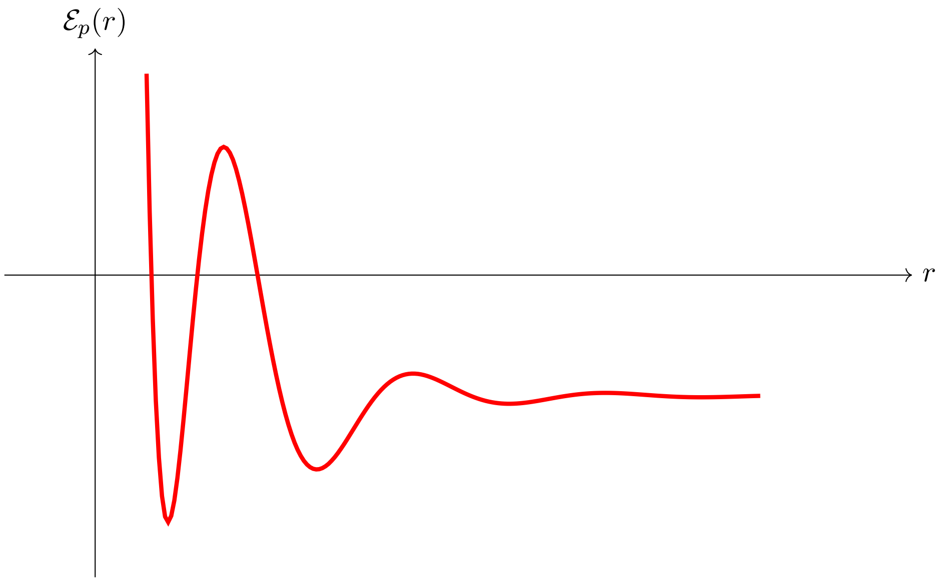
Questions de cours - Thème 1

1 Mouvement rectiligne d'un point matériel

- ☐ À quelle(s) condition(s) un système matériel peut-il se ramener à l'étude de son centre de masse ?
- ☐ Soit $x(t) = a \times t^2 + b \times e^{-t/\tau} - c \times \cos(\omega t)$ l'équation horaire d'un point matériel se déplaçant rectilignement ; déterminer la vitesse $v(t)$ de ce point matériel.
- ☐ Donner la dimension d'une énergie. Quelle est son unité dans le système international ?
- ☐ Soit un point matériel de masse $m = 5{,}0\,\text{tonnes}$ et de vitesse $v = 36\,\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; déterminer son énergie cinétique sans calculatrice.
- ☐ Soit un point matériel de vitesse $v = 40\,\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ et d'énergie cinétique $\mathcal{E}_c = 160\,\text{MJ}$; déterminer sa masse sans calculatrice.
- ☐ Soit un point matériel de masse $m = 200\,\text{g}$ et d'énergie cinétique $\mathcal{E}_c = 1{,}0\,\text{kJ}$; déterminer sa vitesse sans calculatrice.
- ☐ Qu'est-ce qu'un référentiel galiléen ? Donner trois référentiels usuels. À quelle(s) condition(s) ces référentiels sont-ils galiléens ?

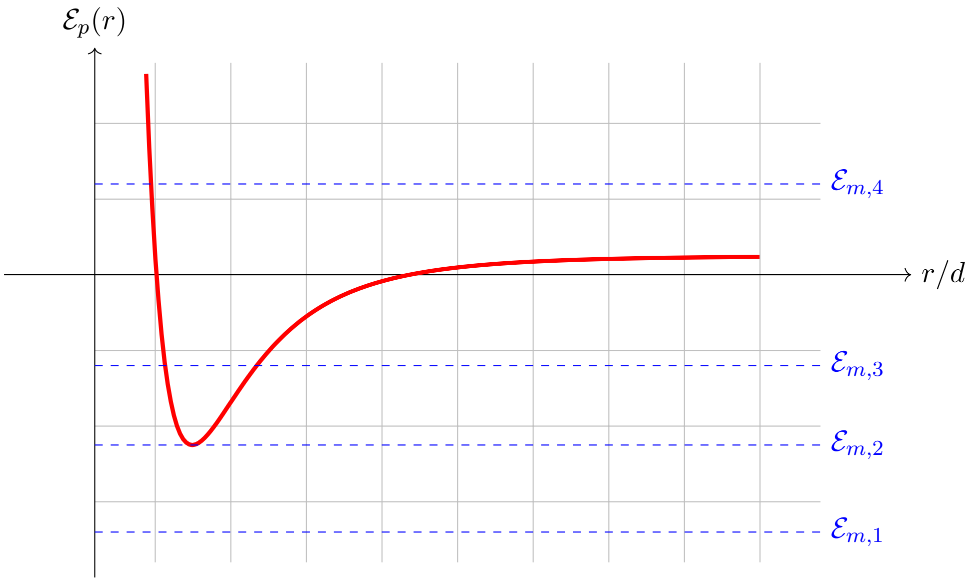
2 Équilibre mécanique d'un point matériel

- ☐ Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_{p,\text{pes}}$ dans le cas d'un axe vertical ascendant et dans le cas d'un axe vertical descendant. Interpréter le lien entre $\mathcal{E}_{p,\text{pes}}$ et m, ainsi que le lien entre $\mathcal{E}_{p,\text{pes}}$ et la cote z.
- ☐ Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique $\mathcal{E}_{p,\text{él}}$ d'un ressort de raideur k, de longueur ℓ et de longueur à vide ℓ_0. Interpréter la présence de l'exposant présent dans cette expression.
- ☐ Expliquer pourquoi les énergies potentielles sont définies à une constante additive près.
- ☐ Définir l'équilibre d'un système matériel. Comment traduire mathématiquement cette définition, pour un système matériel conservatif ? Comment traduire graphiquement cette condition ?
- ☐ Définir ce qu'est un équilibre stable. Comment traduire mathématiquement cette définition, pour un système matériel conservatif ? Comment traduire graphiquement cette condition ?
- ☐ Définir ce qu'est un équilibre instable. Comment traduire mathématiquement cette définition, pour un système matériel conservatif ? Comment traduire graphiquement cette condition ?
- ☐ Déterminer, sur le graphe d'énergie potentielle ci-dessous, les positions d'équilibre ainsi que leurs stabilités.



3 Conservation de l'énergie mécanique

- ☐ Donner la dimension d'une puissance. Quelle est son unité dans le système international ?
- ☐ Donner la définition de l'énergie mécanique d'un système. À quelle(s) condition(s) l'énergie mécanique d'un système est-elle conservée ?
- ☐ Soit un système mécanique dont le graphe de l'énergie potentielle en fontion de la position est donné ci-dessous, avec d une longueur caractéristique :

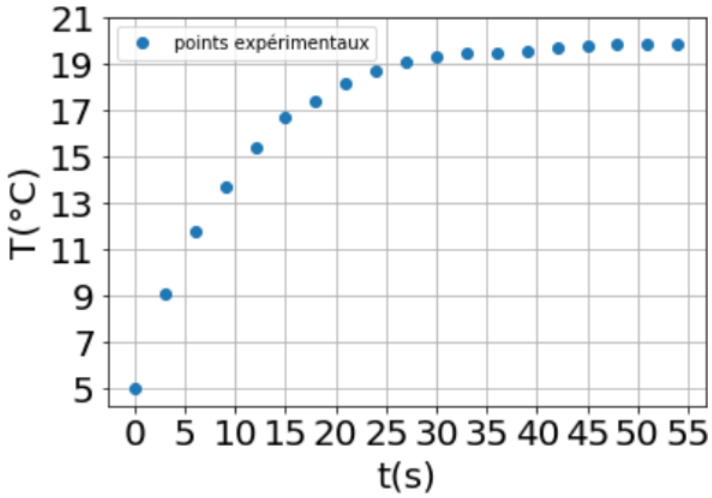


Déterminer les positions accessibles au système mécanique selon la valeur de son énergie mécanique $\mathcal{E}_m$.

- ☐ Donner l'énoncé du théorème de la puissance mécanique (TPM).
- ☐ Qu'appelle-t-on équation du mouvement ? Et équation horaire ?
- ☐ On a $\ddot{x}(t) = 5 \times t^2 - 3$. Déterminer $x(t)$, sachant que $\dot{x}(t=0) = 8$ et que $x(t=0) = -2$.
- ☐ Soit un point matériel M de masse m repéré par son altitude $z(t)$ (axe vertical ascendant). On le lâche initialement d'une hauteur h avec une vitesse v_0 vers le bas. On néglige tout frottement. Déterminer sa vitesse v^* juste avant de toucher le sol à l'aide de la conservation de l'énergie mécanique (à justifier).
- ☐ Soit un point matériel M de masse m repéré par son altitude $z(t)$ (axe vertical ascendant). On le lâche initialement d'une hauteur h avec une vitesse v_0 vers le bas. On néglige tout frottement. Déterminer l'équation horaire $z(t)$ de ce point à l'aide du théorème de la puissance mécanique.

4 Frottements fluides

- ☐ Donner la dimension du coefficient de frottement λ (on rappelle que la puissance des forces de frottements est $\mathcal{P}_f = -\lambda v^2$, avec v la vitesse du point matériel étudié). Quelle est son unité dans le système international ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{\tau} y(t) = \dfrac{1}{\tau} y_{\text{éq}}$. Que représentent physiquement $y_{\text{éq}}$ et τ ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $\tau \times \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + 2\theta(t) = 3\theta_0$. La résoudre, sachant que $\theta(t=0) = 5\theta_0$. Tracer l'allure de la solution.
- ☐ Soit un point matériel M repéré par son altitude $z(t)$ (axe vertical ascendant). On le lâche initialement d'une altitude h avec une vitesse initiale v_0 vers le bas. On prend en compte les frottements, de coefficient de frottements λ. Déterminer l'expression de la vitesse $v(t)$ de ce point.
- ☐ Proposer, à l'aide de vos propres mots, des définitions pour « régime permanent » et « régime transitoire ».
- ☐ Soit la fonction $T(t) = T_f + (T_0 - T_f) \times e^{-t/\tau}$ tracée ci-dessous. Déterminer graphiquement T_0 et T_f. Mesurer également de deux manières différentes la valeur de τ.



5 Oscillateur harmonique

- ☐ Soit l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 y(t) = \omega_0^2 y_{\text{éq}}$. Que représentent physiquement $y_{\text{éq}}$ et ω_0 ?
- ☐ Soit l'équation différentielle $\tau \times \dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{4}{\tau} y(t) = \dfrac{1}{\tau} y_0$. La résoudre, sachant que $y(t=0) = 5y_0$ et $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t=0) = \dfrac{6y_0}{\tau}$. Tracer l'allure de la solution.
- ☐ Soit un système masse-ressort horizontal (axe (O,x)), fixé en $x=0$ au point O et dont l'autre extrémité M peut se déplacer. On note k la raideur du ressort et ℓ_0 sa longueur à vide. $x(t)$ représente l'abscisse du point M par rapport au point O (on a donc $x(t)$ positif). La pesanteur est négligée. Déterminer l'équation du mouvement portant sur $x(t)$, puis son équation horaire, sachant que le ressort est initialement lâché sans vitesse à la longueur $2 \times \ell_0$.
- ☐ Soit un système masse-ressort vertical, fixé au-dessus au point O et dont l'extrémité basse M peut se déplacer. On note k la raideur du ressort et ℓ_0 sa longueur à vide. $z(t)$ représente la cote du point M par rapport au point O (on a donc $z(t)$ positif, et un axe (O,z) descendant). La pesanteur est prise en compte. Déterminer l'équation du mouvement portant sur $z(t)$, puis son équation horaire, sachant que le ressort est initialement lâché sans vitesse à la longueur ℓ_0.
- ☐ Que dire de l'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique ? Tracer l'allure, sur un graphe dépendant du temps, de l'énergie potentielle, de l'énergie cinétique et de l'énergie mécanique de l'oscillateur harmonique. Commenter.

6 Oscillateur amorti

- ☐ Soit l'équation différentielle $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 y(t) = \omega_0^2 y_{\text{éq}}$. Que représentent physiquement $y_{\text{éq}}$, ω_0 et Q ?
- ☐ À quel régime correspond le cas $Q < 1/2$? le cas $Q > 1/2$? Donner la forme mathématique des solutions dans chacun des deux cas, puis tracer leurs allures.
- ☐ Soit un système masse-ressort horizontal, fixé à gauche au point O et dont l'extrémité droite M peut se déplacer. On note k la raideur du ressort et ℓ_0 sa longueur à vide. $x(t)$ représente l'abscisse du point M par rapport au point O. Les frottements, de puissance $\mathcal{P} = -\lambda v^2$, sont pris en compte.

  Déterminer l'équation du mouvement portant sur $x(t)$, puis montrer que le mouvement est de type apériodique, sachant que $\lambda = 5\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, $m = 1\,\mathrm{kg}$ et $k = 4\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$. Donner les valeurs numériques de τ_1 et τ_2.
- ☐ Soit un système masse-ressort horizontal, fixé à gauche au point O et dont l'extrémité droite M peut se déplacer. On note k la raideur du ressort et ℓ_0 sa longueur à vide. $x(t)$ représente l'abscisse du point M par rapport au point O. Les frottements, de puissance $\mathcal{P} = -\lambda v^2$, sont pris en compte.

  Déterminer l'équation du mouvement portant sur $x(t)$, puis montrer que le mouvement est de type pseudo-périodique, sachant que $\lambda = 40\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, $m = 16\,\mathrm{kg}$ et $k = 169\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}$. Donner les valeurs numériques de Ω et τ.