagramme n'est donc pas « plein », mais seulement tracé entre deux isobares extrêmes. Sous la cloche sont présentes des isobares et des isothermes (confondues avec les isobares au niveau de l'équilibre liquide-vapeur). Le point critique est quant à lui représenté par un point •.

Il est fréquent de se limiter à un diagramme partiel où le point critique • est placé proche de l'axe des ordonnées (voir figure ci-dessous). Seule la portion proche de la courbe de rosée apparaît alors ; on parle parfois du domaine surchauffé (*superheated area*) pour mentionner le gaz au-delà de la courbe de rosée.



R717 Ref.: R. Döring, Klima-Kälte ingenieur Ki-Extra 5, 1978

DTU, Department of Energy Engineering
T in [°C], v in [m³/kg], p in [Bar]
M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen, 22-04-22



4.5 Application au CoP d'un cycle

On rappelle que, pour une machine frigorifique, on a $\text{CoP} = \frac{Q_f}{W}$ avec Q_f la chaleur reçue par l'ammoniac de la part de la source froide et W le travail « coûteux » perçu au cours du cycle par l'ammoniac. Ce CoP est majoré par $\frac{T_f}{T_c - T_f}$ avec T_f la température de la source froide et T_c celle de la source chaude.

On rappelle également le premier principe industriel, valable entre l'entrée et la sortie d'un organe, lorsque l'on néglige les variations d'énergie cinétique et potentielle :

$$\Delta h = w_u + q$$

où w_u représente le travail massique utile (celui des pièces mobiles) et q la chaleur massique échangée.

Question 11 : Justifier que l'on puisse écrire $\text{CoP} = \frac{q_{BC}}{w_{AB}}$.

Question 12 : À la lumière du premier principe industriel, donner les valeurs de q_{BC} et w_{AB} . En déduire la valeur du coefficient de performance.

Question 13 : Que valent T_f et T_c ? Calculer le CoP^{\max} ; commenter.

4.6 Théorème des moments

Question 14 : Soit $H(T)$ l'enthalpie totale du système liquide-gaz à l'équilibre à la température T . Exprimer $H(T)$ en fonction de m_ℓ , m_v , $h_\ell(T)$ (enthalpie massique du liquide pur à la température T) et $h_v(T)$ (enthalpie massique de la vapeur pure à la température T).

Question 15 : Diviser l'équation par m . En utilisant le fait que $x_v = 1 - x_\ell$, exprimer alors x_ℓ en fonction de $h \triangleq \frac{H}{m}$, h_ℓ et h_v .

Théorème des moments pour un diagramme (p, h)

Soit un corps pur à l'équilibre liquide-gaz. Si l'on connaît la valeur h de l'enthalpie massique de ce système, on peut en déduire sa composition :

- Le titre massique en liquide vaut $x_\ell = \frac{h_v - h}{h_v - h_\ell}$;
- Le titre massique en vapeur vaut $x_v = \frac{h - h_\ell}{h_v - h_\ell}$.

☛ *Remarque :* Ce théorème est utile car si l'on note M le point courant, L le point correspondant à l'état liquide pur et V celui correspondant à l'état vapeur pure, on a alors $x_\ell = \frac{MV}{LV}$ et $x_v = \frac{ML}{LV}$.

On peut démontrer ces mêmes résultats pour les autres diagrammes pour chacune des grandeurs massiques :

Théorème des moments pour un diagramme (T, s)

Soit un corps pur à l'équilibre liquide-gaz. Si l'on connaît la valeur de l'entropie massique s de ce système, on peut en déduire sa composition :

- Le titre massique en liquide vaut $x_\ell = \frac{s_v - s}{s_v - s_\ell}$;
- Le titre massique en vapeur vaut $x_v = \frac{s - s_\ell}{s_v - s_\ell}$.

Théorème des moments pour un diagramme (h, s)

Soit un corps pur à l'équilibre liquide-gaz. Si l'on connaît la valeur de l'enthalpie massique h ou l'entropie massique s de ce système, on peut en déduire sa composition :

- Le titre massique en liquide vaut $x_\ell = \frac{h_v - h}{h_v - h_\ell} = \frac{s_v - s}{s_v - s_\ell}$;
- Le titre massique en vapeur vaut $x_v = \frac{h - h_\ell}{h_v - h_\ell} = \frac{s - s_\ell}{s_v - s_\ell}$.

Question 16 : Déterminer le titre massique en vapeur x_D à l'aide du diagramme des frigoristes, puis à l'aide du diagramme entropique.

Questions de cours

À cocher quand vous savez y répondre par vous-même...

- Énoncer et démontrer le théorème des moments (par exemple pour l'enthalpie).
- Tracer l'allure du diagramme des frigoristes (p, h) , en faisant apparaître la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les domaines du gaz, du liquide et du mélange liquide-vapeur et une courbe isotherme.
- Tracer l'allure du diagramme entropique (T, s) , en faisant apparaître la courbe de rosée, la courbe d'ébullition, les domaines du gaz, du liquide et du mélange liquide-vapeur et une courbe isobare.