Parcours Sciences

Mécanique 2 – Frottements solides et fluides

1 Frottements solides

1.1 Réaction du support

Réaction d'un support solide

Lorsqu'un point matériel ou un solide en translation se déplace sur un support, celui-ci exerce sur lui une force de contact $\vec{R}$, appelée réaction du support. On peut la décomposer en deux termes (figure 1) :

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_t$$

avec $\vec{R}_n$ la réaction normale (orthogonale au support) et $\vec{R}_t$ la réaction tangentielle, qui représente les frottements solides.

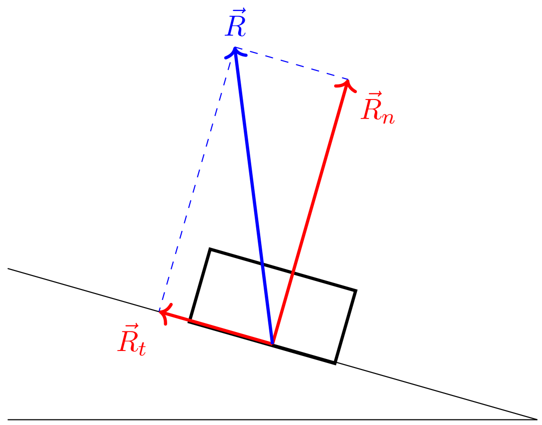

FIGURE 1 – Composantes de la force de réaction du support.

1.2 Lois de Coulomb

Trois cas sont possibles lors de frottements solides :

— L'équilibre, qui correspond à la situation où l'objet est immobile par rapport au support, comme si personne ne cherchait à le déplacer.

— La mise en mouvement, qui correspond à la situation où on appuie sur l'objet dans le but de le mettre en mouvement, mais les frottements solides sont trop importants pour avoir effectivement un déplacement de l'objet.

— Le freinage, qui correspond à la situation où l'objet est en mouvement par rapport au support et où les frottements s'opposent à celui-ci.

Lors de ces différentes phases, les composantes normale et tangentielle de la réaction du support ne sont pas indépendantes l'une de l'autre. Les lois de Coulomb, phénoménologiques, permettent de donner un lien entre les deux.

Lois de Coulomb du frottement solide

— S'il y a un glissement des solides l'un sur l'autre, alors leurs normes sont proportionnelles :

$$R_t = \mu_d \times R_n$$

où μ_d est le coefficient de frottement dynamique, sans unité ;

— S'il n'y a pas de glissement (on parle d'adhérence), alors leurs normes vérifient l'inégalité :

$$R_t \leq \mu_s \times R_n$$

où μ_s est le coefficient de frottement statique, sans unité.

Les coefficients de frottements dépendent notamment des matériaux et de leur état de surface, mais pas de la vitesse ou de la surface de contact du mobile en mouvement.

Remarque : Lorsqu'un contact se fait sans frottements, les coefficients de frottement sont nuls donc $R_t = 0$ dans tous les cas.

On suppose qu'un bloc en bois est placé sur une pente en béton, formant un angle $\alpha = 30°$ avec le sol (figure 2). On donne la valeur du coefficient de frottement statique bois-béton : $\mu_s = 0{,}62$. Le poids ne sera pas négligé.

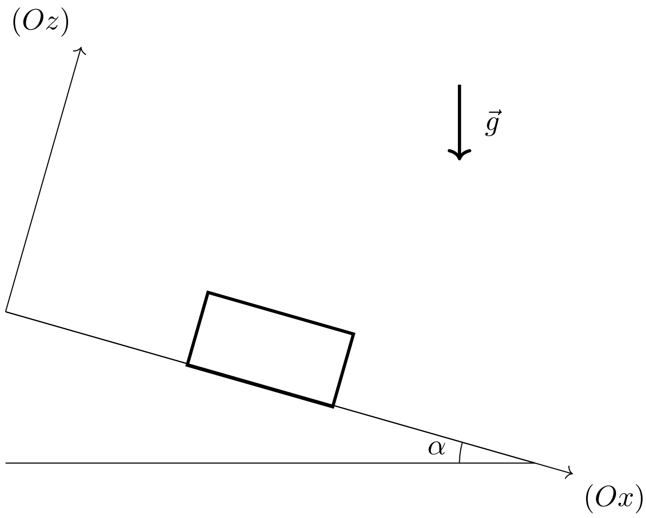

FIGURE 2 – Bloc de bois sur une surface en béton.

Question 1 : Quelles sont les forces s'appliquant sur le bloc ? Afficher les forces correspondantes sur la figure 2.

Question 2 : Projeter le vecteur $\vec{g}$ sur la base associée au repère (Oxz).

Question 3 : En appliquant la deuxième loi de Newton au bloc dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, puis en projetant sur les axes (Ox) et (Oy), donner les expressions de R_t et R_n.

Question 4 : Calculer la valeur du rapport $\dfrac{R_t}{R_n}$. Y a-t-il glissement ou adhérence ?

2 Frottements fluides (ou visqueux)

2.1 Définition

Question 5 : On rappelle que la vitesse verticale $v_z(t)$ s'écrit, en l'absence de frottements, $v_z(t) = -gt$. Pourquoi cette formule ne reflète-t-elle pas la réalité ?

Force de frottements fluides (ou visqueux)

Quand un solide S est en mouvement dans un fluide, celui-ci exerce une force de frottements de sens opposé au vecteur-vitesse de S. Pour une vitesse suffisamment faible, la norme est proportionnelle à celle de la vitesse :

$$\vec{f} = -h.\vec{v}(S)$$

Remarque : Pour des vitesses plus élevées, la force de frottements est proportionnelle au carré de la vitesse.

2.2 Application à la chute verticale

2.2.1 Préliminaire sur les équations différentielles

Équation différentielle d'ordre 1

Une équation différentielle est une équation liant une fonction f et ses dérivées. En physique, une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants et à second membre constant est sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{1}{T} \times y(t) = \frac{1}{T}Y$$

Les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$y(t) = Ke^{-t/T} + Y$$

où K est une constante à déterminer à l'aide des conditions initiales.

Question 6 : Vérifier que la solution proposée suit bien l'équation différentielle $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t) + \frac{1}{T} \times y(t) = \frac{1}{T}Y$.

2.2.2 Équation du mouvement de la balle

Considérons une balle de masse m lâchée sans vitesse initiale d'un altitude z_0 dans le champ de pesanteur $\vec{g} = -g.\vec{e}_z$ d'un laboratoire, dont le référentiel associé est considéré comme galiléen. On ne négligera pas les frottements de norme $h\ v$, et on notera $z(t)$ l'altitude de la balle à l'instant t.

Question 7 : Exprimer le vecteur-vitesse et le vecteur-accélération de la balle en fonction des dérivées de $z(t)$ et du vecteur unitaire $\vec{e}_z$.

Question 8 : Appliquer la deuxième loi de Newton à la balle, et la projeter sur l'axe (Oz).

Question 9 : On pose $v = \dot{z}$. Montrer que l'on a $\dot{v} + \frac{1}{\tau}v = \frac{1}{\tau}V$. On donnera les expressions explicites de τ et V en fonction des données de l'énoncé.

Question 10 : Résoudre l'équation différentielle précédente en utilisant les conditions initiales.

Question 11 : Quelle est la valeur v_∞ de v lorsque t tend vers l'infini ? Dépend-elle de la masse de la balle ? En déduire si une balle légère et une balle lourde tombent à la même vitesse lorsque t est *assez grand*.

Question 12 : Si le coefficient de frottements h tend vers 0, vers quelle valeur tend τ ? Montrer alors que l'on retrouve le résultat habituel $v(t) = -gt$ en utilisant notamment le fait que $e^x - 1 \approx x$ si x est proche de 0.

Question 13 : On revient dans le cas où h n'est pas proche de 0. Déterminer alors l'expression de $z(t)$.