Optique géométrique 2

1 Rappels et compléments sur les lentilles convergentes

1.1 Modélisation

Une lentille convergente se modélise, sur un schéma optique, par une double flèche qui rappelle la forme générique d'une lentille convergente (voir figure 1).

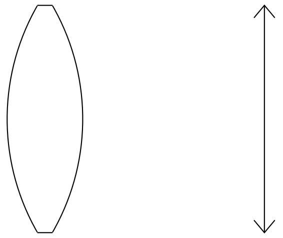


FIGURE 1 – Lentille mince convergente (gauche) et modélisation d'une lentille mince convergente (droite).

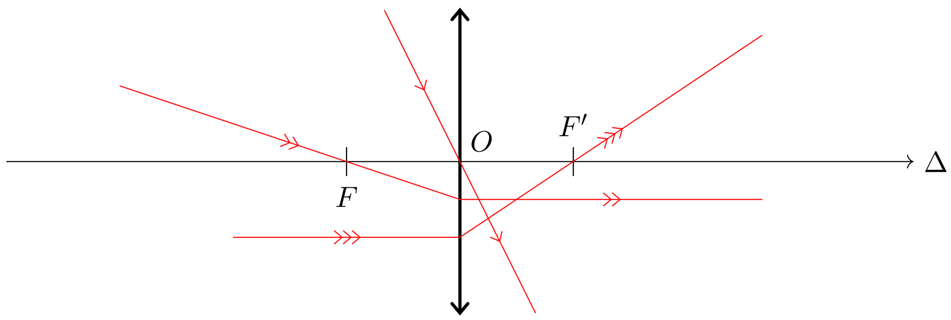
Points et rayons particuliers d'une lentille mince convergente

On associe à une lentille mince convergente trois points particuliers, dont les rayons passant par eux possèdent des propriétés :

– Le **centre optique** O représente le centre de la lentille, par lequel passe l'axe optique (Δ). Un rayon passant par le centre optique n'est pas dévié.

– Le **foyer (principal) objet** F, qui se situe à gauche d'une lentille convergente et sur son axe optique. Un rayon incident passant par F ressort de la lentille parallèle à l'axe optique.

– Le **foyer (principal) image** F', qui se situe à droite d'une lentille convergente et sur son axe optique. Un rayon incident parallèle à l'axe optique ressort de la lentille en passant par F'.



On remarquera que la distance entre les points F et O est la même qu'entre les points O et F'.

Remarque : En optique géométrique, le sens des rayons a une signification, tout comme le sens des objets et des images que l'on obtient par un système optique. Par exemple, si l'image formée par un système optique inverse le haut et le bas par rapport à l'objet initial, il est intéressant de le faire remarquer.

On utilise donc, en optique, des **mesures algébriques** pour signifier dans quel sens la mesure d'un objet ou d'une image est faite. Par exemple, la distance OF' est bien égale à la distance OF, mais on n'a pas $\overline{OF'} = \overline{OF}$, où $\overline{OF'}$ est la mesure algébrique de OF'. En revanche, on a bien $\overline{FO} = \overline{OF'}$.

Convention des mesures algébriques

La convention la plus courante est de compter positivement les distances *de la gauche vers la droite et du bas vers le haut*. Ainsi, $\overline{OF'} > 0$ et $\overline{OF} < 0$.

Distances focales

On note $f' = \overline{OF'}$ la **distance focale image** et $f = \overline{OF}$ la **distance focale objet** de la lentille. On a donc $f' = -f$, avec $f' > 0$ pour une lentille convergente.

1.2 Image d'un objet réel par une lentille mince convergente

On suppose qu'un objet AB réel est situé en amont du foyer objet F d'une lentille mince convergente (figure 2).

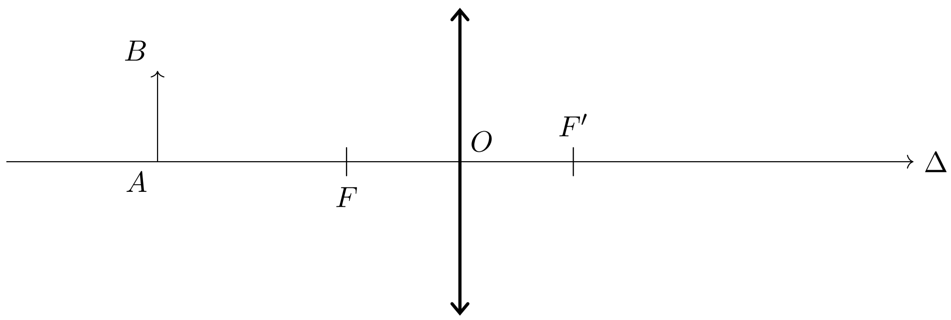


FIGURE 2 – Image d'un objet situé en amont du foyer objet d'une lentille mince convergente.

Question 1 : Tracer les trois rayons particuliers issus de B et passant par la lentille. En déduire la position de B', image de B par la lentille.

Aplanétisme

Un système optique est généralement construit pour représenter la réalité, toutes proportions gardées. Un moyen d'assurer cette conservation des proportions est l'**aplanétisme** : un système optique (Σ) est aplanétique si l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique par Σ est également perpendiculaire à l'axe optique.
Les lentilles minces possèdent cette propriété.

Question 2 : Déduire du point sur l'aplanétisme la position de A', image de A par la lentille. Dessiner enfin l'image $A'B'$ de l'objet AB par la lentille.

Question 3 : Que dire de l'image $A'B'$ par rapport à l'objet AB ? Est-elle réelle ou virtuelle ?

Grandissement transversal
On définit le **grandissement (transversal)** γ d'un objet AB par rapport à un système optique comme étant égal au rapport de la mesure algébrique de l'image $\overline{A'B'}$ par celle de l'objet $\overline{AB}$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Le signe de γ révèle si l'image est **droite** ($\gamma > 0$) ou **renversée** ($\gamma < 0$) par rapport à l'objet. La valeur absolue de γ révèle si l'image est *plus petite* ($|\gamma| < 1$), *de même taille* ($|\gamma| = 1$) ou *plus grande* ($|\gamma| > 1$) que l'objet.

L'objet AB est à présent situé entre le foyer objet F et le centre optique O (voir figure 3).

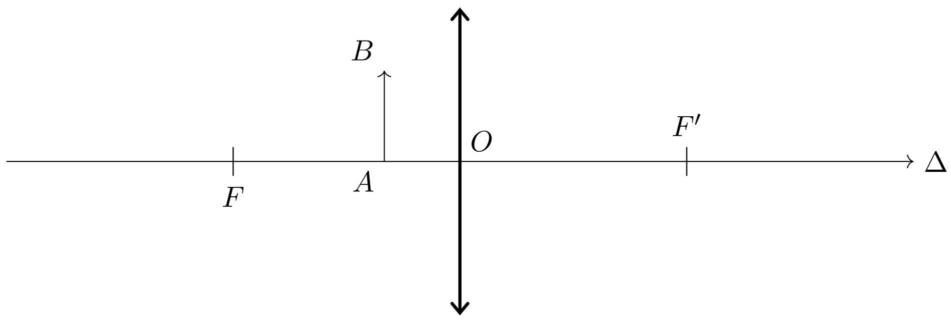


FIGURE 3 – Image d'un objet situé entre le foyer objet et le centre optique d'une lentille mince convergente.

Question 4 : Tracer sur la figure 3 la course du rayon issu de B passant par O ainsi que celle du rayon issu de B arrivant parallèlement à l'axe optique sur la lentille.

Question 5 : Les rayons ne convergent pas en aval de la lentille, mais en amont de celle-ci. Déterminer, à l'aide de rayons virtuels, le point d'intersection B' (et donc l'image B') de B par la lentille. Vérifier que le rayon issu de B passant *virtuellement* par F ressort bien de la lentille en passant virtuellement par B'.

Question 6 : En déduire la position de l'image $A'B'$. Quels commentaires peut-on faire ?

Cette image $A'B'$ virtuelle agrandie est caractéristique d'un objet placé entre le foyer objet et le centre optique d'une lentille convergente. Il faut l'interpréter en comprenant ce que nous avons tracé : les rayons réels montrent que l'image diverge en aval de la lentille ; en d'autres termes, si l'on place un écran en aval de la lentille, on ne verra jamais d'image nette.

En revanche, si l'on place notre œil (qui est un système optique permettant de refaire converger les rayons, comme nous le verrons plus tard) en aval de la lentille, nous verrons l'objet AB agrandi et de l'autre côté de celle-ci. Autrement dit, nous avons dessiné ici le principe d'un *loupe* !

Prenons à présent un objet A_∞ situé à l'infini (c'est-à-dire à une distance très grande devant la distance focale (image) de la lentille convergente). Ainsi, tous les rayons issus de A_∞ incidents à la lentille sont quasiment parallèles (voir figure 4).

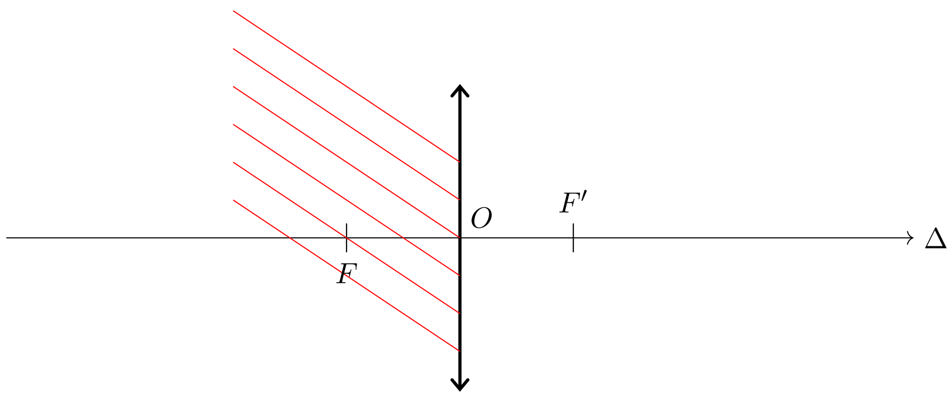


FIGURE 4 – Image d'un objet à l'infini par une lentille mince convergente.

Question 7 : Dessiner sur la figure 4 le trajet de deux des rayons incidents après la lentille. À l'aide de l'hypothèse de stigmatisme approché, en déduire la position du point image A' de A par la lentille.

Plans focaux et foyers secondaires

Le plan passant par F' (respectivement F) et perpendiculaire à l'axe optique est le **plan focal image** Π' (respectivement **objet** Π).
Tout rayon provenant d'un objet placé à l'infini convergera, après passage par une lentille convergente, dans son plan focal image. Par la loi de retour inverse de la lumière, on peut en déduire que si un objet est placé dans le plan focal objet d'une lentille convergente alors son image sera renvoyée à l'infini après passage par celle-ci.
Tout point appartenant à Π' (respectivement Π) est ainsi appelé **foyer image secondaire** (respectivement **foyer objet secondaire**).

Tracé de rayons quelconques

La construction de la figure 4 nous permet de comprendre comment tracer la trajectoire d'un rayon lumineux quelconque R_1 arrivant sur une lentille convergente.
En effet, il suffit de tracer un rayon *auxiliaire* R_{aux} (n'existant pas en réalité) parallèle au premier rayon et passant par O sans être dévié. R_1 continuera alors sa route en passant par I, point d'intersection entre R_{aux} et le plan focal image.

1.3 Formule de conjugaison de Descartes

Formules de conjugaison et de grandissement de Descartes

La **formule de conjugaison de Descartes** lie les positions d'un objet A sur l'axe optique d'une lentille mince (convergente ou divergente) et de son image A' au centre optique de la lentille :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

2 Focométrie

La focométrie consiste en la détermination expérimentale de la distance focale f' d'une lentille optique. Nous allons étudier deux méthodes de focométrie : la méthode de Bessel et la méthode de Silbermann.

2.1 Distance objet-écran

Prenons l'exemple d'un appareil photographique. Il peut être réduit à ses plus simples éléments : son objectif, assimilable à une lentille mince[1] convergente, et son capteur en aval de l'objectif, modélisable par un écran (voir figure 5).

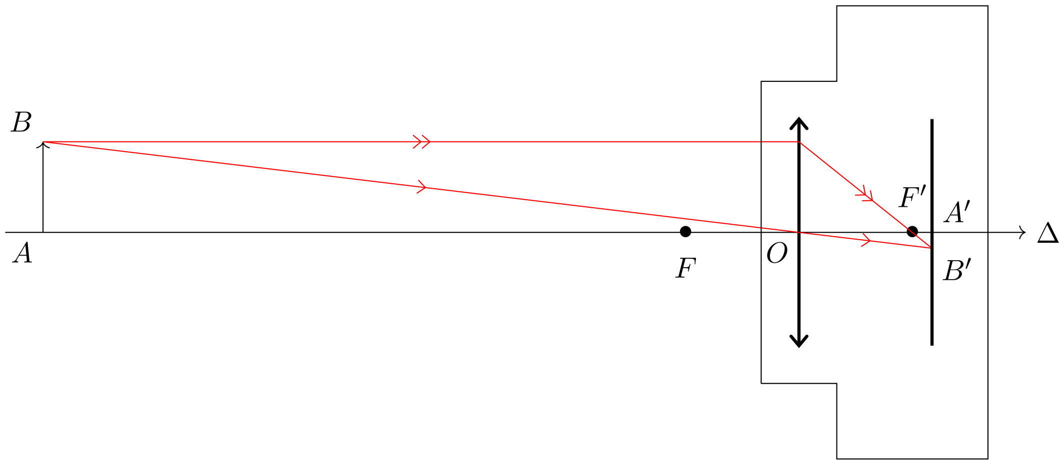


FIGURE 5 – Modélisation d'un appareil photographique.

La position du capteur par rapport à la lentille fixe est réglable dans un appareil photographique : c'est ce qui permet de faire la *mise au point*.

Notons D la distance entre l'objet AB et l'écran (c'est-à-dire là où se forme l'image $A'B'$), $x = OA$ et $x' = OA'$. f' sera la distance focale de l'objectif.

Question 8 : À l'aide de la formule de conjugaison de Descartes, donner le lien entre x, x', f', puis y remplacer l'expression de x' en fonction de x et D. En déduire une équation du second degré en x. En vous intéressant au discriminant de l'équation, déterminer quelle doit être la condition sur D pour que x existe bien.

1. Pour peu que l'objectif ne soit pas un *fisheye*...

Formation d'une image sur un écran
Pour former une image réelle sur un écran à partir d'un objet réel et d'une lentille convergente de focale f', il faut que la distance D entre l'objet et l'écran vérifie :

$$D \geq 4f'$$

2.2 Méthode de Bessel

Dans la méthode de Bessel, on fixe la distance D entre l'objet et l'écran telle qu'elle soit supérieure à $4f'$. Bien évidemment, nous ne connaissons pas encore la distance focale de la lentille : il faut donc s'assurer qu'il y ait au moins 1 mètre entre les deux, au cas où. La position de la lentille est quant à elle variable, tant qu'elle est située entre l'objet et l'écran.

Question 9 : Résoudre l'équation du second degré précédente, et en déduire qu'il existe deux positions x_1 et x_2 possibles pour la lentille afin d'observer une image nette sur l'écran.

Question 10 : Vérifier expérimentalement ce résultat en notant les valeurs des positions $x_{1,\text{exp}}$ et $x_{2,\text{exp}}$ à l'aide de votre banc optique.

Question 11 : Exprimer $d = |x_1 - x_2|$ en fonction de D et f'. En déduire que $f' = \dfrac{D^2 - d^2}{4D}$.

Question 12 : À l'aide des deux questions précédentes, déterminer la valeur de la distance focale f' de votre lentille.

2.3 Méthode de Silbermann

On suppose dans cette méthode que la distance D entre l'objet et l'écran est égale à $D = 4f'$, et que la lentille est située à mi-chemin entre les deux.

Question 13 : Faire un schéma de la situation (avec l'objet AB, la lentille et l'écran), en prenant par exemple $f' = 4\,\mathrm{cm}$ et $AB = 2\,\mathrm{cm}$ sur le schéma.

Question 14 : Dessiner sur le schéma précédent les rayons issus de l'objet pour en déduire la position et la taille de l'image $A'B'$. Que peut-on dire du grandissement γ, dans ce cas-là ?

Le but de la méthode de Silbermann est de "tâtonner" en faisant varier les positions de la lentille et de l'écran jusqu'à ce qu'une image nette, renversée et de même taille que l'objet apparaisse sur l'écran.

Question 15 : Mesurer expérimentalement la taille de votre objet (lettre sur la lampe). Effectuer les manipulations expliquées ci-dessus, en vous assurant que l'image et l'objet ont des tailles quasiment égales. Mesurer alors la distance D entre l'objet et l'écran, et en déduire la distance focale f' de la lentille.