

# SCIENCES PHYSIQUES

ATS – LYCÉE LOUIS ARMAND


---


## Thème 2 : Systèmes thermodynamiques


### Travaux dirigés

---

Exercice faisant uniquement appel à des outils mathématiques \_\_\_\_\_  $\sqrt{x}$

Exercice facile et/ou proche du cours \_\_\_\_\_ 

Exercice accessible mais demandant du recul sur le cours et/ou sur les outils mathématiques \_\_\_\_\_ 

Exercice complexe, de par son côté calculatoire et/ou astucieux \_\_\_\_\_ 

Il est normal de « bloquer » sur les **exercices** : personne ne s'attend à ce que vous sachiez les faire en cinq minutes seulement. Il faut cependant persévérer, avoir le cours à côté afin de voir si un raisonnement similaire a déjà été abordé, et ne pas hésiter à parler avec vos camarades ou votre professeur.

Les **problèmes** sont issus d'annales de concours et/ou d'examens. Ils sont au moins aussi importants à aborder que les exercices, car ils sont les plus proches (en terme de rédaction et de questions « bout-à-bout ») de ce que vous aurez en devoir surveillé ainsi qu'au concours.

# Chapitre 1 : De l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Calculer un paramètre avec l'équation du gaz parfait	1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7
Associer la modification de la température à la variation d'énergie interne	1.3

## Questions de cours

- Définir ce qu'est une grandeur extensive ; donner deux exemples. Définir ce qu'est une grandeur intensive ; donner deux exemples.
- Que représente physiquement l'énergie interne d'un système ?
- En quoi consiste le modèle de la phase condensée idéale (ou phase condensée incompressible et indilatable) ? Donner l'expression de l'énergie interne d'une phase condensée idéale en fonction notamment de sa capacité thermique massique à volume constant  $c_V$ .
- En quoi consiste le modèle du gaz parfait ? Rappeler l'équation d'état associée, ainsi que les noms et unités SI de chacune des grandeurs.
- Donner l'expression de l'énergie interne d'un gaz parfait en fonction notamment de sa capacité thermique molaire à volume constant  $C_{V,m}$ . Quel est le lien entre  $C_{V,m}$  et  $c_V$ , capacité massique à volume constant du même gaz ?
- Donner le volume de 5 mol de gaz parfait à pression de 3 bar et à température de 27 °C.

## Exercices

### 1.1 Surfaces et volumes

1. Convertir les surfaces suivantes :
  - (a) 1 mm<sup>2</sup> en m<sup>2</sup> ;
  - (b) 20 mm<sup>2</sup> en cm<sup>2</sup> ;
  - (c) 0,15 m<sup>2</sup> en mm<sup>2</sup> ;
  - (d) 150 cm<sup>2</sup> en m<sup>2</sup>.
2. Convertir les volumes suivants :
  - (a) 12 L en m<sup>3</sup> ;
  - (b) 300 mm<sup>3</sup> en mL ;
  - (c) 0,220 m<sup>3</sup> en cL ;
  - (d) 68 cL en cm<sup>3</sup>.

### 1.2 Loi des gaz parfaits

Dans tout cet exercice, les gaz seront supposés parfaits.

1. Quel est le volume occupé par une tonne d'air dans les conditions atmosphériques normales ( $p_0 = 1 \text{ bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$  et  $T = 20 \text{ °C}$ ). On donne  $M_{\text{air}} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  la masse molaire de l'air.
2. Quel volume de propane occuperait le contenu d'une citerne de 500 L sous pression de 100 bar à 25 °C, s'il se libérait dans l'atmosphère à la même température ?
3. On note  $p_0 = 1 \text{ bar}$  la pression atmosphérique. Soit un ballon de gaz sphérique de rayon  $r = 5,0 \text{ cm}$  au niveau de la mer. Plongé 10 m sous la surface de l'eau, le ballon se rétrécit jusqu'à un rayon  $r' = 3,97 \text{ cm}$ . En déduire la pression de l'eau à cette profondeur. On suppose la température constante et uniforme, et on admet que le volume d'une sphère de rayon  $R$  est  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .
4. Soit une mole de gaz emprisonné dans un ballon infiniment souple soumis à la pression constante de l'atmosphère  $p_0$  et initialement à la température  $T_0$ . On chauffe lentement le système. Représenter l'allure de la courbe  $V = f(T)$ .

### 1.3 Variations d'énergie

Pour les problèmes suivants, établir la variation d'énergie totale  $\Delta\mathcal{E}$ . Pour les valeurs numériques, utilisez ce que vous savez du quotidien et reprenez les capacités thermiques du cours.

1. Une casserole remplie d'eau liquide, initialement à température ambiante, est portée à une température de  $90^\circ\text{C}$ ;
2. Une météorite de 80 kg en fer traverse l'atmosphère. À l'impact au sol, elle a une température d'environ  $1000^\circ\text{C}$  et une vitesse de  $200\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ ;
3. Un glaçon à  $-30^\circ\text{C}$  est lancé contre un mur à la vitesse du son. Cela le fait passer à une température de  $-2^\circ\text{C}$ ;
4. Un ressort de raideur  $k = 10\text{ SI}$ , initialement à température ambiante, est plongé dans un bain d'eau liquide. Lorsque l'eau est bouillante, le ressort s'est allongé de 2 cm. La longueur à vide est de 10 cm.

### 1.4 Masse volumique d'un gaz

1. Expliquer pourquoi il est plus difficile de mesurer la masse volumique d'un gaz que celle d'un liquide ou d'un solide.
2. Soit un gaz parfait. Montrer que l'on peut réécrire son équation d'état sous la forme :  $M \times p = \mu \times R \times T$ , où  $\mu$  est sa masse volumique et  $M$  sa masse molaire.
3. En déduire la valeur de la masse volumique de l'air dans les conditions normales de pression et de température, sachant que  $M_{\text{air}} = 29\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ .
4. Lié à la raréfaction du dioxygène, le *soroche* (ou mal aigu des montagnes) touche les personnes effectuant un séjour à haute altitude, sans acclimatation préalable.
  - (a) Déterminer la masse volumique de l'air à  $15^\circ\text{C}$  pour une altitude de 3810 m.
  - (b) Exprimer sous la forme d'un pourcentage la variation de la quantité de dioxygène occupant un litre d'air au niveau du lac Titicaca (Bolivie, altitude de 3810 m). On admet que le dioxygène compose l'air à une hauteur de 20% (4 molécules de diazote pour une molécule de dioxygène).

### 1.5 Transformations d'un gaz

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par  $p_0 = 2 \times 10^5\text{ Pa}$  et  $V_0 = 14\text{ L}$ . On fait subir successivement à ce gaz les transformations suivantes :

- une détente à pression constante qui double son volume ( $A \rightarrow B$ );
- une compression à température constante qui le ramène à son volume initial ( $B \rightarrow C$ );
- un refroidissement à volume constant qui le ramène à l'état initial ( $C \rightarrow A$ ).

À quelle température  $T_{BC}$  s'effectue la compression  $B \rightarrow C$ ? Faire l'application numérique. En déduire la pression maximale atteinte.

### 1.6 Poussée d'un piston

Soit un cylindre vertical de rayon  $R = 3\text{ cm}$  bouché en son extrémité basse. L'air l'emplissant est considéré comme parfait. Un piston, de surface  $S = \pi R^2$ , empêche l'air intérieur de sortir.

Initialement, le piston est à la position telle que le volume intérieur vaut  $V_0 = 500\text{ mL}$ . On note  $p$  la pression à l'intérieur du cylindre et  $p_{\text{atm}} = 1\text{ bar}$  la pression atmosphérique. La température initiale est  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ .

1. Calculer la hauteur initiale de la colonne d'air intérieure au cylindre.
2. Expliquer pourquoi, si le piston est à l'équilibre, on a alors  $p = p_{\text{atm}}$ .
3. Calculer la quantité  $n$  d'air dans le cylindre. Évoluera-t-elle au cours du temps?

On ajoute progressivement du sable sur le haut du piston. La masse de sable ajouté dépend du temps; on la note  $m(t)$ . On rappelle que la force de pesanteur (c'est-à-dire le poids) d'un objet de masse  $M$  est  $M \times g$ , avec  $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

4. Exprimer la pression  $p_{\text{ext}}$  qu'exerce le piston sur l'air en fonction de  $m(t)$ ,  $g$ ,  $p_{\text{atm}}$  et  $S$ .

5. On suppose que le sable est ajouté suffisamment lentement pour que  $p = p_{\text{ext}}$  pour tout  $t$ . Exprimer  $V(t)$ , volume intérieur au cylindre en fonction du temps, puis  $h(t)$ .
6. On a  $m(t) = \alpha \times t$  avec  $\alpha = 10 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$ . Au bout de quelle durée  $t_{1/2}$  la hauteur de la colonne d'air est-elle divisée par deux ?
7. Le modèle du gaz parfait est-il valide si  $t \rightarrow \infty$  ? Expliquer.

## 1.7 Pompe à vélo

On cherche à remplir une bouteille de plongée de volume  $V_b$  avec une pompe à vélo. On considère que le remplissage se fait à température constante.

Le volume maximal de la pompe est  $V_{\text{max}}$  ; son volume minimale est  $V_{\text{min}}$ . Initialement, la bouteille de gaz a une pression égale à la pression atmosphérique  $p_0$ .

Dans tout l'exercice, l'air est un gaz parfait.

1. On considère, pour commencer, que  $V_{\text{min}} = 0$ , c'est-à-dire que l'on peut vider complètement la pompe.
  - (a) Détailler les différentes étapes du fonctionnement de la pompe. Faire des schémas.
  - (b) On fait un aller retour avec la pompe. Déterminer la quantité  $\Delta n$  de gaz qui rentre dans la bouteille.
  - (c) Déterminer alors la valeur de la pression, de la température et du volume de la bouteille.
  - (d) Combien de fois faut-il actionner la pompe pour obtenir une pression égale à  $2 \times p_0$  ?
2. On prend en compte le volume minimal de la pompe.
  - (a) Quelle est la pression maximale que l'on peut instaurer dans la pompe ?
  - (b) La bouteille étant sous la pression  $p_b$ , on remplit puis on vide la pompe. Quelle pression règne dans l'ensemble { bouteille + pompe } ? Que se passe-t-il lorsqu'on retire le piston ?

## Indications et éléments de réponse

### 1.4 Masse volumique d'un gaz

2. La masse molaire est définie par  $n = \frac{m}{M}$  et la masse volumique par  $\mu = \frac{m}{V}$ .

### 1.5 Transformations d'un gaz

Faire un schéma « bloc par bloc » faisant figurer la pression, la température et le volume du gaz à chaque état, en précisant bien la nature de chaque transformation par une flèche.

### 1.6 Poussée d'un piston

1. La surface d'un disque de rayon  $R$  est  $S = \pi R^2$ .
3. Loi des GP.
5. Loi des GP.

### 1.7 Pompe à vélo

1.
  - (c) La variation de pression est due à l'ajout de quantité de matière.
2.
  - (a) Utiliser le fait que la transformation est isotherme.

# Chapitre 2 : Transferts d'énergie d'un système thermodynamique

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir le travail et le transfert thermique	2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8

## Questions de cours

- Donner l'expression du travail élémentaire des forces de pression  $\delta W_p^{\text{ext}}$  fourni par l'extérieur à un système thermodynamique. Comment l'interpréter physiquement (en particulier : son signe) ?
- Qu'est-ce qu'une transformation isochore ? Démontrer que l'expression du travail isochore des forces de pression est  $W_p^{\text{iso-V}} = 0$ .
- Qu'est-ce qu'une transformation monobare ? Démontrer que l'expression du travail monobare des forces de pression est  $W_p^{\text{mono-p}} = -p_{\text{ext}}(V_f - V_i)$ .
- Qu'est-ce qu'une transformation isotherme ? Démontrer que l'expression du travail isotherme des forces de pression d'un gaz parfait est  $W_p^{\text{iso-T,G.P}} = -nRT \times \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ .
- Énoncer le premier principe de la thermodynamique. Que représente-t-il physiquement ?
- Établir l'expression de  $Q$  pour une transformation isochore d'une phase condensée idéale ou d'un gaz parfait.

## Exercices

### 2.1 Détente de Joule et Gay-Lussac pour un gaz réel



On reprend l'exemple de la détente de Joule et Gay-Lussac du cours, en retirant l'hypothèse de gaz parfait.

L'expérience est réalisée avec de l'argon, assimilé à un gaz réel de Van der Waals d'énergie interne  $U = nc_{V,m}T - \frac{n^2a}{V}$  avec  $c_{V,m} = 12 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  et  $a$  une constante positive caractéristique du gaz étudié. Expérimentalement, on constate que la température du gaz diminue au cours de la détente :  $\Delta T = T_f - T_i = -5,4^\circ\text{C}$  pour  $V_1 = V_2 = 1,0 \text{ L}$  et  $n = 1,0 \text{ mol}$ .

En déduire la valeur de  $a$ .

### 2.2 Allures de quelques transformations sur un diagramme de Clapeyron



1. Rappeler la définition d'une transformation isochore. En déduire l'allure d'une transformation isochore sur un diagramme de Clapeyron.
2. Rappeler la définition d'une transformation isobare. En déduire l'allure d'une transformation isobare sur un diagramme de Clapeyron.
3. Rappeler la définition d'une transformation isotherme. En déduire l'allure d'une transformation isotherme d'un gaz parfait sur un diagramme de Clapeyron.

## 2.3 Deux modes de chauffage

Soit  $n = 10$  mol d'un gaz parfait, dont la capacité thermique molaire à volume constant est  $C_{V,m} = \frac{3}{2}R$ .

- On considère que le gaz est emprisonné dans un récipient indéformable et calorifugé. Exprimer puis calculer l'élévation de température subie par le gaz après qu'il a reçu un travail électrique  $W_{\text{élec}} = 1 \times 10^4$  J.
- On considère désormais que le gaz est emprisonné dans un ballon déformable (pression extérieure constante  $p_{\text{ext}} = 5$  bar) mais toujours calorifugé.
  - Montrer que le travail des forces de pression vaut  $W_p = -nR\Delta T$ .
  - Exprimer puis calculer l'élévation de température subie par le gaz après qu'il a reçu un travail électrique  $W_{\text{élec}} = 1 \times 10^4$  J, sachant que les états initial et final sont des états d'équilibre.

## 2.4 Bain tiède

On désire prendre un bain avec une eau dont la température est  $T = 32^\circ\text{C}$ . Le volume  $V$  de la baignoire est de 100 L, et on dispose, pour la remplir, d'un réservoir d'eau chaude à  $T_C = 60^\circ\text{C}$  et d'un réservoir d'eau froide à  $T_F = 18^\circ\text{C}$ .

On néglige toute perte thermique ainsi que la capacité thermique de la baignoire, et on choisit comme système toute l'eau liquide. La masse volumique de l'eau liquide est de  $1 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ .

- Exprimer l'énergie interne initiale  $U_i$  en fonction de  $m_F$  (masse initiale d'eau froide),  $m_C$  (masse initiale d'eau chaude),  $T_F$ ,  $T_C$  et  $c_V$  (capacité thermique massique de l'eau). De même exprimer  $U_f$  en fonction de  $m_F$ ,  $m_C$ ,  $T$  et  $c_V$ .
- Justifier que la transformation est isochore. Déterminer alors  $W$ . Que vaut  $Q$ ?
- On note  $M = m_F + m_C$  la masse totale d'eau. En appliquant le premier principe, déterminer  $m_C$ , puis  $m_F$ . Faire l'application numérique.

## 2.5 Gonflage d'un ballon

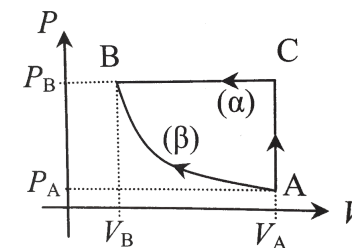
Soit un ballon, considéré comme une sphère dont le rayon  $R$  peut varier. Initialement, on a  $R_i = 3$  cm ; à l'état final, on a  $R_f = 13$  cm. L'air contenu dans le ballon est considéré comme un gaz parfait ; on rappelle que le volume d'une sphère de rayon  $R$  est  $\frac{4}{3}\pi R^3$ . La pression extérieure, considérée comme constante, est égale à  $p_{\text{ext}} = 1$  bar.

- Expliquer sans calcul pourquoi on peut considérer la transformation comme isotherme (pour la suite, on prendra  $T = 20^\circ\text{C}$ ).
- Pour quelle raison le volume du ballon augmente-t-il ?
- Exprimer puis calculer le travail des forces de pression entre l'instant initial et l'instant final.
- En déduire la quantité de chaleur  $Q$  dissipée vers l'atmosphère.

## 2.6 Deux chemins de transformation

On fait passer une quantité  $n$  de gaz parfait d'un état d'équilibre  $A$  ( $p_A, V_A, T_A$ ) à un autre état d'équilibre  $B$  ( $3p_A, V_B, T_B$ ) par deux chemins distincts :

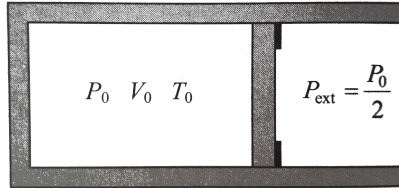
- $\alpha$  : isochore  $AC$  puis isobare  $CB$  ;
- $\beta$  : isotherme  $AB$ .



- Déterminer  $T_B$  et  $V_B$  en fonction de  $T_A$  et  $V_A$ .
- Déterminer les travaux  $W$  et transferts thermiques  $Q$  reçus par le gaz au cours des transformations  $\alpha$  et  $\beta$ . Commentaire ?

## 2.7 Détente d'un gaz parfait

Une quantité  $n$  d'un gaz parfait est enfermée dans un récipient aux parois parfaitement calorifugées ; l'une des parois est mobile horizontalement, sans frottement.



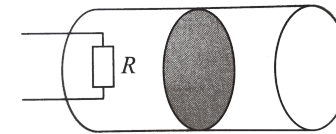
Dans l'état initial, la paroi est bloquée et le gaz occupe alors un volume  $V_0$ , à une température  $T_0$  et sous une pression  $p_0$ .

On débloque alors la paroi mobile et le gaz se détend spontanément, jusqu'à un nouvel état d'équilibre caractérisé par les paramètres  $V_1$ ,  $T_1$  et  $p_1$ . La pression de l'air extérieur est constante :  $p_{\text{ext}} = \frac{p_0}{2}$ . La capacité thermique à volume constant du gaz est  $C_V = \frac{5}{2}nR$ .

1. Déterminer la pression finale  $p_1$ .
2. En appliquant le premier principe, déterminer  $V_1$  et  $T_1$ .
3. Vérifier qu'il s'agit bien d'une détente. Le gaz s'est-il réchauffé ou refroidi ?

## 2.8 Transformations couplées

Un cylindre horizontal est séparé en deux parties par une paroi mobile. Le mouvement de la paroi s'effectue sans frottements. Le cylindre horizontal, ainsi que la paroi mobile (de masse et de capacité thermique négligeables), sont calorifugés et rigides. Les deux gaz contenus dans chacun des compartiments sont parfaits et identiques ; leur capacité thermique à volume constant est  $C_V = \frac{5}{2}nR$ , où  $R$  est la constante des gaz parfaits.



À partir d'un état initial identique pour chaque compartiment (pression  $p_0 = 1 \text{ bar}$ , température  $T_0 = 300 \text{ K}$  et volume  $V_0 = 1 \text{ L}$ ), on chauffe lentement le compartiment de gauche à l'aide d'une résistance  $r = 200 \Omega$ . Celle-ci est parcouru par un courant  $I = 0,1 \text{ A}$  pendant une durée  $\Delta t = 50 \text{ s}$ .

1. Quel est le lien entre  $p_g$  (pression à gauche) et  $p_d$  (pression à droite) à l'équilibre ?
2. Par conservation du volume, établir une relation entre  $V_g$  et  $V_d$ .
3. En appliquant la loi des gaz parfaits, établir une relation entre les grandeurs de gauche et une relation entre les grandeurs de droite.
4. Enfin, par application du premier principe au système { gaz de gauche + paroi mobile + gaz de droite }, établir une relation entre  $T_g$  et  $T_d$ .
5. On admet que  $T_d = 328 \text{ K}$ . Déterminer les valeurs de toutes les autres grandeurs.

————— **Indications et éléments de réponse** —————

## **2.2 Diagramme de Clapeyron**

1. Partir de la relation des gaz parfaits, en identifiant ce qui est constant au cours de la transformation.

## **2.3 Deux modes de chauffage**

Il suffit de bien exprimer le travail des forces de pression dans chacun des deux cas.

## **2.5 Gonflage d'un ballon**

3. Attention :  $n$  n'est pas constant, donc il ne suffit pas de prendre l'expression du travail isotherme des forces de pression (que l'on a supposé à  $n$  constant dans le cours).



# Chapitre 3 : Enthalpie d'un système thermodynamique

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Effectuer un bilan de matière lors d'une transformation chimique	3.1, 3.2, 3.3
Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique	3.1, 3.2
Calculer l'énergie récupérable lors d'un changement d'état d'un corps pur à pression constante	3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.5

## Questions de cours

- Donner la définition de l'enthalpie, puis l'expression du premier principe enthalpique. À quelle(s) condition(s) cette version du premier principe est-elle utilisable ?
- Donner l'expression de l'enthalpie d'une phase condensée idéale en fonction notamment de sa capacité thermique massique à pression constante  $c_p$ . Pour quelle raison peut-on dire que  $\Delta H \approx \Delta U$  (et donc que  $c_p = c_V = c$ ) ?
- Rappeler la relation de Mayer pour un gaz parfait et la définition de l'indice adiabatique. En déduire les expressions de  $C_V$  et  $C_p$  pour un gaz parfait.
- Établir le tableau d'avancement de la réaction  $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$ . Déterminer le réactif limitant, en supposant que l'on a initialement 4 mol de  $N_2$  et 1 mol de  $H_2$ .
- Rappeler la définition de l'enthalpie standard de réaction. Quelle est son unité, dans le système international ? Rappeler le lien avec la thermique d'une réaction (endothermie, exothermie, athermie).
- En quoi consiste la loi de Hess ? Tracer un diagramme de Hess associé à cette explication.

- Rappeler les trois états classiques de la matière ainsi que les noms de chacune des transformations physiques permettant d'accéder de l'un à l'autre. Que peut-on dire de la température d'un corps pur lorsqu'il change de phase ?
- Tracer le diagramme de phase d'un corps pur. Désigner les domaines du solide, du liquide et du gaz, ainsi que le point critique et le point triple (en donnant leurs définitions).
- Rappeler la définition de l'enthalpie de changement d'état. Quelle est son unité, dans le système international ? Comment interpréter son signe ?
- Rappeler les définitions des titres massiques en liquide  $x_\ell$ , en vapeur  $x_v$  et en solide  $x_s$  d'un corps pur. Montrer que la somme de ces trois quantités est égale à 1 ; commenter.

## Exercices

### 3.1 Combustion du monoxyde de carbone (1)

Déterminer la température maximale de la combustion isobare et adiabatique du monoxyde de carbone CO dans le cas suivant :  $n_{CO}^0 = 2 \text{ mol}$ ,  $n_{O_2}^0 = 1 \text{ mol}$  (il n'y a pas d'autre gaz dans l'enceinte).

**Données à 298 K :**

- Pour la réaction d'équation  $2CO_{(g)} + O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)}$ , on a une enthalpie standard de réaction égale à  $\Delta_r H^0 = -566 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;
- Capacités thermiques molaires à pression constante en  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  :  $c_{P,m}(CO_2) = 44,22$  ;  $c_{P,m}(O_2) = 29,96$  ;  $c_{P,m}(CO) = 29,31$ .

### 3.2 Combustion du monoxyde de carbone (2)

Déterminer la température maximale de la combustion isobare et adiabatique du monoxyde de carbone CO dans le cas suivant :  $n_{\text{CO}}^0 = 2 \text{ mol}$ ,  $n_{\text{O}_2}^0 = 2 \text{ mol}$  et présence d'une atmosphère inerte de diazote ( $n_{\text{N}_2} = 3 \text{ mol}$ ).

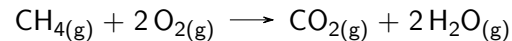
**Données à 298 K :**

- Pour la réaction d'équation  $2 \text{CO}_{(g)} + \text{O}_{2(g)} \longrightarrow 2 \text{CO}_{2(g)}$ , on a une enthalpie standard de réaction égale à  $\Delta_r H^0 = -566 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;
- Capacités thermiques molaires à pression constante en  $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  :  $c_{P,m}(\text{CO}_2) = 44,22$  ;  $c_{P,m}(\text{N}_2) = 28,58$  ;  $c_{P,m}(\text{O}_2) = 29,96$  ;  $c_{P,m}(\text{CO}) = 29,31$ .

### 3.3 Consommation en méthane (concours ATS 2023)



Dans le cas d'une centrale au gaz, le combustible brûlé est du méthane  $\text{CH}_{4(g)}$ , de masse molaire  $M = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ . La réaction de combustion s'écrit :



Son enthalpie standard de réaction à  $25^\circ\text{C}$  est  $\Delta_r H^0 = -800 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

1. Donner l'expression du transfert thermique  $Q$  libéré par la combustion isobare et isotherme d'une quantité de matière  $n_0$  de  $\text{CH}_{4(g)}$ .
2. La chaudière de la centrale doit produire 150 MW de puissance thermique. Établir alors l'expression de la quantité de matière  $n_0$  de  $\text{CH}_{4(g)}$  consommée dans la chaudière pour une heure de fonctionnement.
3. On prend  $n_0 = 7 \times 10^5 \text{ mol}$ . En déduire la valeur de la masse de méthane consommée pour une heure de fonctionnement.

### 3.4 Transpiration

1. Expliquer en quoi le fait de transpirer participe au refroidissement du corps.
2. Quel volume d'eau doit-on transpirer par jour pour débarrasser son corps des 75 W de puissance thermique produits par le métabolisme au repos ? On prendra une température de la peau égale à  $33^\circ\text{C}$  et l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau égale à  $2420 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
3. Commenter la dernière valeur, sachant que le corps humain évacue environ 0,5 L de transpiration par jour.

### 3.5 Fusion d'un bloc de glace

À la pression atmosphérique normale, un bloc de glace de 4 kg, initialement à  $0^\circ\text{C}$ , se met à fondre par une température ambiante de  $8^\circ\text{C}$  (température que prendra l'eau de fusion).

On donne l'enthalpie massique de fusion de la glace :  $\Delta_{\text{fus}} h = 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et la capacité thermique massique de l'eau :  $c = 4,18 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$ . Par ailleurs, on indique que la glace occupait un volume initial de  $4,4 \text{ dm}^3$ .

1. Calculer la variation d'enthalpie  $\Delta H$  du système.
2. Calculer le travail échangé  $W$ . Commentaire ?

### 3.6 Vaporisation d'eau

1. Calculer la variation d'enthalpie d'un kilogramme d'eau liquide à 100 °C, que l'on vaporise sous la pression atmosphérique.
2. En utilisant la relation entre énergie interne et enthalpie, calculer la variation d'énergie interne correspondante. On assimilera la vapeur d'eau à un gaz parfait.
3. Quelle quantité de chaleur faut-il fournir à un litre d'eau à 25 °C pour la transformer en vapeur à 100 °C, sous la pression atmosphérique ?

#### Données :

- Enthalpie massique de vaporisation de l'eau :  $\Delta_{\text{vap}}h = 2,26 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$  ;
- Masse volumique de l'eau liquide à 100 °C :  $958 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  ;
- Masse molaire de l'eau :  $M = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;
- Volume molaire de la vapeur d'eau à 100 °C et sous pression atmosphérique :  $V_m = 30,6 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;
- Capacité thermique massique de l'eau :  $c = 4185 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

### 3.7 Refroidir son whisky

La stéatite est une roche très tendre, principalement composée de talc. D'un point de vue physique, elle est résistante mais suffisamment molle pour être façonnée à l'aide d'outils simples.

Ces roches possèdent une capacité thermique élevée, et peuvent servir d'alternative aux glaçons pour refroidir les boissons. Leur avantage principal est que, contrairement aux glaçons, la pierre ne fond pas et ne risque pas de dénaturer le goût de la boisson par dilution.



Combien de pierres à whisky, conservées dans un freezer à  $-6 \text{ °C}$ , faut-il placer dans un verre pour refroidir son contenu de la même manière qu'un seul glaçon ?

#### Données :

- Masse volumique du whisky :  $0,93 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$  ;
- Un verre de whisky en contient environ 3 cL ;
- Masse volumique de la glace :  $917 \text{ kg/m}^3$  ;
- Masse volumique de la stéatite :  $2980 \text{ kg/m}^3$  ;
- Enthalpie massique de fusion de l'eau :  $\Delta_{\text{fus}}h = 333 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- Capacité thermique massique de la glace :  $2060 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $4217 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- Capacité thermique massique du whisky :  $3490 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  ;
- Capacité thermique massique d'une pierre à whisky :  $1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

# Chapitre 4 : Entropie d'un système thermodynamique

## Capacités exigibles et exercices associés

Capacités exigibles	Exercice(s)
Utiliser les lois de Laplace pour évaluer des pressions ou des températures dans le cas de compressions ou de détentes de gaz parfait dans l'hypothèse adiabatique et mécaniquement réversible	4.1, 4.2, 4.3, 4.4

## Questions de cours

- Quelle est l'interprétation statistique de l'entropie ? Donner alors l'expression du second principe de la thermodynamique pour un système isolé, et commenter ce principe.
- Donner l'expression du second principe de la thermodynamique pour un système fermé en précisant à quoi correspond chaque terme.
- À partir du second principe de la thermodynamique appliqué à un système fermé, montrer qu'une évolution adiabatique et réversible de ce système est isentropique.
- Citer la loi de Laplace ainsi que ses conditions d'application. On donnera la première forme en  $p$  et  $V$ , et on retrouvera les deux autres formes à l'aide de la loi des gaz parfaits.

## Exercices

### 4.1 Applications directes de la loi de Laplace

On étudie  $n = 0,040$  mol de gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma = 1,4$ . Initialement, le gaz a une pression  $p_0 = 1$  bar et un volume  $V_0 = 1$  L.

1. Le gaz subit une compression adiabatique et réversible ; la pression finale est  $p_1 = 2$  bar. Quel est le volume final  $V_1$  ?
2. Le gaz subit alors une nouvelle compression adiabatique et réversible ; la pression finale est  $p_2 = 5$  bar. Quelle est la température finale  $T_2$  ? En déduire le volume  $V_2$  du gaz par application de la loi des gaz parfaits.
3. Le gaz passe alors à la température  $T_3 = 1000$  K de manière adiabatique et réversible. Quel est le volume final  $V_3$  ?

### 4.2 Isotherme et adiabatique réversible dans un diagramme de Clapeyron

Soient  $n$  moles d'un gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma$ . Initialement, le gaz est à la pression  $p_0$  et au volume  $V_0$ .

1. On suppose que le gaz subit une **compression** isotherme. Montrer que cette transformation se modélisera, dans un diagramme de Clapeyron, par une courbe d'équation  $p = p_0 \times \frac{V_0}{V}$ .
2. On suppose que le gaz subit une **compression** adiabatique et réversible. Montrer que cette transformation se modélisera, dans un diagramme de Clapeyron, par une courbe d'équation  $p = p_0 \times \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma$ .
3. On rappelle et/ou admet que le coefficient adiabatique  $\gamma$  est toujours plus grand que 1. En déduire lequel des deux chemins précédents est « au-dessus » de l'autre dans le diagramme de Clapeyron.

### 4.3 Cycle de Diesel

Le cycle de Diesel est un cycle à quatre temps :

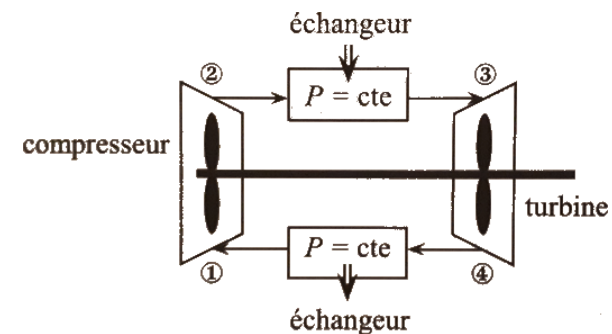
- Le premier temps  $AB$  est une compression adiabatique et réversible de l'air : le rapport volumétrique vaut  $a = \frac{V_A}{V_B}$  ;
- Le carburant est injecté dans le cylindre en  $B$ . Le mélange s'enflamme alors spontanément lors du temps  $BC$ , qui est modélisé par une transformation isobare ;
- On arrête l'injection en  $C$  et on laisse le mélange se détendre de manière adiabatique et réversible lors du temps  $CD$  : le rapport volumétrique vaut  $b = \frac{V_D}{V_C}$  ;
- En  $D$ , le piston est au point mort bas : on suppose un refroidissement isochore  $DA$ .

On suppose que le fluide parcourant le cycle de Diesel est un gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma$ .

1. Représenter le cycle de Diesel dans un diagramme de Clapeyron.
2. Montrer, par application du premier principe, que le travail d'une transformation adiabatique d'un gaz parfait de coefficient adiabatique  $\gamma$  peut s'écrire  $W = \frac{1}{\gamma - 1} \times (p_f V_f - p_i V_i)$ .
3. En déduire que  $W_{AB} = \frac{p_A V_A}{\gamma - 1} \times (a^{\gamma-1} - 1)$ .

### 4.4 Cycle de Brayton des centrales nucléaires

Un gaz parfait circule dans une installation. Il échange du travail avec l'extérieur uniquement dans le compresseur et la turbine. Le travail fourni par le passage du gaz dans la turbine sert d'une part à faire fonctionner le compresseur (turbine et compresseur montés sur le même axe) et d'autre part à fabriquer de l'électricité. On suppose que les transferts thermiques ont lieu exclusivement dans des échangeurs. Le fluide, ici un gaz d'hélium, décrit le cycle de Brayton.



Ce cycle est constitué de deux isobares et de deux isentropiques :

- compression adiabatique réversible (dans le compresseur) du point 1 ( $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $p_1 = 20 \text{ bar}$ ) vers le point 2 de pression  $p_2 = 80 \text{ bar}$  ;
- détente isobare (dans l'échangeur) du point 2 vers le point 3 à la température  $T_3 = 1300 \text{ K}$  ;
- détente adiabatique réversible (dans la turbine) du point 3 vers le point 4 de pression  $p_4 = p_1$  ;
- compression isobare (dans l'échangeur) du point 4 vers le point 1.

L'hélium est supposé être un gaz parfait monoatomique tel que  $C_{V,m} = \frac{3R}{2}$  et  $C_{p,m} = \frac{5R}{2}$  représentent respectivement les capacités thermiques molaires à volume et pression constante, avec  $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

1. Donner la valeur du coefficient adiabatique  $\gamma \triangleq \frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}$ .

- Pour une transformation isentropique, justifier que la relation entre la température  $T$  et la pression  $p$  peut se mettre sous la forme :  $\frac{T}{p^\beta} = \text{cste}$ . Exprimer  $\beta$  en fonction de  $\gamma$ ; faire l'application numérique.
- Tracer l'allure du cycle de Brayton sur un diagramme  $(p, V)$ .
- Déterminer les températures  $T_2$  et  $T_4$ . Effectuer l'application numérique.
- Calculer les travaux  $W_{u,12}$  et  $W_{u,34}$  échangés avec l'extérieur (travaux utiles reçus, c'est-à-dire différents des forces de pression) en régime stationnaire lors des transformations isentropiques 12 et 34 au cours desquelles la pression extérieure est constante. Effectuer l'application numérique pour une mole d'hélium.
- Exprimer les transferts thermiques  $Q_{23}$  et  $Q_{41}$ . Effectuer l'application numérique pour une mole d'hélium.

#### 4.5 Irréversibilité d'un mélange d'eau chaude et d'eau froide

Soit une masse  $m$  d'eau chaude à la température  $T_C$  et une même masse  $m$  d'eau froide à la température  $T_F$ . On note  $c_e$  la capacité thermique massique de l'eau liquide.

On admet que l'entropie d'un liquide est égale à  $S = C \times \ln(T)$ , où  $C$  est la capacité thermique totale du liquide. Par ailleurs, on rappelle que  $\ln(x) > 0$  si et seulement si  $x > 1$ .

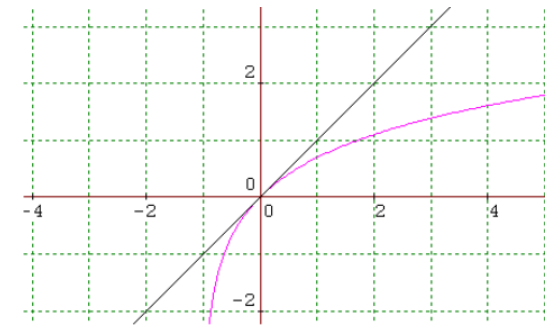
- (Question préliminaire) En développant le carré  $(a - b)^2$ , montrer que l'on a toujours  $2ab \leq a^2 + b^2$ . Quand arrive le cas d'égalité ?
- On mélange les deux masses d'eau dans un récipient calorifugé et indéformable. En déduire la température finale  $T_f$  du mélange en fonction de  $T_1$  et  $T_2$ .
- Déterminer alors la variation d'entropie  $\Delta S$  lors du mélange des deux liquides. En utilisant la première question, montrer que l'on a toujours  $\Delta S > 0$ .

#### 4.6 Compression réversible

Soit  $n$  moles de gaz parfait ( $C_{V,m} = \frac{3R}{2}$ ) contenue dans le cylindre d'un piston vertical de masse négligeable et de section  $S$ . Le contact entre le cylindre et le piston se fait sans frottements; les parois de ce dernier sont diathermanes.

À  $t = 0$ , le système est à l'équilibre thermique et mécanique avec l'atmosphère ( $p_0, T_0$ ). On dépose alors sur le piston, grain par grain, une masse totale  $m$  de sable.

- Déterminer l'état final (pression, température et volume du gaz).
- Montrer que la chaleur  $Q$  reçue par le système au cours de la transformation est égale à  $Q = -nRT_0 \ln\left(1 + \frac{mg}{p_0 S}\right)$ .
- On fournit l'expression de l'entropie d'un gaz parfait :  $S = C_V \times \ln(T) + nR \times \ln(V)$ . En déduire que la transformation est réversible. Pouvait-on le prévoir ?
- On suppose que la masse  $m$  est en réalité posée « subitement » sur le piston : la transformation n'est alors pas isotherme mais monobare. Reprendre les questions précédentes; déterminer par le calcul si la transformation est réversible. Pour cela, on posera  $x = \frac{mg}{p_0 S}$  et on exploitera les tracés suivants des fonctions  $\ln(1+x)$  et  $x$ .



- En comparant les travaux reçus dans chacune des deux situations, montrer que la transformation réversible est plus « efficace » que la transformation irréversible.

————— **Indications et éléments de réponse** —————

**4.4 Cycle de Brayton des centrales nucléaires**

4. Utiliser le premier principe enthalpique.

**4.5 Irréversibilité d'un mélange d'eau chaude et d'eau froide**

3. Se rappeler que l'entropie est une grandeur additive :  $S = S_{\text{chaud}} + S_{\text{froid}}$ .

**4.6 Compression réversible**

3. Exprimer d'un côté  $\Delta S$ , puis d'un autre côté  $S_{\text{éch}} \triangleq \frac{Q}{T_0}$ . Vérifier le second principe.